



Podiplomski program Gradbeništvo
Konstrukcijska smer

Kandidat:

Tomaž Hozjan

Nelinearna analiza vpliva požara na sovprežne linijske konstrukcije

Doktorska disertacija št. 189

Mentor:
izr. prof. dr. Stanislav Srpčič

Somentor:
prof. dr. Igor Planinc



*PODIPLOMSKI ŠTUDIJ
GRADBENIŠTVA*

DOKTORSKI ŠTUDIJ

Kandidat:

TOMAŽ HOZJAN, univ. dipl. inž. grad.

**NELINEARNA ANALIZA VPLIVA POŽARA NA
SOVPREŽNE LINIJSKE KONSTRUKCIJE**

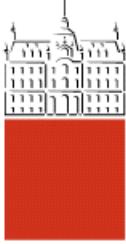
Doktorska disertacija štev.: 189

**NONLINEAR ANALYSIS OF COMPOSITE PLANAR
STRUCTURES EXPOSED TO FIRE**

Doctoral thesis No.: 189

Temo doktorske disertacije je odobril Senat Univerze v Ljubljani na svoji 16. seji dne
4. julija 2007 in imenoval
mentorja izr.prof.dr. Stanislava Srpčiča in
somentorja izr.prof.dr. Igorja Planinca.

Ljubljana, 12. marec 2009



Komisijo za oceno ustreznosti teme doktorske disertacije v sestavi
izr.prof.dr. Stanislav Srpčič
izr.prof.dr. Igor Planinc,
prof.dr. Darko Beg,
prof.dr. Stojan Kravanja, UM FG,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 6. redni seji dne
28. marca 2007.

Komisijo za oceno doktorske disertacije v sestavi
prof.dr. Darko Beg,
prof.dr. Boris Štok, UL FS,
prof.dr. Goran Turk,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 24. redni seji dne
28. januarja 2009.

Komisijo za zagovor doktorske disertacije v sestavi
prof. dr. Bojan Majes, dekan, predsednik
izr.prof.dr. Stanislav Srpčič
izr.prof.dr. Igor Planinc,
prof.dr. Darko Beg,
prof.dr. Boris Štok, UL FS,
prof.dr. Goran Turk,

je imenoval Senat Fakultete za gradbeništvo in geodezijo na 25. redni seji dne
25. februarja 2009.



IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani **TOMAŽ HOZJAN**, univ. dipl. inž. grad., izjavljam, da sem avtor doktorske disertacije z naslovom: »**NELINEARNA ANALIZA VPLIVA POŽARA NA SOVPREŽNE LINIJSKE KONSTRUKCIJE**«.

Ljubljana, 12. marec 2009

.....
(podpis)

BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK	614.84:624.016(043.3)
Avtor:	Tomaž Hozjan
Mentor:	izr.prof.dr. Stanislav Srpčič
Somentor:	izr.prof.dr. Igor Planinc
Naslov:	Nelinearna analiza vpliva požara na sovprežne linjske konstrukcije
Obseg in oprema:	117 str., 15 pregl., 66 sl., 356 en.
Ključne besede:	točna kinematika, Reissnerjev nosilec, požarna analiza, sovprežni nosilci

Izvleček

V disertaciji je predstavljen nov numerični model za geometrijsko in materialno nelinearno požarno analizo sovprežnih nosilcev iz jekla in betona z upoštevanjem zdrsa med slojema. Pojav eksplozivnega luščenja betona v modelu ni upoštevan. Numerični model je razdeljen v tri matematično nepovezane faze. V prvi fazi je s pomočjo požarnih krivulj določeno časovno spremicanje temperatur požarnega prostora. Drugi dve fazni požarne analize predstavlja osrednjo temo disertacije. Na osnovi irreverzibilne termodinamike je v drugi fazi določeno časovno spremicanje temperatur jeklenega nosilca ter časovno spremicanje temperatur, pornih tlakov in količine proste vode v betonski plošči med požarom. Pri jeklenem nosilcu je časovno spremicanje temperatur med požarom določeno s Fourierjevo diferencialno enačbo prevajanja toplotne v trdni snovi. Pri armiranobetonski plošči pa je spremicanje temperatur, pornih tlakov in količine proste vode obravnavano kot povezan problem prevajanja toplotne in vlage (proste vode ter zmesi suhega zraka in vodne pare) z upoštevanjem izparevanja proste vode in utekočinjenja vodne pare ter dehidratacije kemijsko vezane vode. Pripadajoči sistem parcialnih diferencialnih enačb je bil rešen z metodo končnih elementov. V ta namen je bil izdelan računalniški program MoistureHeat v programske okolju MatLab. Tretjo fazo predstavljenega numeričnega postopka za požarno analizo sovprežnih nosilcev predstavlja določitev napetostnega in deformacijskega stanja sovprežnega nosilca. Bistvene novosti te faze požarne analize so: (i) upoštevanje zdrsa med jeklenim nosilcem in armiranobetonsko ploščo, (ii) modeliranje jeklenega nosilca in armiranobetonske plošče z Reissnerjevim geometrijsko točnim modelom ravninskega nosilca, (iii) upoštevanje materialno nelinearnega in od temperature odvisnega obnašanja jeklenega nosilca, armiranobetonske plošče in stika med slojema, (iv) upoštevanje temperaturnih deformacij in deformacij viskoznega lezenja jekla pri povišanih temperaturah konstrukcijskega jekla in armaturnih palic ter temperaturnih deformacij, deformacij lezenja betona pri povišanih temperaturah ter prehodnih deformacij armiranobetonske plošče ter (v) reševanje diskretnih in pospoljenih ravnotežnih enačb sovprežnega nosilca z modificiranimi deformacijskimi končnimi elementi. S primerjavo med numeričnimi in eksperimentalnimi rezultati je bilo ugotovljeno, da je predstavljeni numerični model za požarno analizo sovprežnih nosilcev iz betona in jekla zelo natančen in zato primeren za analizo togosti, nosilnosti in duktilnosti sovprežnih nosilcev med požarom. S parametričnimi študijami pa je bilo tudi ugotovljeno: (i) da ima vsebnost vode velik vpliv na časovno spremicanje temperatur armiranobetonske plošče; v večini primerov je vpliv večje vsebnosti vode v betonu ugoden, (ii) da imata poroznost in prepustnost betona velik vpliv na časovno spremicanje pornih tlakov in količino proste vode ter majhen vpliv na časovno spremicanje temperatur, (iii) da je vpliv geometrijske nelinearnosti na togost, nosilnost in duktilnost sovprežnih nosilcev iz jekla in betona zanemarljiv in (iv) da je vpliv materialne nelinearnosti jekla in betona ter stika med slojema sovprežnega nosilca na obnašanje sovprežnih nosilcev pri sobni temperaturi in pri povišanih temperaturah med požarom zelo velik.

BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION

UDC	614.84:624.016(043.3)
Author:	Tomaž Hozjan
Supervisor:	izr.prof.dr. Stanislav Srčič
Co-supervisor:	izr.prof.dr. Igor Planinc
Title:	Nonlinear analysis of composite planar structures exposed to fire
Notes:	117 p., 15 tab., 66 fig., 356 eq.
Key words:	exact kinematics, Reissner's beam, fire analysis, composite beam,

Summary

Subject of this dissertation is a new numerical model for geometrical and material nonlinear fire analysis of composite linear beams taking into account interlayer slip. The appearance of explosive spalling of concrete is not considered in the model. The numerical model is divided into three mathematically separated phases. The first phase uses fire curves in order to determine time-dependent change of temperatures of fire space. The other two phases of fire analysis represent the main subject of this dissertation. Based on irreversible thermodynamic the second phase determines time-dependent change of temperatures of steel beam and time-dependent change of temperatures, pore pressure and free water content in a concrete slab during a fire. Time dependent change of temperatures of steel beam during the fire is determined by Fourier differential equation of heat conduction. Whilst in the case of reinforced concrete slab, a change of temperatures of vapour pressure and free water content is treated as coupled heat and mass transfer (of free water, mixture of dry air and water vapour), considering evaporation of free water and liquefaction of water vapour as well as dehydration of chemically bound water. The corresponding system of partial differential equations was solved by the finite element method. For this purpose computer program *MoistureHeat* in program environment *MatLab* was created. The third phase of presented numerical procedure represents determination of stress-strain state of composite beam in fire. The main novelties of this particular part of fire analysis are as follows: (i) taking into account the slip between steel beam and reinforced concrete deck, (ii) modelling of steel beam and reinforced concrete deck using Reissner geometrically exact model of planar beam, (iii) taking into account the materially nonlinear and temperature dependent behaviour of steel beam and reinforced concrete deck as well as contact between layers, (iv) taking into account the temperature deformations and deformations of creep of steel at the increased temperatures of constructional steel and reinforced bars and temperature deformations, deformations of creep at increased temperatures and transient deformations of concrete deck and (v) solving of discrete equilibrium equations of composite beam with modified deformational finite elements. Comparing the numerical and experimental results it was determined that the presented numerical model for fire analysis of composite linear beams made of concrete and steel is very accurate and therefore suitable for analysis of stiffness, bearing capacity and ductility of composite structures during a fire. With parametric studies the following was also determined: (i) moisture content of concrete has a substantial impact on time-dependent change of temperatures of reinforced concrete slab; in the most cases is the impact of the increased moisture content in concrete favourable, (ii) the porosity and permeability of concrete have a large impact on time-dependent change of pore pressures and free water content, however their impact on time-dependent change of temperatures is not crucial, (iii) impact of geometrical nonlinearity on stiffness, bearing capacity and ductility of composite beams made of steel and concrete is negligible and (iv) the impact of material nonlinearity of steel and concrete and slip between layers of composite beam on the behaviour of composite beams at the room temperature as well as at the increased temperatures during the fire is very strong.

Zahvale

Posebna zahvala gre mentorju izr. prof. dr. Sinetu Srپčiču ter somentorju izr. prof. dr. Igorju Planincu za koristne nasvete, spodbudo pri delu ter čas, ki sta si ga vzela zame.

Iskrena hvala staršem in sestri Pavli za razumevanje in njihovo podporo ob nastajanju mojega dela.

Iskrena hvala Tjaši za razumevanje, pomoč in podporo ob nastajanju mojega dela.

Iskrena hvala tudi vsem na Katedri za Mehaniko za dobro vzdušje in pomoč pri delu. Še posebej sem hvaležen sodelavcem: Matiji Gamsu, Nani Krauberger, Mojci Markovič, ter Petru Češarek s katerimi sem doživel mnogo zabavnih trenutkov v pisarni.

Iskrena hvala Ministrstvu za šolstvo, znanost in šport ter Ministrstvu za gospodarstvo Republike Slovenije za dodeljeno štipendijo. Hvala podjetju Trimo d.d., Trebnje za sodelovanje v času nastajanja mojega dela.

Globoko in iz različnih razlogov sem dolžan zahvale tudi naslednjim posameznikom: Urbanu Rodmanu, Mateju Rozmanu, Dušanu Ružiču, Alešu Žaligu, Danielu Colnar in Andreju Biru.

Zahvala je namenjena tudi vsem, ki so me tako ali drugače ‘prenašali’ vsa ta leta.

Kazalo

1 UVOD	1
1.1 Predstavitev problema in pregled stanja	1
1.2 Vsebina dela	4
2 OSNOVNE ENAČBE POVEZANEGA PREVAJANJA TOPLOTE IN VLAGE	7
2.1 Uvod	7
2.2 Osnovne enačbe	9
2.2.1 Konstitucijske zveze	10
2.2.2 Modificiran model	13
2.2.3 Formulacija robnega problema povezanega prevajanja topote in vlage	15
2.2.3.1 Sistem diferencialnih enačb	15
2.2.3.2 Začetni in robni pogoji ter pogoji na stiku	15
2.3 Termični parametri	16
2.3.1 Termični parametri trdne faze betona	17
2.3.1.1 Koeficient topotne prevodnosti trdne faze betona	17
2.3.1.2 Specifična topota trdne faze betona	17
2.3.1.3 Gostota trdne faze betona	17
2.3.2 Termični parametri jekla	18
2.3.2.1 Koeficient topotne prevodnosti jekla	18
2.3.2.2 Specifična topota jekla	18
2.3.2.3 Gostota jekla	19
2.3.3 Termični parametri suhega zraka, vode in vodne pare	19
3 OSNOVNE ENAČBE DVOSLOJNEGA SOVPREŽNEGA NOSILCA	23
3.1 Kinematične enačbe	24

3.2	Ravnotežne enačbe	28
3.3	Konstitucijske enačbe	29
3.3.1	Aditivni razcep geometrijske deformacije za beton in jeklo	30
3.3.2	Mehanske lastnosti betona, jekla in armature pri povišani temperaturi	30
3.3.2.1	Temperaturna deformacija jekla in betona	31
3.3.2.2	Prirastek mehanske deformacije jekla in betona	31
3.3.2.3	Konstitucijski zakon jekla	33
3.3.2.4	Konstitucijski zakon betona	35
3.3.2.5	Prirastek viskozne deformacije jekla	36
3.3.2.6	Prirastek prehodnih deformacij in deformacij zaradi lezenja betona . .	38
3.3.3	Konstitucijski zakon stika	39
3.4	Robni pogoji	42
3.5	Različne teorije dvoslojnega sovprežnega nosilca	43
3.5.1	Poenostavljen matematični model dvoslojnega sovprežnega nosilca	45
3.5.2	Geometrijsko linearna teorija dvoslojnega sovprežnega nosilca z upoštevanjem majhnih zamikov	46
4	NUMERIČNO REŠEVANJE	51
4.1	Reševanje enačb povezanega problema prevajanja toplote in vlage	51
4.2	Reševanje enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca	54
4.2.1	Diskretne enačbe dvoslojnega sovprežnega nosilca pri času t^i in Galerkinova metoda končnih elementov	54
5	RAČUNSKI PRIMERI	59
5.1	Časovni potek temperature okolice med požarom	59
5.2	“Benchmark test”	61
5.2.1	Konvergenčni testi	62
5.2.2	Primerjava rezultatov z rezultati drugih raziskovalcev	63
5.2.3	Parametrične študije	67
5.3	Linov betonski nosilec	69
5.4	Nosilec Šentvid	74
5.5	Girhammarjev nosilec	80
5.5.1	Konvergenčni testi	80
5.5.2	Primerjava rezultatov	81
5.6	Sovprežni nosilec S1	83

5.6.1	Vpliv togosti stika na obnašanje sovprežnega nosilca S1-2	85
5.7	Sovprežni nosilec S2	88
5.7.1	Toplotna in vlažnostna analiza sovprežnega nosilca S2	88
5.7.2	Mehanska analiza sovprežnega nosilca S2	91
5.7.2.1	Vpliv materialnih modelov na rezultate računske analize sovprežnega nosilca S2-1 v požaru	96
5.8	Sovprežna plošča H74	97
5.8.1	Toplotna in vlažnostna analiza sovprežne plošče H74	99
5.8.2	Mehanska analiza sovprežne plošče H74	103
5.8.2.1	Mehanska analiza sovprežne plošče H74 pri sobni temperaturi	105
5.8.2.2	Mehanska analiza sovprežne plošče H74 v požaru	107
6	ZAKLJUČKI	109
VIRI		112

Seznam Slik

2.1	Mikrostruktura aeriranega betona (Duh s sodelavci, 2006), levo; shema zgradbe betona, desno.	7
2.2	Shema razporeditve različnih faz vode v kapilarnih porah.	8
2.3	Obnašanje betona pri povišanih temperaturah (Khoury, 2000).	9
2.4	Adsorpcijske izoterme pri izbranih temperaturah.	12
2.5	(a) Spreminjanje specifične toplotne betona v odvisnosti od temperature. (b) Spreminjanje toplotne prevodnosti betona v odvisnosti od temperature.	18
2.6	(a) Spreminjanje toplotne prevodnosti jekla v odvisnosti od temperature. (b) Spreminjanje specifične toplotne prevodnosti jekla v odvisnosti od temperature.	19
3.1	Različni tipi kompozitnih konstrukcij.	24
3.2	Nedeformirana in deformirana lega dvoslojnega kompozitnega nosilca.	25
3.3	Geometrijski pomen zdrsa Δ dvoslojnega kompozitnega nosilca.	27
3.4	Temperaturne deformacije betona in jekla.	32
3.5	(a) Napetostno deformacijska zveza jekla pri povišani temperaturi (EN 1993-1-2, 2007). (b) Bilinearni materialni model jekla.	34
3.6	Spreminjanje redukcijskih koeficientov v odvisnosti od temperature.	35
3.7	(a) Konstitucijski diagram betona pri izbranih temperaturah skladno z EN 1992-1-2 (2005). (b) Razvoj redukcijskega faktorja.	36
3.8	(a) Preizkušanec pred testiranjem. (b) Mozniki po obremenilnem preizkusu (Faust, 1996).	39
3.9	Rezultat obremenilnega 'Push-out' preizkusa v obliki krivulje sila-zdrs za normalen beton C 20/25 in lahek beton LC 20/25 (Faust, 1996)	40
3.10	Splošna oblika krivulje sila-zdrs.	41
3.11	(a) Odnos sila-zdrs za primer sobne temperature in različnih parametrov α in β . (b) Odnos sila-zdrs pri povišanih temperaturah.	42
4.1	Shema 4 vozliščnega izoparametričnega končnega elementa in oblikovne fukncije. . . .	52
4.2	(a) Skica 1D končnega elementa in položaj interpolacijskih ter integracijskih točk. (b) Lagrangevi polinomi 4 stopnje.	55

5.1	Parametrične požarne krivulje.	61
5.2	Skica obravnavanega stebra in 2D mreža končnih elementov.	62
5.3	(a) Vpliv časovnega koraka na maksimalno temperaturo. (b) Vpliv časovnega koraka na maksimalen porni tlak.	63
5.4	(a) Vpliv gostote mreže na maksimalno temperaturo. (b) Vpliv gostote mreže na maksimalen porni tlak.	64
5.5	(a) Razvoj temperature po prerezu za izbrane čase. (b) Časovni razvoj temperature za izbrane razdalje.	65
5.6	Razvoj pornega tlaka P_G , gostote vodne pare $\tilde{\rho}_V$ in količine proste vode $\bar{\rho}_{FW}$, po prerezu in v odvisnosti od časa.	66
5.7	(a) Razvoj temperature T po prerezu pri času 60 minut. (b) Razvoj pornega tlaka P_G po prerezu pri času 60 minut.	67
5.8	(a) Vpliv začetne poroznosti za izbrane prepustnosti betona na temperaturo kontrolne točke po 30. minutah požara. (b) Vpliv začetne količine proste vode za izbrane prepustnosti betona na temperaturo kontrolne točke po 30. minutah požara.	68
5.9	(a) Vpliv začetne poroznosti za izbrane prepustnosti betona na največji porni tlak po 30. minutah požara. (b) Vpliv začetne količine proste vode za izbrane prepustnosti betona na največji porni tlak po 30. minutah požara.	69
5.10	Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.	70
5.11	(a) Razporeditev temperature po prerezu vzdolž simetrijske osi za izbrane čase. (b) Razporeditev temperature po prerezu vzdolž osi $r = 5.08\text{cm}$ za izbrane čase.	71
5.12	Razvoj temperature s časom vzdož I. in IV. armaturne ravnine.	72
5.13	Razporeditev temperature po prerezu za izbrane čase z upoštevanjem vlage v računu, a; razporeditev temperature po prerezu za izbrane čase brez upoštevanja vlage v računu, b.	73
5.14	Razporeditev pornih tlakov po prerezu pri izbranih časih, a; razporeditev količine proste vode po prerezu pri izbranih časih, b.	74
5.15	Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.	75
5.16	Razvoj temperature po prerezu za izbrane čase.	76
5.17	Razvoj temperature s časom za najbolj in najmanj izpostavljeni armaturni palici.	77
5.18	(a) Hitrost ogrevanja na mestu najbolj in najmanj izpostavljeni armaturne palice v primeru Š1. (b) Hitrost ogrevanja na mestu najbolj in najmanj izpostavljeni armaturne palice v primeru Š2.	78
5.19	Razvoj pornih tlakov po prerezu za izbrane čase.	79
5.20	Razporeditev količine proste vode po prerezu za izbrane čase za primer Š1.	80
5.21	Geometrijski in materialni podatki Girhammarjevega nosilca ter podatki o obtežbi.	80
5.22	(a) Analiza konvergencije za navpični pomik w_B . (b) Analiza konvergencije za upogibni moment M_B	81

5.23 (a) Potek zdrsa vzdolž nosilca. (b) Potek normalne komponente kontaktne linijske obtežbe vzdolž nosilca..	82
5.24 Geometrijski podatki sovprežnega nosilca ter podatki o obtežbi.	83
5.25 (a) Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-1. (b) Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-2.	84
5.26 (a) Potek upogibnega momenta vzdolž nosilca. (b) Potek osne sile vzdolž nosilca.	85
5.27 (a) Vpliv togosti stika na potek navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-2. (b) Vpliv togosti stika na potek navpičnega pomika vzdolž nosilca pri sili $P = 400 \text{ kN}$	86
5.28 (a) Vpliv togosti stika na potek zamika vzdolž nosilca S1-2 pri sili $P = 400 \text{ kN}$. (b) Vpliv togosti stika na potek tangencialne komponente kontaktne linijske obtežbe v točki A nosilca S1-2.	87
5.29 Razvoj zdrsa na robu nosilca v odvisnosti od obtežbe P	88
5.30 Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.	89
5.31 Časovni razvoj temperature po prerezu.	90
5.32 Razvoj temperature v točkah A, B, C in D v odvisnosti od časa.	91
5.33 (a) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih. (b) Razporeditev proste vode po prerezu v izbranih časih.	92
5.34 Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca v odvisnosti od temperature. Primer S2-1, a; primer S2-2, b.	93
5.35 (a) Potek zdrsa vzdolž nosilca v primeru S2-1. (b) Potek zdrsa vzdolž nosilca v primeru S2-2.	94
5.36 (a) Potek napetosti po prerezu za rez na sredini nosilca v primeru S2-1. (b) Potek napetosti po prerezu za rez na sredini nosilca v primeru S2-2.	95
5.37 Potek vertikalnega pomika na sredini nosilca za primer S2-1.	97
5.38 (a) Shema betonske plošče z trapezno pločevino, (b) rez svoprežne plošče H74.	98
5.39 Skica obravnavane svoprežne plošč H74 in 2D mreža končnih elementov.	99
5.40 Razporeditev temperature po prerezu v izbranih časih.	100
5.41 Razvoj temperature s časom v točkah A, B, C in D.	101
5.42 (a) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih za primer A1. (b) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih za primer A2.	102
5.43 (a) Razporeditev količine proste vode po prerezu v izbranih časih za primer A1. (b) Razporeditev količine proste vode po prerezu v izbranih časih za primer A2.	103
5.44 Računska shema za določitev nosilnosti svoprežne plošče.	104
5.45 (a) Potreben rez vzdolžne armature v odvisnosti od vertikalne razdalje aramture od spodnjega roba svoprežne plošče. (b) Upogibna nosilnost svoprežne plošče.	105
5.46 (a) Deformirana lega svoprežne plošče. (b) Potek zdrsov vzdolž svoprežne plošče.	106
5.47 Razvoj vertikalnega pomika na sredini svoprežne plošče s časom.	107

List of Figures

2.1	Microstructure of aerated concrete (Duh s sodelavci, 2006), left; shematical structure of concrete, right.	7
2.2	Schematic view of water arrangement in capillary pores.	8
2.3	Behaviour of concrete at elevated temperatures (Khoury, 2000).	9
2.4	Sorption isothermes for various temperatures.	12
2.5	(a) Thermal conductivity of concrete as function of temperature. (b) Specific heat of concrete as function of temperature.	18
2.6	(a) Thermal conductivity of steel as function of temperature. (b) Specific heat of steel as function of temperature.	19
3.1	Various types of composite structures.	24
3.2	Initial and deformed configuration of two-layer composite beam.	25
3.3	Geometrical meaning of slip Δ of two layered composite beam.	27
3.4	Thermal strains of concrete and steel.	32
3.5	(a) Stress-strain relationship of steel at elevated temperature (EN 1993-1-2, 2007). (b) Bilinear material model of steel.	34
3.6	Change of reduction factors with temperature.	35
3.7	(a) Stress-strain relationship of concrete at current temperatures according to EN 1992-1-2 (2005). (b) Development of reduction factor.	36
3.8	(a) Speciment before testing. (b) Treenail after testing (Faust, 1996).	39
3.9	Result of 'Push-out' test in form of force-slip curve for normal concrete C 20/25 and for lightweight concrete LC 20/25 (Faust, 1996)	40
3.10	Comon shape of force-slip curve.	41
3.11	(a) Relation of force-slip for normal temperature and different values of parameters α and β . (b) Relation force-slip at elevated temperatures.	42
4.1	Scheme of 4 noded isoparametric finite element and its shape functions.	52
4.2	(a) Scheme of 1D finete element and positon of interpolation and integration points. (b) Lagrangian polynoms of 4th order.	55
5.1	Parametric fire curves.	61

5.2	Scheme of treated column and 2D finite element mesh.	62
5.3	(a) Influence of time step on maximum temperature. (b) Influence of time step on maximum pore pressure.	63
5.4	(a) Influence of mesh density on maximum temperature. (b) Influence of mesh density on maximum pore pressure.	64
5.5	(a) Distribution of temperatures over the cross-section for given times. (b) Time distribution of temperature for given distances.	65
5.6	Distribution of pore pressure P_G , water vapour content $\tilde{\rho}_V$ and free water content $\bar{\rho}_{FW}$, over the cross section in dependence on time.	66
5.7	(a) Distribution of temperature T over the corss-section at 60 minutes. (b) Distribution of pore pressure P_G over the corss-section at 60 minutes.	67
5.8	(a) Influence of initial porosity for chosen permeability of concrete on temperature after 30 minutes of fire. (b) Influence of initial value of free water content for chosen permeabilities of concrete on temperature after 30 minutes of fire.	68
5.9	(a) Influence of initial porosity for chosen permeabilities of concrete on maximum pore pressure after 30 minutes of fire. (b) Influence of initial value of free water content for chosen permeabilities of concrete on maximum pore pressure after 30 minutes of fire.	69
5.10	Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.	70
5.11	(a) Variation of temperature in the cross-section along the line of symmetry at chosen times. (b) Variation of temperature in the cross-section along the line $r = 5.08\text{cm}$ at chosen times.	71
5.12	Distribution of the temperature in the I st and IV th steel-bar plane.	72
5.13	Variation of temperature in the cross-section for chosen times accounting the moisture in calculation, a; variation of temperature in the cross-section for chosen times without moisture in calculation, b.	73
5.14	Variation of pore pressure in the cross-section for chosen times, a; variation of free water content in the cross-section for chosen times, b.	74
5.15	Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.	75
5.16	Distribution of temperature over the cross-section for chosen times.	76
5.17	Distribution of temperature with time for the most and least exposed reinforcing bar.	77
5.18	(a) Heating rate at the position of most and least exposed reinforcing bar in case Š1. (b) Heating rate at the position of most and least exposed reinforcing bar in case Š2.	78
5.19	Distribution of pore pressure over the cross-section for chosen times.	79
5.20	Distribution of free water content over the cross-section at chosen times for the Š1 case.	80
5.21	Geometrical, material and load data of Girhammar's beam.	80
5.22	(a) Convergence analysis of vertical displacement w_B . (b) Convergence analysis of bending moment M_B	81

5.23 (a) Distribution of slip along the beam. (b) Distribution of normal component of contact force along the beam.	82
5.24 Geometrical and load data of composite beam.	83
5.25 (a) Mid-span deflection of beam S1-1. (b) Mid-span deflection of beam S1-2.	84
5.26 (a) Development of bedding moment along the beam. (b) Development of axial force along the beam.	85
5.27 (a) Influence of the contact stiffness on mid-span deflection of S1-2 beam. (b) Influence of contact stiffness on vertical displacement along the beam at force $P = 400\text{ kN}$	86
5.28 (a) Influence of the contact stiffness on the slip along the beam S1-2 at force $P = 400\text{ kN}$. (b) Influence of contact stiffness tangnetial component of contact force in point A of beam S1-2.	87
5.29 Development of end slip of the beam in dependency of load P	88
5.30 Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.	89
5.31 Distribution of temperature over the cross-section during time.	90
5.32 Temperatures in points A, B, C and D in dependence of time.	91
5.33 (a) Distribution of pore pressure over the cross-section at chosen times. (b) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times.	92
5.34 The mid-span deflection in dependence on temperature. Case S2-1, a; case S2-2, b.	93
5.35 (a) Development of slip along the beam in case S2-1. (b) Development of slip along the beam in case S2-2.	94
5.36 (a) Development of the stresses over the cross-section fort the cross-sesction in the middle of the beam for case S2-1. (b) Development of the stresses over the cross-section fort the cross-sesction in the middle of the beam for case S2-1.	95
5.37 Development of mid-span deflection of beam S2-1.	97
5.38 (a) Scheme of concrete plate with trapezoidal steel sheet, (b) cross-section of composite concrete plate H74.	98
5.39 Scheme of treated composite plate H74 and 2D finite element mesh.	99
5.40 Distribution of temperature over the cross-section at chosen times.	100
5.41 Distribution of temperature with time in points A, B, C and D.	101
5.42 (a) Distribution of pore pressures over the cross-section at chosen times in case A1. (b) Distribution of pore pressures over the cross-section at chosen times in case A2.	102
5.43 (a) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times in case A1. (b) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times in case A2.	103
5.44 Calculathion method for bending moment capacity of composite plate.	104
5.45 (a) Required area of longitudinal reinforcement bar in dependence on vertical position of reinforcement bar from lower edge of composite plate. (b) Bending moment capacity of composite plate.	105

5.46 (a) Deformed shape of composite plate. (b) Development of slip along the length of composite plate.	106
5.47 Development of mid-span vertical displacement of composite plate with time.	107

Seznam Preglednic

3.1	Vrednosti parametrov za opis krivulje sila-zdrs pri sobni temperaturi po Olgaardu (1971).	41
3.2	Vrednosti parametrov A in B pri povišani temperauri po Huangu <i>et al.</i> (1971).	42
5.1	Robni pogoji za benchmark test.	61
5.2	Vhodni podatki za paramterične študije.	68
5.3	Robni pogoji za primer Linovega nosilca.	70
5.4	Koordinate armaturalnih ravnin.	71
5.5	Robni pogoji za primer nosilca Šentvid.	75
5.6	Primerjava med točnimi in numeričnimi rezultati za značilne količine Girhammarjevega nosilca.	82
5.7	Materialne lastnosti in podatki moznikih.	84
5.8	Podatki o maksimalni nosilnosti moznikov.	86
5.9	Robni pogoji za primer sovprežnega nosilca S1 in S2.	89
5.10	Koordinate točk A, B, C in D.	90
5.11	Oznake analiz in podatki o konstitucijskih modelih za jeklo in beton pri povišani temperaturi.	96
5.12	Robni pogoji za primer sovprežne plošče H74.	100
5.13	Koordinate točk A, B, C in D.	101

List of Tables

3.1	Values of parametrs for description of force-slip curve at room temperature according to Olgaard (1971).	41
3.2	Values of parameters A and B at elevated temperatures according to Huangu <i>et al.</i> (1971).	42
3.2	Values of parameters A and B at elevated temperatures according to Huangu <i>et al.</i> (1971).	42
5.1	Boundary conditions for benchmark case.	61
5.2	Input data for parametric studies.	68
5.3	Boundary conditions for Lin's beam.	70
5.4	Coordinates of bar planes.	71
5.5	Boundary conditions for beam Šentvid.	75
5.6	Comparison between exact and numerical results of characteristic quantities for Girhammars beam.	82
5.7	Material and stud properties.	84
5.8	Data of maximum bearng capacity for shear studs.	86
5.9	Boundary conditions for composite beam S1 and S2.	89
5.10	Coordinates of points A, B ,C and D.	90
5.11	Exampels label and constitutional models data for steel and concrete at elevated temperatures.	96
5.12	Boundary conditions for composite plate H74.	100
5.13	Coordinates of points A , B , C and D	101

1 UVOD

1.1 Predstavitev problema in pregled stanja

Prizadevanja za gradnjo požarno varnih konstrukcij segajo daleč v zgodovino. Pomembna razloga za požarno varno gradnjo sta bila velika materialna škoda in nenadomestljiva izguba življenj. Prve rešitve so bili stavbarski ukrepi, osnovani na izkušnjah. Šele v drugi polovici dvajsetega stoletja so se s tehnološkim razvojem pojavile prve metode požarnega testiranja gradbenih elementov. Testirani so bili večinoma nosilci in stebri. Na osnovi teh eksperimentov so bili sestavljeni prvi tehnični predpisi, ki so zahtevali določeno odpornost posameznih konstrukcijskih elementov in konstrukcijskih sklopov pri standardiziranem načinu ogrevanja v poskusni peči. Pri tem je bila zahtevana stopnja požarne odpornosti odvisna od urbanističnih, socioloških, konstrukcijskih, funkcionalnih in drugih pogojev.

Dandanes imajo razvite zahodnoevropske države in ZDA sorazmerno natančne in stroge predpise glede upoštevanja požarne varnosti pri arhitektonski zasnovi stavb in izbiri materialov na požaru izpostavljenih mestih v konstrukciji. V teh predpisih, ki jih v glavnem uporabljajo tudi naši projektanti, gre v večini primerov za zahteve glede tako imenovane požarne odpornosti funkcionalnih in konstrukcijskih elementov zgradb. Podane so s standardiziranimi eksperimentalnimi postopki podprte tabele in poenostavljene empirične formule za hitro preverjanje požarne varnosti nosilcev, stebrov ali pa enostavnih okvirjev pri idealnih robnih pogojih. S takimi eksperimentalnimi in poenostavljenimi računskimi metodami je sicer mogoče razmeroma zanesljivo opisati lokalno obnašanje gradbenih konstrukcij pri povišanih temperaturah. Žal pa še tako zanesljivi rezultati preiskav v poskusni peči ne morejo dati odgovora na vprašanje o mehanizmu globalnega obnašanja gradbene konstrukcije v realnem požaru. Na nastanek, razvoj in potek požara ter na obnašanje posameznih konstrukcijskih elementov in konstrukcije kot celote med požarom vpliva namreč zelo veliko parametrov, katerih spreminjanja in medsebojnih odvisnosti eksperimentalno ni mogoče v celoti upoštevati. Razen tega so tovrstne preiskave praviloma zelo zahtevne glede potrebne eksperimentalne opreme in temu primerno drage. Zato je razumljivo, da je razvoj raziskav na področju požarnega inženirstva usmerjen k metodam za numerično modeliranje termodynamičnih in termomehanskih procesov pri požarih in obnašanja konstrukcij v teh procesih. Le z učinkovitim matematičnim orodjem je namreč mogoče opraviti veliko število parametričnih študij in zajeti vplive značilnih mehanskih, termičnih in kemijskih parametrov na obnašanje gradbenih konstrukcij med požarom. Seveda se pomen eksperimentalnega dela pri tem ne zmanjšuje; nasprotno, eksperimentalni podatki o termodynamičnih in termomehanskih lastnostih materialov, elementov in konstrukcijskih sklopov so osnova za vsakršno numerično modeliranje problema, njihova zanesljivost pa je toliko pomembnejša, kolikor boljša so razpoložljiva matematična in računalniška orodja.

Za boljši vpogled v globalno obnašanje jeklenih okvirnih konstrukcij, ki so večinoma sestavljene iz jeklenih nosilcev in stebrov, pogosto pa tudi v kombinaciji s sovprežnimi nosilci ter sovprežnimi ploščami,

je bilo v zadnjem času narejenih kar nekaj eksperimentalnih raziskav na konstrukcijah v naravnem merilu. Med najbolj odmevnimi je bil test osemetažne poslovne zgradbe v Cardingtonu, kjer je bilo v tem sklopu opravljenih šest večjih eksperimentov (Newman s sodelavci, 2001). Rezultati eksperimentov so pokazali, da je obnašanje jeklenih konstrukcij v požaru praviloma bolj ugodno kot je to določeno s standardnimi testi ali z rezultati numeričnih metod, ki so zasnovane na standardnih testih. Glavni razlog za to je v tem, da so realni požari v splošnem manj intenzivni kot standardiziran požar, kjer temperatura požarnega sektorja ves čas narašča. Drugi razlog pa je, da ima preostali, hladni del konstrukcije ugoden vpliv na obnašanje celotne konstrukcije. Na osnovi teh eksperimentov so se začeli tudi izpopolnjevati numerični modeli za globalno termomehansko analizo okvirnih jeklenih konstrukcij med realnim požarom.

Sovprežni konstrukcijski elementi so zaradi svoje velike nosilnosti in funkcionalnosti pogost sestavni del nosilnih konstrukcij v visokogradnji. Pri tem z uporabo raznovrstnih profiliranih jeklenih sovprežnih plošč nadomestimo standardni opaž in s tem zmanjšamo stroške gradnje. Za nosilnost, togost in duktilnost sovprežnih konstrukcijskih elementov je bistvenega pomena kvaliteta stika med slojema (betonsko ploščo in jeklenim nosilcem). Sovprežno delovanje stika dosežemo z uporabo različnih veznih sredstev. Pogosto je zaželeno absolutno togo obnašanje stika, kar pa je praktično težko izvedljivo. V splošnem je obnašanje stika podajno, kar pomeni, da med slojema pride do določenega zdrsa. Zato je za natančnost numerične analize sovprežnih nosilcev bistveno natančno poznavanje odnosa med strižno silo in zdrsom na stiku med jeklenim nosilcem in betonsko ploščo. Pri povišanih temperaturah med požarom je ta podatek še toliko bolj pomemben, saj se s povečano podajnostjo veznih sredstev praviloma zmanjšuje togost, duktilnost in odpornost sovprežnih elementov.

Določitev časovnega in prostorskega razvoja temperatur v požarnem prostoru je zaradi velikega števila vplivnih parametrov zahtevna in kompleksna naloga. Zaradi tega številni tehnični predpisi ta pojav opisujejo s požarnimi krivuljami, ki so določene na osnovi eksperimentalnih rezultatov. Krivulje lahko razvrstimo v dve skupini. Prvo skupino tvorijo krivulje, pri katerih temperatura okolja ves čas narašča; te krivulje so večinoma namenjene za testiranje v poskusnih pečeh (EN 1991-1-2, 2004; ISO 834, 1975). Drugo skupino sestavljajo tako imenovane realne ali parametrične požarne krivulje, ki so večinoma določene na osnovi opazovanja realnih požarov in razen faze ogrevanja vsebujejo tudi fazo ohlajevanja (Ma in Mäkeläinen, 2000; Pope in Bailey, 2006). V zadnjem času so se pojavili tudi različni poenostavljeni modeli z ustreznimi računalniškimi programi (Cadorin, 2003; EN 1991-1-2, 2004), ki na osnovi podatkov o požarnem sektorju (količina in razporeditev gorljive snovi v prostoru, velikost prostora, velikost in razporeditev odprtin, termične lastnosti konstrukcije, relativna vlažnost požarnega prostora, zračni tlak in intenzivnost prezračevanja) omogočajo natančnejšo določitev realnega časovnega spremiščanja temperatur zraka v požarnem prostoru. Ti modeli so običajno eno- ali dvoconski. V enoconskem modelu je temperatura v celotnem požarnem prostoru enaka, pri dvoconskem modelu pa je požarni prostor razdeljen na dva dela.

Pomemben sestavni del vsake sovprežne konstrukcije je armiranobetonska plošča. Ker je beton porozen material, katerega pore so delno zapolnjene s prosto vodo in zrakom, moramo to strukturno lastnost betona upoštevati v numeričnem modelu za določitev časovnega spremiščanja temperatur sovprežnega nosilca med požarom. V literaturi lahko zasledimo številne matematične modele povezanega prevajanja toplotne in vlage v betonu. V preprostejših modelih je prevajanje toplotne in vlage obravnavano nepovezano, natančnejši modeli pa dosledno obravnavajo povezano prevajanje toplotne in vlage skozi beton. Med prvimi se je s tem problemov ukvarjal Luikov (1975), ki je razvil model povezanega prevajanja toplotne in vlage v kapilarno poroznih materialih. Na osnovi ireverzibilne termodinamike je izpeljal sistem nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb, v katerih so termični prevodnostni koeficienti in termodinamične lastnosti betona funkcije vlage ali temperature ali obojega. Nekoliko razširjen model Luikova

sta predstavila Bažant in Kaplan (1996). Na podlagi eksperimentalnih rezultatov sta na osnovi Fick-ovega, Soret-ovega, Fourier-jevega, Doufour-jevega in Darcy-jevega zakona izpeljala sistem povezanih parcialnih diferencialnih enačb za rešitev povezanega problema prevajanja topote in vlage v kapilarno poroznih materialih. Dodatno sta v modelu upoštevala proces dehydratacije kemijsko vezane vode v betonu pri povišanih temperaturah, ne pa tudi izparevanja in kondenzacije proste vode oziroma vodne pare v betonu. Ta model je predstavljal osnovo za nadaljnji razvoj matematičnih modelov povezanega prevajanja vlage in topote pri povišanih temperaturah. Povišanje temperatur v betonu namreč povzroči povečanje pornih tlakov in sproži transport vlage v ogrevanem betonu. Vlaga tako potuje iz vlažnega proti suhemu delu betona. Preprostejši matematični modeli zanemarijo vpliv gradijenta pornega tlaka na razvoj temperatur po betonu med požarom. Zahtevnejši modeli za analizo povezanega prevajanja topote ter proste vode in vodne pare v poroznih materialih pa upoštevajo tudi vpliv pornega tlaka (Abrams, 1961; Ahmed in Huang, 1991; Ahmed in Hurst, 1999; Chung in Consolazio, 2005; Gwin s sodelavci, 2003; Ichikawa in England, 2004; Tenchev s sodelavci, 2001). Ti modeli so sicer razmeroma realistični in natančni, vendar numerično zelo zahtevni in časovno potratni. Za analizo odpornosti sovprežnih konstrukcij med požarom so v večini primerov dovolj natančni numerični modeli, ki ne upoštevajo vpliva vlage in s tem pornih tlakov na časovno spreminjanje temperatur betona med požarom, saj je vpliv vlage praviloma ugoden ter ima v večini primerov prosti pot do površine betona, kjer izpari. V zelo vlažnem in slabo propustnem in poroznem betonu in v primeru, ko vlaga nima prostega prehoda, lahko pride v betonu med požarom do tako imenovanega eksplozivnega luščenja betona. Ta je v največji meri posledica termomehanskih procesov zaradi oviranih temperaturnih deformacij in termo-hidroloških procesov v betonu zaradi povišanih pornih tlakov (Herz, 2003; Ichikawa in England, 2004; Tenchev in Purnell, 2003). Tako so betoni z nižjo vsebnostjo vlage (do 3%) manj izpostavljeni pojavi luščenja. Pri sovprežnih nosilcih so luščenju najbolj izpostavljene betonske plošče s profilirano jekleno pločevino, saj pločevina na stiku z betonom preprečuje izhod pare iz betona. V literaturi redkeje zasledimo požarne analize sovprežnih nosilcev z upoštevanjem jeklene profilirane pločevine, saj so te zahtevnejše in jih je težje numerično modelirati (Lamont s sodelavci, 2001). Parcialne diferencialne enačbe, ki opisujejo problem povezanega prevajanja topote in vlage, večina raziskovalcev rešuje z diferenčno metodo ali pa z metodo končnih elementov.

Zanimanje raziskovalcev za modeliranje sovprežnih konstrukcij sega v začetek druge polovice prejšnjega stoletja. V novejšem času pa v literaturi zasledimo veliko eksperimentalnih in numeričnih raziskav o obnašanju sovprežnih nosilcev iz betona in jekla pri sobni temperaturi (Amadio s sodelavci, 2004; Castro s sodelavci, 2007; Dissanayake s sodelavci, 1999; Dissanayake s sodelavci, 2000). V večini primerov se avtorji ukvarjajo z določevanjem sodelujuče širine betonske plošče in z analizo vpliva podajnosti stika (odnosa med strižno silo in zdrsom). V literaturi zasledimo tudi raziskave o obnašanju sovprežnih konstrukcij med požarom. V novejšem času zasledimo največ raziskav o natančnosti numeričnih modelov za globalno analizo jeklenih in sovprežnih konstrukcij med požarom. Sprva so avtorji na osnovi eksperimentalnih raziskav enostavnih sovprežnih konstrukcijskih elementov v požarnih pečeh, ki so bili v večini primerov izpostavljeni standardnemu požaru ISO 834 (1975), razvijali preproste numerične modele in pripadajoče računalniške programe ter izdelovali parametrične študije obnašanja sovprežnih nosilcev med požarom (Huang s sodelavci, 2000; Hosser s sodelavci, 1994; Wang, 1998). Z eksperimentom v Cardingtonu (Newman, 2001), kot smo že povedali, se je trend raziskav nekoliko spremenil. Izkazalo se je, da so bile dotedanje numerične metode nenatančne in niso dovolj dobro opisale globalnega obnašanja konstrukcije, saj so imeli sovprežni elementi bistveno večjo dejansko požarno odpornost, kot so kazali numerični rezultati. Z upoštevanjem teh eksperimentalnih rezultatov se je v zadnjem času natančnost numeričnih metod bistveno povečala. Tako v literaturi najdemo kar nekaj izboljšanih numeričnih modelov za požarno analizo sovprežnih konstrukcij (Elghazouli s sodelavci, 2000; Foster s sodelavci, 2007;

Lamont s sodelavci, 2007; Wald s sodelavci, 2006). Še natančnejši modeli pa poskušajo v požarni analizi upoštevati tudi membranski efekt betonske plošče (Bailey, 2004; Huag s sodelavci, 2000). Numerične metode omenjenih avtorjev večinoma temeljijo na teoriji nosilcev drugega reda in upoštevajo materialno nelinearnost; praviloma pa eksplicitno ne upoštevajo viskoznega tečenja jekla pri povišanih temperaturah. Obstajajo tudi analitični izrazi za določitev požarne odpornosti sovprežnih nosilcev (Benedetti in Mangoni, 2007), ki pa temeljijo na vrsti poenostavitev.

Začetek sistematičnega ukvarjanja s problemom prevajanja topote po trdnih snoveh na naši fakulteti (UL FGG) predstavlja program HeatC (Saje in Turk, 1987). Na področju povezanega prevajanja topote in vlage pa začetek predstavlja Gamsova diplomska naloga (Gams, 2003), kjer so enačbe Luikova (1975) za analizo povezanega prevajanja topote in vlage skozi les pri sobni temperaturi rešene z diferenčno metodo. Nadalje je Luikove enačbe povezanega prevajanja topote in vlage za analizo lesenih kompozitnih nosilcev med požarom uporabil tudi Schnabl (2007). Tudi on je rešil enačbe z diferenčno metodo. Kraubergerjeva (2008) je v svoji doktorski disertaciji obstoječi postopek razširila tudi za požarno analizo prednapetih armiranobetonskih konstrukcij. V slovenskem prostoru predstavlja začetek numeričnega obravnavanja okvirnih jeklenih konstrukcij ob sočasni mehanski in požarni obtežbi računalniški program NONFIRE (Srpič, 1991). Program je zasnovan na modificirani Reissnerjevi teoriji ravninskih nosilcev in razen topotno odvisnega nelinearnega modela jekla upošteva tudi Williams-Leirov model viskoznega tečenja jekla pri povišanih temperaturah (Srpič in Vratanar, 1997; Williams-Leir, 1983). Pomembno izboljšavo in razširitev v numeričnem in vsebinskem pogledu pomeni program NFIRA (Bratina, 2003), ki je namenjen za požarno analizo armiranobetonskih linijskih konstrukcij. V programu so uporabljeni učinkoviti deformacijski linijski končni element (Planinc, 1998), ki so zasnovani na geometrijsko točni Reissnerjevi teoriji ravninskih nosilcev. Program NFIRA je v svoji disertaciji razširila Kraubergerjeva (2008) z numeričnim modelom za geometrijsko in materialno nelinearno analizo predhodno napetih betonskih linijskih konstrukcij ob sočasnem delovanju mehanske in požarne obtežbe. Numerični model za analizo sovprežnih (kompozitnih) konstrukcij pri sobni temperaturi je v svoji doktorski disertaciji prvi predstavil Čas (2004). Numerični model omogoča geometrijsko in materialno nelinearno statično analizo dvoslojnih kompozitnih ravninskih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med sloji. Ta model je kasneje Schnabl (2007) v svoji doktorski disertaciji prilagodil za analizo večslojnih lesenih linijskih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med sloji pri hkratnem delovanju mehanske in požarne obtežbe.

1.2 Vsebina dela

V doktorski disertaciji predstavimo nov matematični model in računski postopek (numerični model) za nelinearno analizo linijskih sovprežnih konstrukcij, ki so izpostavljene sočasnemu delovanju mehanske obtežbe in požara. Model razdelimo v tri fizikalno smiselne in matematično nepovezane faze. V prvi fazi, ki ni tema disertacije, določimo časovno spreminjanje temperatur zraka v požarnem prostoru. Zaradi zahtevnosti in kompleksnosti pojava določimo temperature s pomočjo požarnih krivulj. Osrednjo temo disertacije predstavljata drugi dve fazi numeričnega modela za požarno analizo sovprežnih konstrukcij iz betona in jekla.

V drugi fazi predstavljene požarne analize določimo časovno in prostorsko spreminjanje temperatur sovprežnih konstrukcij med požarom. Zaradi različnih struktur betona in jekla obravnavamo to fazo analize povezano, vendar z različnima modeloma. Prevajanje topote po jeklenem nosilcu opišemo z znano Fourierjevo parcialno diferencialno enačbo prevajanja topote po trdni snovi. Zaradi porozne strukture betona, kjer so pore med požarom zapolnjene s prosto vodo in zmesjo vodne pare in suhega zraka, prevajanje topote obravnavamo kot povezan problem prevajanja topote in vlage (proste vode

ter zmesi suhega zraka in vodne pare). Za to fazo požarne analize uporabimo numerični model, ki ga je predstavil Tenchev s sodelavci (2001), kjer poleg povezanega prevajanja topote in vlage v požarni analizi upoštevamo tudi izparevanje vode, utekočinjenje vodne pare ter dehidratacijo kemijsko vezane vode. V nadaljevanju predstavimo tudi razširjen numerični model Davieja s sodelavci (2006), s katerim v požarni analizi upoštevamo tudi vpliv kapilarnih tlakov zaradi površinskih napetosti in difuzijo adsorbirane vode. Seveda pa upoštevamo, da so vsi materialni parametri, ki nastopajo v numeričnem modelu, odvisni od temperature. Problem opišemo s sistemom treh parcialnih diferencialnih enačb, za katerega v splošnem ne poznamo analitične rešitve. Zato ga rešimo numerično z metodo končnih elementov. Uporabimo izoparametrični 4-vozliščni končni element (Zienkiewicz in Taylor, 1991) z osnovnimi neznankami: temperatura, porni tlak in gostota vodne pare. V ta namen smo izdelali računalniški program MoistureHeat v programskejem okolju MatLab. Glede na časovni značaj problema smo v program razen krajevne diskretizacije vpeljali tudi časovno. S tem namenom smo enačbe reševali inkrementno-iteracijsko, kjer smo celotni čas trajanja požara $[0, t^n]$ razdelili na n časovnih podintervalov z dolžinami Δt . Znotraj podintervalov pa smo predpostavili, da se osnovne neznanke problema spreminjajo linearно.

V tretji fazi numeričnega modela za požarno analizo sovprežnih nosilcev iz betona in jekla določimo mehanski odziv sovprežnih nosilcev ob sočasnem delovanju mehanske in temperaturne obtežbe. Razen materialne nelinearnosti upoštevamo v modelu tudi geometrijsko nelinearnost ter zdrs na stiku med jeklenim nosilcem in armiranobetosnko ploščo. To smo v modelu upoštevali tako, da smo vsak sloj sovprežnega nosilca modelirali z geometrijsko točnim modelom Reissnerjevega ravninskega nosilca (Reissner, 1972), kjer smo zanemarili vpliv strižnih deformacij na deformiranje sovprežnega nosilca. Kot je dobro znano, lahko na stiku med sloji sovprežnih konstrukcij med požarom nastopi razslojevanje oziroma delaminacija slojev v prečni in vzdolžni smeri. Ker opazna delaminacija slojev v prečni smeri praviloma nastopi šele tik pred porušitvijo sovprežne konstrukcije, v predstavljenem numeričnem modelu prečno delaminacijo zanemarimo, upoštevamo pa vzdolžno delaminacijo slojev. Tako pri izpeljavi posplošenih ravnotežnih enačb sovprežnega nosilca upoštevamo, da sta preko vmesnega sloja z debelino nič v ravnotežju zamaknjena materialna delca na stiku sovprežnega nosilca, ki sta bila soležna v nedeformirani legi. S predstavljenim numeričnim modelom lahko razen standardnih sovprežnih nosilcev iz betona in jekla analiziramo tudi betonske nosilce, ki so ob straneh ojačani z jeklenimi lamelami in vse bolj razširjene sovprežne plošče z jekleno trapezno pločevino. Seveda tudi v tej fazi požarne analize predpostavim, da so materialni parametri, s katerimi opišemo nelinearno zvezo za materialni zakon jekla, betona in armature, odvisni od temperature. Prav tako upoštevamo, da je od temperature odvisna togost stika. Posplošene ravnotežne enačbe sovprežnega nosilca rešimo z modificiranimi deformacijskimi končnimi elementi (Planinc, 1998). Za te elemente je značilno, da vzdolž referenčne osi končnega elementa interpoliramo le deformacijske količine. Skladno s tem v predstavljenem numeričnem modelu interpoliramo specifični spremembni dolžin zgornjega in spodnjega sloja sovprežnega nosilca ter predpostavljeno skupno psevdoukrivljenost sovprežnega nosilca. Izkaže se, da je za račun ugodno, če interpoliramo tudi normalno komponento kontaktne linijske obtežbe. Pripadajoči sistem nelinearnih algebrajskih enačb sovprežnega nosilca, ki določa odziv sovprežnega nosilca na sočasno delovanje mehanske in požarne obtežbe, rešimo z Newtonovo inkrementno-iteracijsko metodo. Pri tem celotni čas požara, v katerem opazujemo odziv konstrukcije $[0, t^{kon}]$, razdelimo na časovne prirastke $[t^{i-1}, t^i]$. Znotraj vsakega prirastka (inkrementa) upoštevamo znani aditivni razcep geometrijske deformacije (Srpčič, 1991). Pri tem je prirastek geometrijske deformacije betona sestavljen iz prirastkov temperaturne in mehanske deformacije ter prirastkov deformacij zaradi lezenja betona pri povišanih temperaturah in t.i. prehodnih deformacij betona. Prirastek geometrijske deformacije konstrukcijskega jekla in armature pa je sestavljen iz prirastkov temperaturnih in mehanskih deformacij in prirastkov deformacij zaradi viskoznega lezenja jekla pri povišanih temperaturah. Za kriterij porušitve sovprežnega nosilca

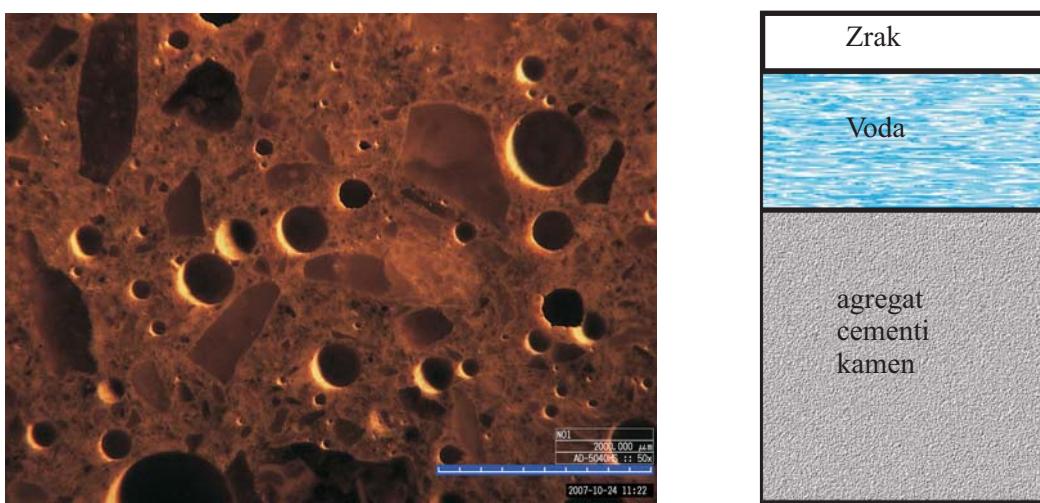
med požarom privzamemo stanje, ko postane tangentna togostna matrika konstrukcije singularna. Čas, pri katerem se to zgodi, imenujemo kritični čas, pripadajočo temperaturo pa kritična temperatura.

Disertacija ima poleg uvoda še pet poglavij. V drugem poglavju podrobno prikazujemo matematični model povezanega problema prevajanja toplote in vlage v betonu pri povišanih temperaturah med požarom. V tretjem poglavju predstavimo matematični model za določitev napetostnega in deformacijskega stanja sovprežnih nosilcev pri sočasnem delovanju mehanske in požarne obtežbe. V četrtem poglavju predstavimo način reševanja enačb povezanega prevajanja toplote in vlage ter posplošenih ravnotežnih enačb linijskega sovprežnega nosilca med požarom. Oceno natančnosti, uporabnosti in primernosti predstavljenih numerične metode za požarno analizo sovprežnih nosilcev predstavimo v petem poglavju s številnimi značilnimi računskimi primeri. Na koncu podamo zaključke.

2 OSNOVNE ENAČBE POVEZANEGA PREVAJANJA TOPLOTE IN VLAGE

2.1 Uvod

Beton je kompozitni material, sestavljen iz veziva (cementna), finega in grobega agregata ter vode in zraka. Torej je sestavljen iz treh faz: trdne (betonska matrica), kapljivine (voda) in plinaste (vodna para in zrak) (slika 2.1). Trdna faza je sestavljena iz agregata in cementnega kamna. Oba sestavna elementa trdne faze sta porozna. Na sliki 2.1, ki prikazuje mikrostrukturo aeriranega betona, se dobro vidijo pore v betonu. Glede na velikost lahko pore v betonu razdelimo v štiri skupine (Mehta, 1986): (i) pore v agregatu, (ii) gelne pore v cementnem kamnu, (iii) kapilarne pore v cementnem kamnu in (iv) pore, oziroma kar praznine v betonu zaradi slabe zgoščenosti. V porah cementnega kamna se nahajata voda in zrak. V kapilarnih porah se voda najprej absorbira (veže) na stene cementnega kamna in šele, ko so stene polno ‘zapolnjene’, začne voda zavzemati prostor v kapilarnih porah (slika 2.2). Preostanek prostora zavzema zrak. Ko tekoča voda zavzema ves prostor v kapilarnih porah in posledično v porah

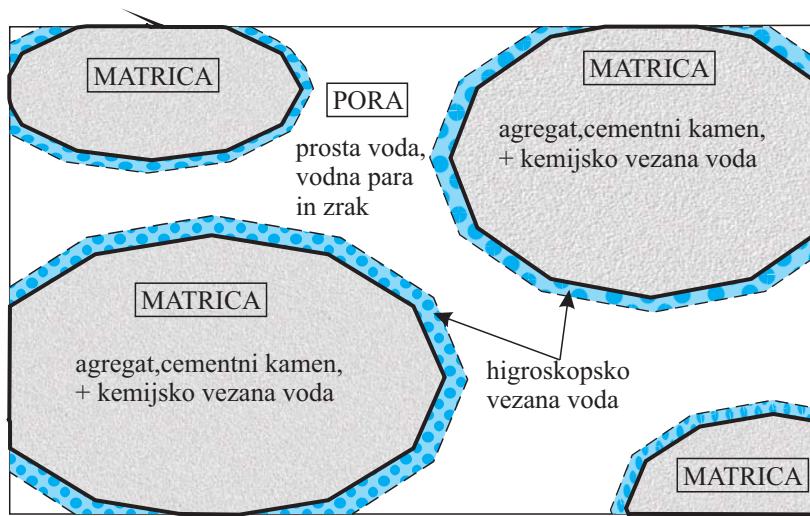


Slika 2.1: Mikrostruktura aeriranega betona (Duh s sodelavci, 2006), levo; shema zgradbe betona, desno.
Figure 2.1: Microstructure of aerated concrete (Duh s sodelavci, 2006), left; shematical structure of concrete, right.

ni zraka, govorimo o nasičenem betonu. Število in velikost kapilarnih por je v veliki meri odvisno od vodocementnega razmerja. Z izrazom prosta voda v betonu označimo tekočo vodo v kapilarnih porah, ki

lahko pri povišanih temperaturah betona potuje po porah ter izpareva. Razen proste vode pa se v betonu nahaja tudi kemijsko vezana voda, ki nastane pri vezanju cementa in vode, torej v procesu hidratacije. Nahaja se v gelskih porah in jo do procesa sproščanja (nad 80 °C) prištevamo k trdni fazi betona.

Pri povišanih temperaturah se v betonu začnejo dogajati različni kemijski in fizikalni procesi, ki povzročijo spremembo zgradbe betona (slika 2.3). Kemijski in fizikalni procesi so odvisni od temperature, hitrosti ogrevanja, velikosti mehanske obtežbe, vlažnosti betona in podobno (Khoury, 2000). Pri ogrevanju betona poteka razen prevajanja toplotne zaradi konvekcije in kondukcije tudi gibanje oziroma pretakanje vode, vodne pare in zraka po porah betona. Gibanje snovi v betonu je posledica tlačnega gradiента pa tudi vlažnostnega in temperaturnega gradienta. Seveda poteka gibanje zmesi vodne pare in zraka ter proste

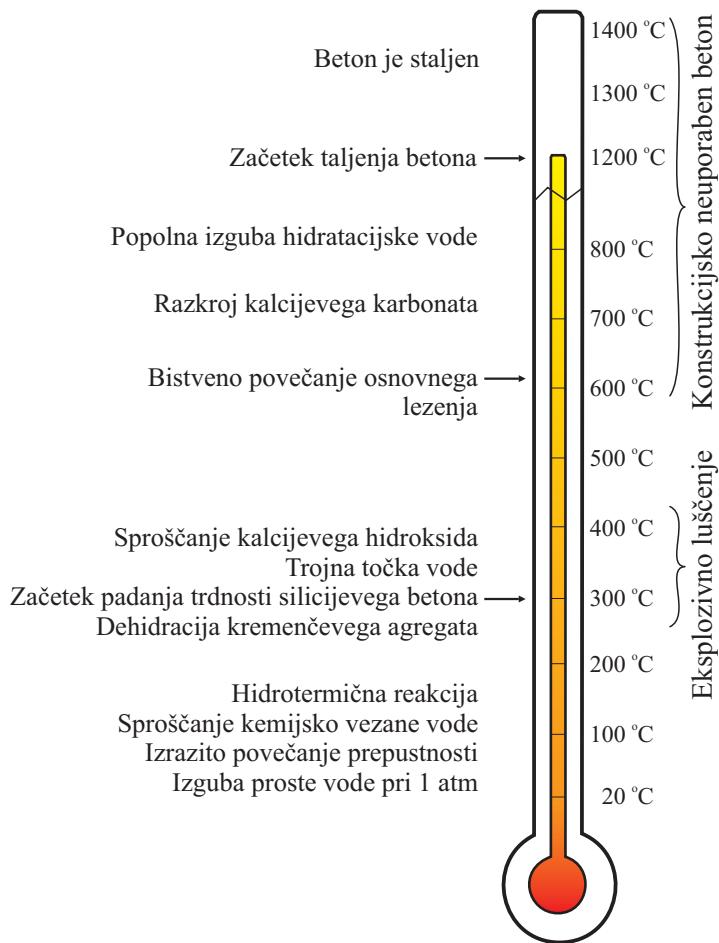


Slika 2.2: Shema razporeditve različnih faz vode v kapilarnih porah.
Figure 2.2: Schematic view of water arrangement in capillary pores.

vode v betonu med požarom navzven, kjer prestopa v oklico in navznoter, kjer se vodna para ponovno utekočini. Razen tega se pri povišanih temperaturah začne v betonu izločati tudi kemijsko vezana voda, ki še dodatno polni prostor v porah v obliki proste vode. Prosta voda sicer izpareva z višanjem temperature, vendar pri betonih z majhno poroznostjo in prepustnostjo, ki preprečuje hitrejše gibanje proste vode in vodne pare, nastopajo v porah visoki porni tlaci. Ti lahko skupaj s temperaturnimi napetostmi zaradi oviranih temperaturnih deformacij povzročijo luščenje betona. Temu neugodnemu pojavu so bistveno bolj izpostavljeni vlažni in visokotrdni betoni, ki imajo manjšo prepustnost in poroznost, kot pa navadni betoni (Anderberg, 1997). Če luščenje betona med požarom nastopi v obliki eksplozije, mu pravimo eksplozivno luščenje (Khoury, 2000; Ulm s sodelavci, 1999a; Ulm s sodelavci, 1999b).

Vidimo, da je prevajanje toplotne in vlage v poroznih materialih izrazito povezan pojav. Povišane temperature betona povzročijo izparevanje vode in povišanje pornih tlakov, ti pa predstavljajo dodatno gonilo za gibanje vode in vodne pare. Gre za pojav, ki je nestacionaren in izrazito nelinearen in kjer so vse materialne karakteristike posameznih faz (trdna, kapljevinasta in plinasta) temperaturno odvisne. Zato ta pojav zelo težko fizikalno in kemijsko detajno opišemo in posledično težko matematično modeliramo; zato so pri požarni analizi gradbenih konstrukcij potrebne določene poenostavitve.

V strokovni literaturi zasledimo številne raziskave o modeliranju povezanega prevajanja toplotne in vlage v betonu. V preprostejših modelih sta prevajanje toplotne in vlage v betonu obravnavana ločeno, natančnejsi modeli pa obravnavajo pojav povezano. (Abrams, 1961; Ahmed s sodelavci, 1991; Ahmed s sodelavci, 1999; Bažant in Kaplan, 1996; Dal Pont s sodelavci, 2005; Davie s sodelavci, 2006; Gawin s sodelavci,



Slika 2.3: Obnašanje betona pri povišanih temperaturah (Khoury, 2000).
Figure 2.3: Behaviour of concrete at elevated temperatures (Khoury, 2000).

2003; Ichikawa in England 2004; Obeid s sodelavci, 2001; Tenchev s sodelavci, 2001). Parcialne diferencialne enačbe, ki opisujejo problem povezanega prevajanja toplotne in vlage, pogosto raziskovalci rešujejo z diferenčno metodo. Uporaba diferenčne metode je sicer razmeroma preprosta, vendar je omejena le na geometrijsko zelo regularne primere. Za geometrijsko bolj zapletene konstrukcije je primernejša metoda končnih elementov. V nadaljevanju prikazujemo matematični model povezanega prevajanja toplotne in vlage, ki ga je predstavil Tenchev s sodelavci (2001) (osnovni model) in nekoliko razširjen (modificiran) model, ki ga je predstavil Davie s sodelavci (2006).

2.2 Osnovne enačbe

Povezano prevajanje toplotne in vlage v betonu matematično opišemo s sistemom kontinuitetnih enačb za ohranitev mase, in sicer vsako od snovi (faz), ki sestavljajo beton, posebej ter z enačbo o ohranitvi energije. Kontinuitetne enačbe so (Tenchev s sodelavci, 2001):

- kontinuitetna enačba za ohranitev mase proste vode:

$$\underbrace{\frac{\partial(\varepsilon_{FW}\rho_L)}{\partial t}}_a = \underbrace{-\nabla \cdot \mathbf{J}_{FW}}_b - \underbrace{\dot{E}_{FW}}_c + \underbrace{\frac{\partial(\varepsilon_D\rho_L)}{\partial t}}_d, \quad (2.1)$$

- kontinuitetna enačba za ohranitev mase vodne pare:

$$\frac{\partial(\varepsilon_G\tilde{\rho}_V)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_V - \dot{E}_{FW}, \quad (2.2)$$

- kontinuitetna enačba za ohranitev mase zraka:

$$\frac{\partial(\varepsilon_G\tilde{\rho}_A)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_A. \quad (2.3)$$

V enačbah (2.1)–(2.3) pomeni \mathbf{J}_i masni tok faze i , ε_i je volumski delež faze i , ρ_i je gostota faze i (masa volumske enote betona), \dot{E}_L količina izparjene proste vode, t je čas. Indeks $i = FW, V, A$ predstavlja vsako fazo zase, torej predstavlja FW prosto vodo, V vodna paro in A suh zrak. Simbol $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ je Hamiltonov operator. V enačbi (2.1) člen a predstavlja časovno spremembo proste vode na enoto volumna porognega materiala, člen b je voda, ki se pretaka s konvekcijo, člen c predstavlja izgubo proste vode v porah zaradi izparevanja in člen d predstavlja povečanje količine proste vode v porah betona zaradi dehidratacije kemijsko vezane vode. Podoben je pomen posameznih členov v enačbah (2.2) in (2.3), s to razliko, da gre tokrat za obravnavanje vodne pare oziroma suhega zraka. Omenimo še, da je dehidratacija kemijsko vezane vode v betonu upoštevana le v kontinuitetni enačbi za ohranitev proste vode (člen d v enačbi 2.1), saj smo predpostavili, da se kemijsko vezana voda sprošča v obliki proste vode in se kot taka ne pretaka po betonu. Energijsko kontinuitetno enačbo zapišemo v naslednji obliki:

$$\underbrace{(\rho c)\frac{\partial T}{\partial t}}_a = \underbrace{-\nabla \cdot (-k\nabla T)}_b - \underbrace{(\rho c v) \cdot \nabla T}_c - \underbrace{\lambda_E \dot{E}_{LFW}}_d - \underbrace{\lambda_D \frac{\partial(\varepsilon_D\rho_L)}{\partial t}}_e. \quad (2.4)$$

Tu je ρc specifična toplota betona, k je toplotni prevodnostni koeficient betona, $\rho c v$ je notranja energija vlage zaradi toka tekočin, λ_E je latentna toplota izparevanja (oziora utekočinjenja), λ_D je latentna toplota dehidracije ter T temperatura. V energijski enačbi (2.4) predstavlja člen a spremembo notranje energije betona, člen b predstavlja dovedeno energijo zaradi prevajanja toplote (Fourierov zakon), c je dovedena energija zaradi gibanja tekočin (konvekcije), d je energija, ki je potrebna za izparevanje vode, člen e pa predstavlja potrebno energijo za sproščanje kemijsko vezane vode v betonu z dehidracijo.

2.2.1 Konstitucijske zveze

Skladno z modelom Tencheva s sodelavci (2001) v nadaljevanju predstavimo konstitucijske zakone, s katerimi opišemo masni tok suhega zraka, vodne pare in proste vode. Upoštevamo Darcyjev in Fickov zakon, ter zanemarimo difuzijo adsorbirane vode na površini por, ker je tok te vode zanemarljivo majhen. Pri tem sta gradienta tlaka in koncentracije snovi tista, ki povzročata gibanje zraka, vodne pare in proste

vode po porah betona. Tako zapišemo:

$$\mathbf{J}_A = \varepsilon_G \tilde{\rho}_A \mathbf{v}_G - \varepsilon_G \tilde{\rho}_G D_{AV} \nabla \left(\frac{\tilde{\rho}_A}{\tilde{\rho}_G} \right), \quad (2.5)$$

$$\mathbf{J}_V = \varepsilon_G \tilde{\rho}_V \mathbf{v}_G - \varepsilon_G \tilde{\rho}_G D_{VA} \nabla \left(\frac{\tilde{\rho}_V}{\tilde{\rho}_G} \right), \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J}_{FW} = \varepsilon_{FW} \rho_L \mathbf{v}_L. \quad (2.7)$$

V enačbah (2.5)–(2.7) je D_{AV} difuzijski koeficient zraka v vodni pari in D_{VA} difuzijski koeficient vodne pare v zraku, ki sta enaka (Cengel, 1998), vendar odvisna od temperature in pornega tlaka; \mathbf{v}_G in \mathbf{v}_L sta hitrosti plinaste zmesi in proste vode posameznega masnega toka. Ker so pore v betonu zelo majhne, oziroma je tok vode in plinaste zmesi v betonu laminaren, velja linearni zakon upora, znan kot Darcyjev zakon. Tako določimo \mathbf{v}_G in \mathbf{v}_L z naslednjima enačbama:

$$\mathbf{v}_G = \frac{KK_G}{\mu_G} \nabla P_G, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{v}_L = \frac{KK_L}{\mu_L} \nabla P_L, \quad (2.9)$$

kjer je K prava prepustnost suhega betona, K_G in K_L pa sta relativni prepustnosti plinaste in kapljevinaste faze v betonu; μ_G in μ_L sta dinamični viskoznosti teh faz, pripadajoča tlaka pa sta P_G ter P_L . Z modelom Tencheva s sodelavci (2001) predpostavimo, da je tlak plinaste zmesi enak tlaku proste vode v porah betona, $P_G = P_L$, kar pomeni, da je kapilarni tlak enak nič. To sicer velja, če imamo polno zasičene pore, drugače pa ne. Kar nekaj polemik o upravičenosti te predpostavke lahko zasledimo v strokovni literaturi (Gawin s sodelavci, 2007, Tenchev in Purnell 2007), ki pa zaenkrat dokončnega odgovora ne dajo. Upoštevamo $P_G = P_L$ v enačbi (2.9) dobimo:

$$\mathbf{v}_L = \frac{KK_L}{\mu_L} \nabla P_G. \quad (2.10)$$

V nadaljevanju tudi predpostavimo, da se suh zrak in vodna para v betonu obnašata kot idealna plina. Skladno s tem upoštevamo Daltonov zakon, ki pravi, da je tlak zmesi pri dani prostornini in dani temperaturi enak vsoti delnih tlakov. Enakovredna interpretacija z delnimi prostorninami, ki pravi, da je prostornina plinske zmesi enaka vsoti delnih prostornin, ki bi jih pri danem tlaku in temperaturi zavzela vsaka sestavina zase. Tako dobimo:

$$P_A = R_A \tilde{\rho}_A T, \quad (2.11)$$

$$P_V = R_V \tilde{\rho}_V T, \quad (2.12)$$

$$P_G = P_A + P_V \quad \text{ter} \quad \tilde{\rho}_G = \tilde{\rho}_A + \tilde{\rho}_V, \quad (2.13)$$

kjer sta R_A in R_V plinski konstanti suhega zraka in vodne pare, P_A in P_V pa njuna tlaka.

Delež proste vode v betonu, $\bar{\rho}_{FW} = \varepsilon_{FW} \rho_L$, določimo s pomočjo adsorpcijskih izoterm, ki sta jih podala Bažant in Kaplan (1996). Ta delež je odvisen od količine cementa, relativne vlažnosti in temperature. Določimo ga z enačbami:

$$\bar{\rho}_{FW} = \begin{cases} \varepsilon_{cem} \rho_{cem} \left(\frac{\varepsilon_{FW}^0 \rho_L}{\varepsilon_{cem} \rho_{cem}} \frac{P_V}{P_{sat}} \right)^{1/m} & \left(\frac{P_V}{P_{sat}} \right) \leq 0.96 \\ \varepsilon_{FW}^0 \rho_L \left[1 + 0.12 \left(\frac{P_V}{P_{sat}} + 1.04 \right) \right] & \left(\frac{P_V}{P_{sat}} \right) \geq 1.04 \\ \bar{\rho}_{FW,0.96} + \left(\frac{P_V}{P_{sat}} - 0.96 \right) \frac{\bar{\rho}_{FW,1.04} - \bar{\rho}_{FW,0.96}}{0.08} & 0.96 < \left(\frac{P_V}{P_{sat}} \right) < 1.04 \end{cases}, \quad (2.14)$$

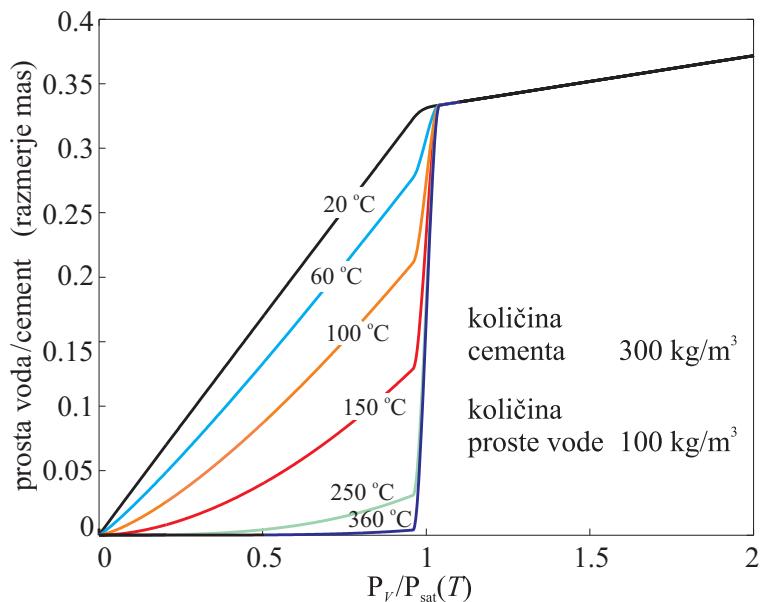
kjer je $\varepsilon_{cem}\rho_{cem}$ začetna količina cementa v betonu na enoto volumna betona, $\varepsilon_{FW}^0\rho_L$ je začetna količina proste vode v betonu, v nadaljevanju jo označimo z $\bar{\rho}_{FW}^0$, P_{sat} je nasičen parni tlak, ki je odvisen od temperature T , ρ_L je gostota vode in razmerje $\left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right)$ je relativna vlažnost zraka v porah. Izraz $\bar{\rho}_{FW,1.04}$ predstavlja količino proste vode v porah betona pri temperaturi T in razmerju tlakov $\frac{P_V}{P_{sat}} = 1.04$, medtem ko $\bar{\rho}_{FW,0.96}$ predstavlja količino proste vode pri razmerju tlakov $\frac{P_V}{P_{sat}} = 0.96$. Parameter m v enačbi (2.14) je odvisen od temperature in je določen z izrazom:

$$m = 1.04 - \frac{(T + 10)^2}{(T + 10)^2 + 22.3(25 + 10)^2}. \quad (2.15)$$

Razmerje tlakov $\left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right) \geq 1.04$ določa polno zasičen beton (voda zaseda ves prostor v porah), delno zasičen beton pa je določen z razmerjem tlakov $\left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right) \leq 0.96$. V enačbi (2.14) je povezava med zasičenim in delno zasičenim betonom linear. Z numeričnimi študijami smo ugotovili, da je konvergenca numeričnega modela boljša, če prehodno fazo modeliramo s polinomom višje stopnje. Pri tem pa zahtevamo, da so odvodi $\partial\varepsilon_{FW}/\partial(\frac{P_V}{P_{sat}})$, $\partial\varepsilon_{FW}/\partial T$ in $\partial\varepsilon_{FW}/\partial\bar{\rho}_V$ zvezni na začetku in na koncu vmesnega intervala. Skladno s tem izračunamo količino proste vode v porah betona med požarom na intervalu $0.96 < \left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right) < 1.04$ z izrazom:

$$\varepsilon_{FW} = a \left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right)^3 + b \left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right)^2 + c \left(\frac{P_V}{P_{sat}}\right) + d, \quad (2.16)$$

kjer so temperaturno odvisni parametri polinoma a, b, c in d določeni tako, da zadoščajo prej omenjeni zahtevi o zveznosti odvodov na začetku in koncu intervala. Enačbe za določitev proste vode (2.14) veljajo samo za temperature pod kritično točko vode, $T \leq 374,15^\circ\text{C}$. Pri višjih temperaturah proste vode v betonu ni in zato nasičen parni tlak ni definiran. Na sliki (2.4) grafično prikazujemo potek adsorpcijskih izoterm pri izbranih temperaturah za $\varepsilon_{cem}\rho_{cem} = 300 \text{ kg/m}^3$ in $\bar{\rho}_{FW}^0 = 100 \text{ kg/m}^3$. Prostorninski



Slika 2.4: Adsorpcijske izoterme pri izbranih temperaturah.

Figure 2.4: Sorption isothermes for various temperatures.

delež plinaste zmesi, ε_G , določimo z enačbo:

$$\varepsilon_G = p_{or} - \varepsilon_{FW}, \quad (2.17)$$

kjer je p_{or} od temperature odvisna poroznost betona. Med požarom prihaja v betonu zaradi povišanih temperatur do sprememb v strukturi betona in s tem do povečanja začetne poroznosti betona, p_{or}^0 . To je posledica različnih procesov med požarom kot so sproščanje kemijsko vezane vode v cementnem kamnu, kemijski razkroj agregata, temperaturne deformacije in mikrorazpoke. Tako začetna kot tudi trenutna poroznost betona je v veliki meri odvisna od temperature in od vodocemetnega faktorja. Detajlno študijo o strukturi por pri povišanih temperaturah v betonu med požarom najdemo v knjigi Bažanta in Kaplana (1996). Tukaj predstavimo le zvezo, ki določa spremicanje poroznosti s temperaturo:

$$p_{or} = p_{or}^0 \cdot \begin{cases} 1 & T < 100 \\ aT^3 + bT^2 + cT + d & 100 \leq T \leq 800 \\ 3 & T > 800 \end{cases}. \quad (2.18)$$

Kot vidimo v enačbi (2.18), je poroznost konstantna do temperature 100°C in nad temperaturo 800°C, na vmesnem intervalu pa se spreminja po kubičnem zakonu. Koeficienti a , b , c in d so določeni tako, da se poroznost spreminja zvezno in da so zvezni tudi njeni odvodi $\partial p_{or}/\partial T$. V realnejših modelih je spremicanje poroznosti odvisno tudi od pornih tlakov. Z poviševanjem temperatur med požarom se spreminja tudi prava prepustnost betona K . Ta je odvisna od poroznosti betona in se skladno z modelom Tencheva s sodelavci (2001) spreminja z enačbo:

$$K = \left(\frac{p_{or}}{p_{or}^0} \right)^{2/3} K^0, \quad (2.19)$$

kjer je K^0 začetna prava prepustnost betona pri sobni temperaturi.

Dodatno v predstavljenem numeričnem modelu zanemarimo člen ρ_{CV} , ki predstavlja spremicanje notranje energije betona zaradi toka tekočin in prevodnost betona, k , za vlažne betone. Člen ρ_{CV} bi bilo potrebno v numeričnem modelu upoštevati, če za prevodnost betona privzamemo vrednosti, ki so določene za absolutno suh beton.

2.2.2 Modificiran model

Davie s sodelavci (2006) so model Tencheva s sodelavci (2001) razširili tako, da so v modelu upoštevali dva pomembna pojava: vpliv kapilarnega tlaka in difuzijo fizikalno vezane, adsorbirana vode. Avtorji so model dopolnili skladno z analizami, ki so jih predstavili Gawin s sodelavci (2003). Vodo v betonu sestavlja dve komponenti, in sicer prosta voda in adsorbirana voda na površini cementnega kamna (slika 2.2). Tok proste vode v porah betona povzroča tlačni gradient, medtem ko difuzija adsorbirane vode poteka v odvisnosti od stopnje nasičenosti adsorbirane vode. Skladno s temi predpostavkami se v modelu Tencheva s sodelavci (2001) spremeni le enačba za masni tok proste vode (2.7):

$$\mathbf{J}_{FW} = \underbrace{\left(1 - \frac{S_B}{S} \right) \varepsilon_{FW} \rho_L \mathbf{v}_L}_a + \underbrace{\left(\frac{S_B}{S} \right) \varepsilon_{FW} \rho_L \mathbf{v}_B}_b. \quad (2.20)$$

Pri tem je S stopnja nasičenosti proste vode, S_B je stopnja nasičenosti adsorbirane vode in \mathbf{v}_B je hitrost adsorbirane vode. Člen a v enačbi (2.20) predstavlja komponento proste vode, člen b pa komponento

adsorbirane vode. Stopnja nasičenosti S je določena kot volumsko razmerje med deležem proste vode in poroznostjo betona

$$S = \frac{\varepsilon_{FW}}{p_{or}}, \quad (2.21)$$

stopnja nasičenosti adsorbirane vode pa z zvezo:

$$S_B = \begin{cases} S; & S \leq S_{SSP} \\ S_{SSP}; & S > S_{SSP} \end{cases}. \quad (2.22)$$

Tu je S_{SSP} zgornja meja nasičenosti z adsorbirano vodo. S pomočjo enačbe (2.22) in enačbe za masni tok proste vode (2.20) ugotovimo, da je masni tok v celoti enak toku adsorbirane vode, tok proste vode nastopi šele za $S > S_{SSP}$. To je skladno s predpostavko (Gawin s sodelavci, 2003), da voda v betonu najprej zapolni gelne pore, nato se ‘prilepi’ na stene kapilarnih por do maksimalne zasičenosti in šele nato se preostali delež vode razporedi v kapilarnih porah. Razen tega v modificiranem modelu Daviea s sodelavci (2006) upoštevamo tudi vpliv kapilarnih tlakov na povišanje topote in vlage. Ker sedaj $P_G \neq P_L$, določimo tlak proste vode z naslednjo enačbo:

$$P_L = P_G - P_C, \quad (2.23)$$

kjer kapilarni tlak, P_C , določimo z Kelvinovo enačbo:

$$P_C = -R_V T \rho_L \ln \left(\frac{P_V}{P_{sat}} \right). \quad (2.24)$$

Zaradi različnih tlakov sedaj izračunamo hitrost vode \mathbf{v}_L s prvotno enačbo (2.9), hitrost adsorbirane vode pa z enačbo:

$$\mathbf{v}_B = -D_B \nabla S_B. \quad (2.25)$$

Difuzijski koeficient adsorbirane vode, D_B , določimo z empirično zvezo (Davie s sodelavci, 2006):

$$D_B = D_B^0 \exp \left(-2.08 \frac{S}{S_{SSP}} \frac{T}{T_{ref}} \right), \quad (2.26)$$

kjer je $D_B^0 = 1.57 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 / \text{s}$ in $T_{ref} = 295 \text{ K}$.

Konstitucijske zveze pri osnovnem modelu Tencheva s sodelavci (2001) in pri modificiranem modelu Daviea s sodelavci (2006) so enake, razlika je le v zvezi, ki opisuje relativno prepustnost plinaste in kapljevinaste faze v betonu, K_G in K_L . Tenchev s sodelavci (2001) so v svojem modelu predpostavili, da je relativna prepustnost kapljevinaste faze konstantna in neodvisna od temperature ter je $K_L = 0.01$. Relativna prepustnost plinaste faze pa je določena kot linearne funkcije stopnje nasičenosti S :

$$K_G = 1 - S. \quad (2.27)$$

V modificiranem modelu (Davie s sodelavci, 2006), kjer je posebej upoštevan vpliv adsorbirane vode in kapilarnega tlaka, sta obe relativni prepustnosti določeni kot funkciji stopnje nasičenosti S z zvezo, ki jo je razvil Van Genuchten in so jo v svojem delu predstavili Baroghel-Bouny s sodelavci (1999)

$$K_L = \sqrt{S} \left(1 - \left(1 - S^{1/m} \right)^m \right)^2, \quad (2.28)$$

$$K_G = \sqrt{1 - S} (1 - S^{1/m})^{2m}. \quad (2.29)$$

Pri tem je koeficijen $m = 1/2.2748 = 0.439599$.

2.2.3 Formulacija robnega problema povezanega prevajanja toplotne in vlage

2.2.3.1 Sistem diferencialnih enačb

S pomočjo kontinuitetnih enačb (2.1)–(2.3) in energijske enačbe (2.4) določa povezan problem prevajanja toplotne in vlage v betonu med požarom naslednji sistem parcialnih diferencialnih enačb:

$$\frac{\partial(\varepsilon_G \tilde{\rho}_A)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_A, \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon_G \tilde{\rho}_V)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon_{FW} \rho_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon_D \rho_L)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{J}_L + \mathbf{J}_V), \quad (2.31)$$

$$(\underline{\rho c}) \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_E \frac{\partial(\varepsilon_{FW} \rho_L)}{\partial t} + (\lambda_D + \lambda_E) \frac{\partial(\varepsilon_D \rho_L)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \lambda_E \nabla \cdot \mathbf{J}_L - (\underline{\rho c} \mathbf{v}) \cdot \nabla T. \quad (2.32)$$

Osnovne spremenljivke problema so temperatura T , porni tlak plinaste zmesi P_G , in gostota vodne pare $\tilde{\rho}_V$. Ko enačbe (2.30)–(2.32) eksplicitno izrazimo z osnovnimi spremenljivkami, dobimo:

$$C_{TT} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{TP} \frac{\partial P_G}{\partial t} + C_{TV} \frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial t} = \nabla \cdot (K_{TT} \nabla T + K_{TP} \nabla P_G + K_{TV} \nabla \tilde{\rho}_V), \quad (2.33)$$

$$C_{AT} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{AP} \frac{\partial P_G}{\partial t} + C_{AV} \frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial t} = \nabla \cdot (K_{AT} \nabla T + K_{AP} \nabla P_G + K_{AV} \nabla \tilde{\rho}_V), \quad (2.34)$$

$$C_{MT} \frac{\partial T}{\partial t} + C_{MP} \frac{\partial P_G}{\partial t} + C_{MV} \frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial t} = \nabla \cdot (K_{MT} \nabla T + K_{MP} \nabla P_G + K_{MV} \nabla \tilde{\rho}_V). \quad (2.35)$$

Koeficiente C_{ij} in K_{ij} ($i = T, A, M$, $j = T, P, V$) določimo skladno s konstitucijskimi modeli, ki smo jih opisali v prejšnjem poglavju. Podrobnejši opis in izpeljave členov v enačbah (2.33)–(2.35) so za osnovni model prikazani v članku Tencheva s sodelavci (2001), za modificiran model pa v članku Davie s sodelavci (2006). Sistem diferencialnih enačb (2.33)–(2.35) rešimo numerično.

2.2.3.2 Začetni in robni pogoji ter pogoji na stiku

Za rešitev enačb (2.33)–(2.35) moramo definirati ustrezne začetne in robne pogoje. Začetni pogoji so naslednji: $T(t=0) = T^0$, $P_G(t=0) = P_G^0$, $\tilde{\rho}_V(t=0) = \tilde{\rho}_V^0$, $\varepsilon_{FW} \rho_L(t=0) = \varepsilon_{FW}^0 \rho_L$, $P_V(t=0) = P_{sat}(T^0)$. Robne pogoje pa lahko razdelimo v dve skupini. Pri prvi skupini so na robu predpisane osnovne količine $T = \hat{T}(t)$, $P_G = \hat{P}_G(t)$, $\tilde{\rho}_V = \hat{\rho}_V(t)$, pri drugi pa sta na robu predpisani gostoti toplotnega in masnega pretoka. Toplotni površinski pretok določa enačba:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla T \equiv \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{h_{qr}}{k} (T_\infty - T), \quad (2.36)$$

kjer je \mathbf{n} enotski vektor normale na zunanjji površini betona, T_∞ temperatura okolice, k toplotno prevodnostni koeficient betona in $h_{qr} = h_q + h_r$ prestopni koeficient. Sestavljata ga konvekcijski del, h_q , in radiacijski del, h_r . Masni površinski pretok pa izračunamo z enačbo:

$$\mathbf{J}_V \cdot \mathbf{n} = -\beta (\tilde{\rho}_{V,\infty} - \tilde{\rho}_V), \quad (2.37)$$

kjer sta $\tilde{\rho}_{V,\infty}$ gostota vodne pare okolice in β masni prestopni koeficient, določen z izrazom (Cengel, 1998):

$$\beta = \frac{h_q}{(\rho C)_{air}} \left(\frac{D_{AV}(T_\infty)}{\alpha_{air}} \right)^{2/3}. \quad (2.38)$$

V enačbi (2.38) sta $(\rho C)_{air}$ in α_{air} specifična toplota in difuzijski koeficient zraka. Ker je difuzijski koeficient vodne pare v zraku enak difuzijskemu koeficientu zraka v vodni pari, ju določimo z enačbo (Atkison in Nickerson, 1984; Cengel, 1998):

$$D_{AV} = D_{VA} = D \frac{\delta}{\tau^2}, \quad D = 1.87 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T^{2.072}}{P_G} \right), \quad (2.39)$$

kjer je D atmosferski difuzijski koeficient. Zaradi zapletene strukture por je difuzijski koeficient v betonu manjši od atmosferskega; to v enačbi upoštevamo s faktorjem $\delta = 0.5$ in $\tau = 3$, ki upoštevata vpliv ukrivljenosti in zoženja por v betonu.

Na toplotno izoliranem robu betona velja, da je toplotni pretok enak nič, torej $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$. Podobno velja tudi za masni tok. Razen začetnih in robnih pogojev pa moramo pri sovprežnih nosilcih iz betona in jekla predpisati tudi pogoje na stiku. Običajno predpostavimo, da jekleni nosilec ali pa trapezna pločevina na stiku z betonom predstavlja za beton parno zaporo. V tem primeru na stiku velja $\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_V = 0$ in $\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$. Nekoliko bolj zahtevno je modeliranje gostote toplotnega toka na stiku. V splošnem lahko toplotni tok na stiku modeliramo z enačbo (Wriggers, 2002):

$$q_n = \hat{q}_n(T_c, T_s, p_n) = \hat{h}(T_c, T_s, p_n)(T_c - T_s), \quad (2.40)$$

kjer je \hat{h} prestopni koeficient, T_c temperatura betona na stiku, T_s temperatura jekla na stiku in p_n normalna kontaktna napetost na stiku. Prestopni koeficient je sestavljen iz konduksijskega, konvekcijskega in radiacijskega dela, torej

$$\hat{h} = \hat{h}_c + \hat{h}_{qr}. \quad (2.41)$$

Tako formuliran termomehanski kontakt je numerično zelo zahteven. Zato v tej disertaciji predpostavimo, da na stiku med jekлом in betonom velja

$$\mathbf{n}_c \cdot (-k_c \nabla T) = \mathbf{n}_s \cdot (-k_s \nabla T). \quad (2.42)$$

2.3 Termični parametri

Znano je, da se termični parametri betona in drugih gradbenih materialov spreminjajo s temperaturo. V literaturi zasledimo različne vrednosti termičnih parametrov betona v odvisnosti od temperature. Taka razpršenost teh vrednosti je posledica nenatančnosti inštrumentov in težavnosti merjenj pri povišanih temperaturah med požarom. Zato v disertaciji prikazujemo le tiste, ki jih kasneje uporabimo v računskih primerih. Razen termičnih parametrov betona se s temperaturo spreminjajo termični parametri konstrukcijskega jekla. Ker jeklo ni porozen material, torej v jeklu ni vlage, določa prevajanje toplotne v jeklu le dobro znana Fourierjeva enačba prevajanja toplotne:

$$(\rho_s c_s) \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot (-k_s \nabla T). \quad (2.43)$$

Skladno s to enačbo pri jeklu prikazujemo le spreminjanje gostote ρ_s , specifične toplotne c_s in toplotne prevodnosti k_s s temperaturo. V splošnem so termični parametri betona razen od temperature odvisni še od količine cementa, vodo-cementnega razmerja, poroznosti in podobno. Kljub temu pa v literaturi najpogosteje oziroma skoraj vedno zasledimo le izraze za spreminjanje termičnih parametrov s temperaturo.

2.3.1 Termični parametri trdne faze betona

2.3.1.1 Koeficient toplotne prevodnosti trdne faze betona

Toplotna prevodnost je materialni parameter, ki nam pove, koliko energije se prenese na enoto površine skozi 1m debelo plast snovi v eni sekundi, če je temperaturna razlika med krajnjima točkama enaka 1K. Za normalne betone podaja standard EN 1992-1-2 (2005) spremenjanje koeficiente toplotne prevodnosti betona v odvisnosti od temperature z zgornjo mejo:

$$\lambda_c(T) = 2.0 - 0.2451(T/100) + 0.0107(T/100)^2 \text{ W/mK}; \quad 20^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C}, \quad (2.44)$$

in s spodnjo mejo:

$$\lambda_c(T) = 1.36 - 0.136(T/100) + 0.0057(T/100)^2 \text{ W/mK}; \quad 20^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C}. \quad (2.45)$$

V nadaljevanju prikazujemo tudi spremenjanje toplotne prevodnosti betona s temperaturo kot so ga v svojem modelu uporabili Tenchev s sodelavci (2001). Enak izraz je bil podan tudi v predstandru Evorkod 2 (prEN1992-1-2, 2000) in je

$$\lambda_c(T) = 2.0 - 0.24(T/120) + 0.012(T/120)^2 \text{ W/mK}; \quad 20^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C}. \quad (2.46)$$

Zaradi večje nazornosti prikazujemo na sliki 2.5a spremenjanje λ_c s temperaturo za vse modele.

2.3.1.2 Specifična toplota trdne faze betona

Specifična toplota c snovi pove, koliko toplotne moramo dovesti 1kg snovi, da bi se ta segrela za 1K. Tudi spremenjanje specifične toplotne trdne faze betona c_c s temperaturo prikazujemo skladno s standardom EN 1992-1-2 (2005) ter z izrazom, ki so ga uporabili Tenchev s sodelavci (2001). Specifična toplota betona skladno z standardom EN 1992-1-2 (2005) je:

$$c_c(T) = \begin{cases} 900 \text{ J/kgK}; & 20^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C} \\ 900 + (T - 100) \text{ J/kgK}; & 1000^\circ\text{C} < T \leq 200^\circ\text{C} \\ 1000 + (T - 200)/2 \text{ J/kgK}; & 200^\circ\text{C} < T \leq 400^\circ\text{C} \\ 1100 \text{ J/kgK}; & 400^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases}. \quad (2.47)$$

Spreminjanje specifične toplotne s temperaturo, skladno z modelom Tencheva s sodelavci (2001) pa je:

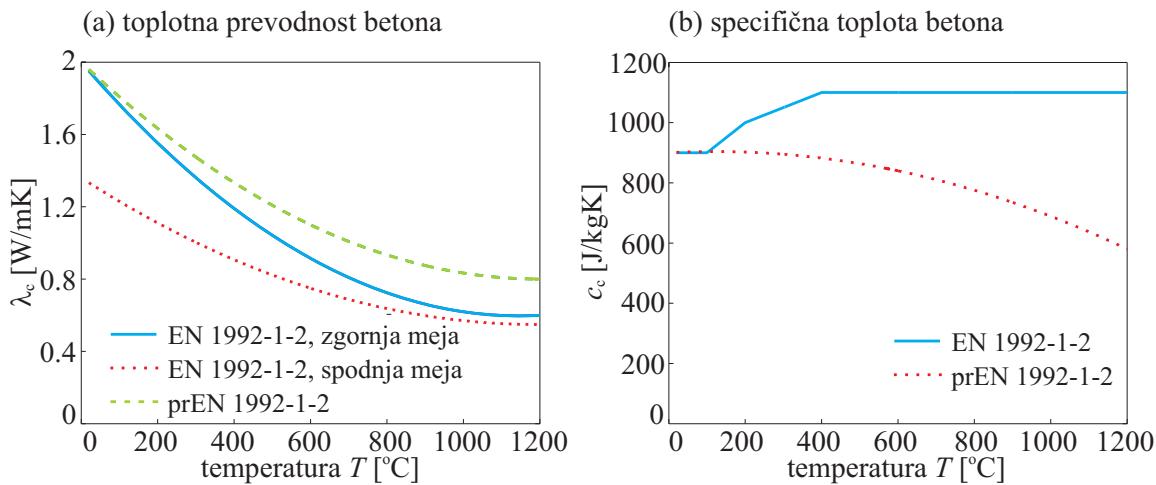
$$c_c(T) = 900 + 80(T/120) - 4(T/120)^2 \text{ J/kgK}; \quad 20^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C}. \quad (2.48)$$

Spreminja specifične toplotne trdne faze betona v odvisnosti od temperature prikazujemo na sliki 2.5b:

2.3.1.3 Gostota trdne faze betona

Z višanjem temperature se spreminja tudi gostota trdne faze betona (Purkis, 1996). Spreminjanje gostote betona v odvisnosti od temperature je predvideno tudi v standardu EN 1992-1-2 (2005). Ker pa se gostota betona malo spreminja s temperaturo, zaradi poenostavitev privzamemo konstantno gostoto trdne faze betona, ki je enaka gostoti pri sobni temperaturi (Davie s sodelavci, 2006; Gawin s sodelavci, 2003; Tenchev s sodelavci, 2001). Gostota trdne faze betona je:

$$\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3. \quad (2.49)$$



Slika 2.5: (a) Spreminjanje specifične toplope betona v odvisnosti od temperature. (b) Spreminjanje toplotne prevodnosti betona v odvisnosti od temperature.

Figure 2.5: (a) Thermal conductivity of concrete as function of temperature. (b) Specific heat of concrete as function of temperature.

2.3.2 Termični parametri jekla

2.3.2.1 Koeficient toplotne prevodnosti jekla

Spreminjanje toplotne prevodnosti jekla v odvisnosti od temperature privzamemo skladno s standardom EN 1993-1-2 (2005):

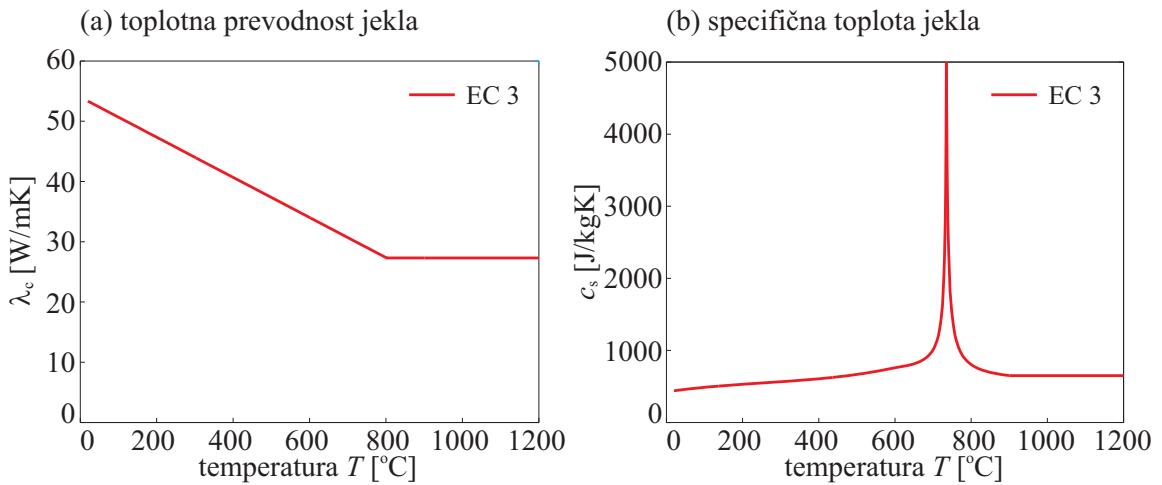
$$\lambda_s(T) = \begin{cases} 54 - 3.33 \cdot 10^{-2} T \text{ W/mK}; & 20^\circ\text{C} \leq T \leq 800^\circ\text{C} \\ 27.3 \text{ W/mK}; & 800^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.50)$$

2.3.2.2 Specifična toploplota jekla

Spreminjanje specifične toplope jekla v odvisnosti od temperature prav tako privzamemo skladno s standardom EN 1993-1-2 (2005):

$$c_s(T) = \begin{cases} 425 + 0.773 T - 1.69 \cdot 10^{-3} T^2 + 2.22 \cdot 10^{-6} T^3 \text{ J/kgK}; & 20^\circ\text{C} \leq T < 600^\circ\text{C} \\ 666 + \frac{13002}{738 - T_a} \text{ J/kgK}; & 600^\circ\text{C} \leq T < 735^\circ\text{C} \\ 545 + \frac{17820}{T_a - 731} \text{ J/kgK}; & 735^\circ\text{C} \leq T < 900^\circ\text{C} \\ 650 \text{ J/kgK}; & 900^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases} \quad (2.51)$$

Tudi sedaj zaradi večje nazornosti grafično prikazujemo spremenjanje toplotne prevodnosti in specifične toplope jekla v odvisnosti od temperature na sliki 2.6. Kot vidimo na sliki 2.6b, je pri temperaturi okoli 730 °C veliko povečanje specifične toplope jekla. To je posledica prehoda jekla iz ferit-perlitne strukture v avstenitno strukturo.



Slika 2.6: (a) Spreminjanje toplotne prevodnosti jekla v odvisnosti od temperature. (b) Spreminjanje specifične toplote jekla v odvisnosti od temperature.

Figure 2.6: (a) Thermal conductivity of steel as function of temperature. (b) Specific heat of steel as function of temperature.

2.3.2.3 Gostota jekla

Kakor pri betonu tudi pri jeklu privzamemo, da se gostota jekla ne spreminja bistveno s temperaturo, zato privzamemo konstantno vrednost, ki je skladno z EN 1993-1-1 (2004):

$$\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3. \quad (2.52)$$

2.3.3 Termični parametri suhega zraka, vode in vodne pare

V tem razdelku prikazujemo še preostale termične parametre, ki so potrebni za račun povezanega prevarjanja toplote in vlage. Vrednosti privzamemo po literaturi (Cengel, 1998; Davie s sodelavci, 2006):

Specifična toplota suhega zraka:

$$c_A = aT^3 + bT^2 + cT + d, \quad (2.53)$$

kjer so parametri določeni tako, da se krivulja najbolje prilega eksperimentalnim podatkom (Cengel, 1998). Davie s sodelavci (2006) navaja naslednje vrednosti: $a = -9.84936701814735 \cdot 10^{-8}$, $b = 3.56436257769861 \cdot 10^{-4}$, $c = -1.21617923987757 \cdot 10^{-1}$, $d = 1.01250255216324 \cdot 10^3$.

Specifična toplota proste vode:

$$c_{FW} = \begin{cases} 2.4768 T + 3368.2 + \left(\frac{aT}{513.15}\right)^b \text{ J/kgK}; & T \leq T_{\text{crit}} \\ 24515 \text{ J/kgK}; & T > T_{\text{crit}} \end{cases}, \quad (2.54)$$

kjer je $T_{\text{crit}} = 373.94^\circ\text{C}$ kritična temperatura vode, preostala parametra pa sta: $a = 1.08542631988638$ in $b = 31.4447657616636$.

Specifična toplota vodne pare:

$$c_V = \begin{cases} (7.1399 T - 443) + \left(\frac{aT}{513.15}\right)^b \text{ J/kgK}; & T \leq T_{\text{crit}} \\ 45821.04 \text{ J/kgK}; & T > T_{\text{crit}} \end{cases}, \quad (2.55)$$

kjer je $a = 1.13771502228162$ in $b = 29.4435287521143$. Specifična toplota betona, ki nastopa v enačbi (2.4), je vsota specifičnih toplot vseh sestavnih elementov betona in jo izračunamo z izrazom:

$$\underline{\rho c} = \rho_c c_c + \varepsilon_{FW} \rho_L c_{FW} + \varepsilon_G \tilde{\rho}_V c_V + \varepsilon_G \tilde{\rho}_A c_V, \quad (2.56)$$

kjer gostoto zraka $\tilde{\rho}_A$ izračunamo iz plinske enačbe (2.11).

Gostota proste vode:

Za gostoto proste vode predpostavimo, da je neodvisna od temperature in znaša:

$$\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3. \quad (2.57)$$

Koeficienti dinamične viskoznosti:

- prosta voda:

$$\mu_{FW} = 0.6612 (T - 229)^{-1.562} \text{ Pa s}, \quad T \leq T_{\text{crit}}, \quad (2.58)$$

- vodna para:

$$\mu_V = \mu_V^0 + \alpha_V (T - T_0) \text{ Pa s}, \quad (2.59)$$

kjer je $\mu_V^0 = 8.85 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$, $\alpha_V = 3.53 \cdot 10^{-8} \text{ Pa s/K}$ in $T_0 = 273.15 \text{ K}$,

- suh zrak:

$$\mu_A = \mu_A^0 + \alpha_A (T - T_0) - \beta_A (T - T_0)^2 \text{ Pa s}, \quad (2.60)$$

kjer je $\mu_A^0 = 17.17 \cdot 10^{-6} \text{ Pa s}$, $\alpha_V = 4.73 \cdot 10^{-8} \text{ Pa s/K}$ in $\beta_A = 2.22 \cdot 10^{-11} \text{ Pa s/K}^2$.

Nasičen porni tlak:

Vrednost nasičenega pornega tlaka pri temperaturah, ki so manjše od kritične temperature vode, določimo z izrazom:

$$P_{\text{sat}} = aT^6 + bT^5 + cT^4 + dT^3 + eT^2 + fT + g \text{ Pa}; \quad T \leq T_{\text{crit}}. \quad (2.61)$$

Tu je $a = -1.43742221944687 \cdot 10^{-9}$, $b = 4.42439058302123 \cdot 10^{-6}$, $c = -3.92808082125791 \cdot 10^{-3}$, $d = 1.59103252944303$, $e = -3.25887438504847 \cdot 10^2$, $f = 3.21477952751975 \cdot 10^{-4}$, $g = -1.15466360325087 \cdot 10^6$.

Difuzijski koeficient zraka:

Spreminjanje difuzivnosti zraka s temperaturo, ki nastopa v enačbi (2.38), opšemo z enačbo:

$$\alpha_{\text{air}} = 9.1018 \cdot 10^{-11} T^2 + 8.8197 \cdot 10^{-8} T - 1.0654 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}, \quad (2.62)$$

vendar Davie s sodelavci (2006) priporoča uporabo konstantne vrednosti koeficiente difuzivnosti zraka, ki je:

$$\alpha_{\text{air}} = 2.074 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}. \quad (2.63)$$

Plinski konstanti:

Plinski konstanti zraka R_A in vodne pare R_V sta neodvisni od temperature in znašata:

$$R_A = 287 \text{ J/kgK}, \quad (2.64)$$

$$R_V = 461.5 \text{ J/kgK}. \quad (2.65)$$

Prestopni koeficient konvekcije in sevanja požarnega prostora

Običajno zrak pri požaru s konvekcijo ogreva površino konstrukcije, zato v nadaljevanju privzamemo vrednost prestopnega koeficiente zraka $h_q = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$, ki jo za standardne požare priporoča tudi Purkis (1996). Za požar najviše intenzitete, kjer spremjanje temperatur v požarnem prostoru opišemo s hidrokarbonsko požarno krivuljo (simulacija tunelskega požara), je priporočena vrednost $h_q = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$. Za neizpostavljenou površino, torej na delu konstrukcije, ki ni neposredno izpostavljena požaru, je priporočljiva vrednost prestopnega koeficiente zraka $h_q = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$, ki pa že vsebuje vpliv prevajanja toplotne s sevanjem. Enake vrednosti priporoča tudi standard EN 1991-1-2 (2004).

Toplotni tok zaradi sevanja izračunamo s Stefan-Boltzmanovim zakonom (Kladnik, 1991), kjer smo v enačbi (2.36) izpostavili člen $(T_\infty - T)$ in označili ostanek s h_r :

$$h_r = \sigma e_{res} (T_\infty^2 + T^2)(T_\infty + T). \quad (2.66)$$

V enačbi (2.66) je σ Steffan-Boltzmanova konstanta ($5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$), e_{res} je rezultirajoči koeficient emisivnosti izpostavljene površine in je sestavljen iz emisivnosti površine konstrukcije e_m in emisivnosti sevajočega okolja (plamena) e_f . Skladno s standardom EN 1991-1-2 (2004) izračunamo rezultirajočo emisivnost kot produkt posameznih emisivnosti:

$$e_{res} = e_f \cdot e_m. \quad (2.67)$$

Koeficiente e_f in e_m sta v splošnem odvisna od temperature, vendar v praktičnih računih zaradi preprostosti predpostavimo konstantni vrednosti. Pri tem moramo emisivnost sevajočega okolja e_f določiti iz primerjave med izračunanimi in merjenimi rezultati. Pri požarih v zgradbah predpostavimo, da konstrukcija seva toplovo v ogreti plin z enako temperaturo; v tem primeru je $e_f = 0.8$. Standard EN 1991-1-2 (2004) pa priporoča vrednost $e_f = 1$. S tem priporočilom je rezultirajoča emisivnost e_{res} kar enaka emisivnosti površine konstrukcije e_m . Za slednjo predlaga standard EN 1991-1-2 (2004) vrednost 0.8, razen če ni drugače določeno v delih standarda EN 1992 do EN 1996 in EN 1999, ki se navezujejo na materiale. Za beton in jeklo je emisivnost izpostavljene površine konstrukcije tako po EN 1992-1-2 (2005) kot po EN 1993-1-2 (2005) enaka 0.7.

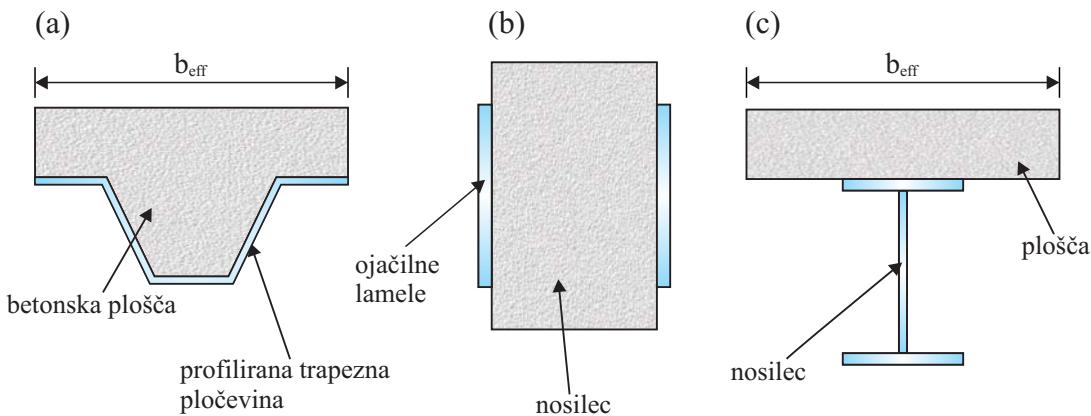
3 OSNOVNE ENAČBE DVOSLOJNEGA SOVPREŽNEGA NOSILCA

V tem poglavju je predstavljen računski model dvoslojnega sovprežnega nosilca z upoštevanjem zdrsa med sloji, za primer, da je nosilec razen mehanske obtežbe izpostavljen tudi vplivu požara. Časovno odvisno napetostno in deformacijsko stanje v dvoslojnem sovprežnem nosilcu določimo z inkrementno-iteracijsko metodo, kjer celotno časovno obdobje trajanja požara $[0, t_{cr}]$ razdelimo na časovne intervale $[t^{i-1}, t^i]$. Mehansko obnašanje vsakega posameznega sloja sovprežnega nosilca opišemo s kinematično točnim Reissnerjevim modelom ravninskega nosilca (Reissner, 1972). V splošnem teorija nosilcev upošteva osno, upogibno in strižno deformiranje prereza ter je zasnovana na znani Bernoullijevi predpostavki o ravnih prečnih prerezih. Ker je vpliv strižnih deformacij na napetostno in deformacijsko stanje gradbenih konstrukcij majhen, v naših analizah strižno deformiranje prereza zanemarimo. Pomembna predpostavka predstavljenega modela je tudi, da se zdrs med spodnjim in zgornjim slojem pojavi samo v vzdolžni tangencialni smeri ter da delaminacija med slojema v prečni smeri ni mogoča. Ta predpostavka je smiselna, saj do delaminacije tovrstnih nosilcev večinoma pride pri porušitvi, torej v zadnji fazi obremenjevanja.

V našem modelu se omejimo na sovprežne nosilce iz jekla in betona. Različni tipi sovprežnih konstrukcij, ki jih lahko s takim modelom opišemo, so: (i) sovprežne plošče, sestavljene iz trapezne pločevine in AB plošče, pri katerih sovprežnost dosežemo z različnimi utori na bočnih straneh jeklene pločevine ali pa tudi z dodatnimi mozniki (slika 3.1a), (ii) betonski nosilci, ojačani z jeklenimi lamelami, sovprežnost je dosežena mehansko s pritrjevanjem jeklenih lamel na betonski nosilec ali pa tudi z različnimi lepili (slika 3.1b), (iii) klasični sovprežni nosilci, sestavljeni iz spodnjega jeklenega nosilca in zgornje armiranobetonske plošče. Pri takih konstrukcijah je sovprežnost med jeklenim in betonskim delom večinoma dosežena z različnimi tipi veznih sredstev (mozniki) (slika 3.1c).

V tem delu obravnavamo sovprežne nosilce iz betona in jekla, ki so izpostavljeni požaru. Zato je razen mehanskih deformacij treba upoštevati tudi druge deformacije, ki se pojavijo zaradi povečane temperature. Pri betonu dodatno upoštevamo temperaturne deformacije, lezenje betona in še tako imenovane prehodne deformacije. Pri jeklu pa razen mehanskih in temperaturnih deformacij upoštevamo še viskozno lezenje jekla pri povišanih temperaturah. V določenih primerih lahko viskozno lezenje jekla združimo z mehanskimi deformacijami (EN 1993-1-2, 2005).

Skladno s Reissnerjevim modelom nosilca je napetostno in deformacijsko stanje dvoslojnega sovprežnega nosilca določeno s sistemom kinematičnih, ravnotežnih in konstitucijskih enačb ter pripadajočimi robnimi pogoji za vsak sloj. Razen tega pa moramo vpeljati še dodatni sistem veznih enačb, ki povežejo enačbe obeh slojev med seboj. V nadaljevanju na kratko predstavimo posamezne sisteme enačb. Podrobnejše izpeljave so prikazane v delih Reissner (1972), Simo (1985), Čas (2004) in Karuberger (2008).



Slika 3.1: Različni tipi kompozitnih konstrukcij.
Figure 3.1: Various types of composite structures.

3.1 Kinematične enačbe

Opazujemo raven dvoslojni sovprežni nosilec, ki je sestavljen iz spodnjega sloja, a , in zgornjega sloja, b , z začetno dolžino L in konstantnima prečnima prerezoma A^a in A^b . Deformiranje nosilca opazujemo v ravni (X, Z) evklidskega prostora s kartezijskim pravokotnim koordinatnim sistemom (X, Y, Z) in pripadajočimi baznimi vektorji \mathbf{E}_X , \mathbf{E}_Z in $\mathbf{E}_Y = \mathbf{E}_X \times \mathbf{E}_Z$. Materialne delce nosilca identificiramo z materialnimi koordinatami (x^a, x^b, z^a, z^b). Kot referenčno os nosilca izberemo materialno koordinatno os ($x = x^a = x^b, y^a = y^b = y = 0, z^a = z^b = z = 0$). Ta poteka skozi težišče prečnega prereza in je v nedeformirani legi identična s prostorsko koordinatno osjo (X, Y = 0, Z = 0). Deformirana in nedeformirana lega dvoslojnega sovprežnega nosilca sta prikazani na sliki (3.2). Kot smo že omenili dvoslojni sovprežni nosilec modeliramo z dobro znanim Reissnerjevim modelom ravninskega nosilca (Reissner, 1972). V nadaljevanju za vsak sloj posebej zapišemo kinematične enačbe:

spodnji sloj a :

$$1 + u^{a\prime}(x) - (1 + \varepsilon^a(x)) \cos \varphi^a(x) = 0, \quad (3.1)$$

$$w^{a\prime}(x) + (1 + \varepsilon^a(x)) \sin \varphi^a(x) = 0, \quad (3.2)$$

$$\varphi^{a\prime}(x) - \kappa^a(x) = 0, \quad (3.3)$$

zgornji sloj b :

$$1 + u^{b\prime}(x) - (1 + \varepsilon^b(x)) \cos \varphi^b(x) = 0, \quad (3.4)$$

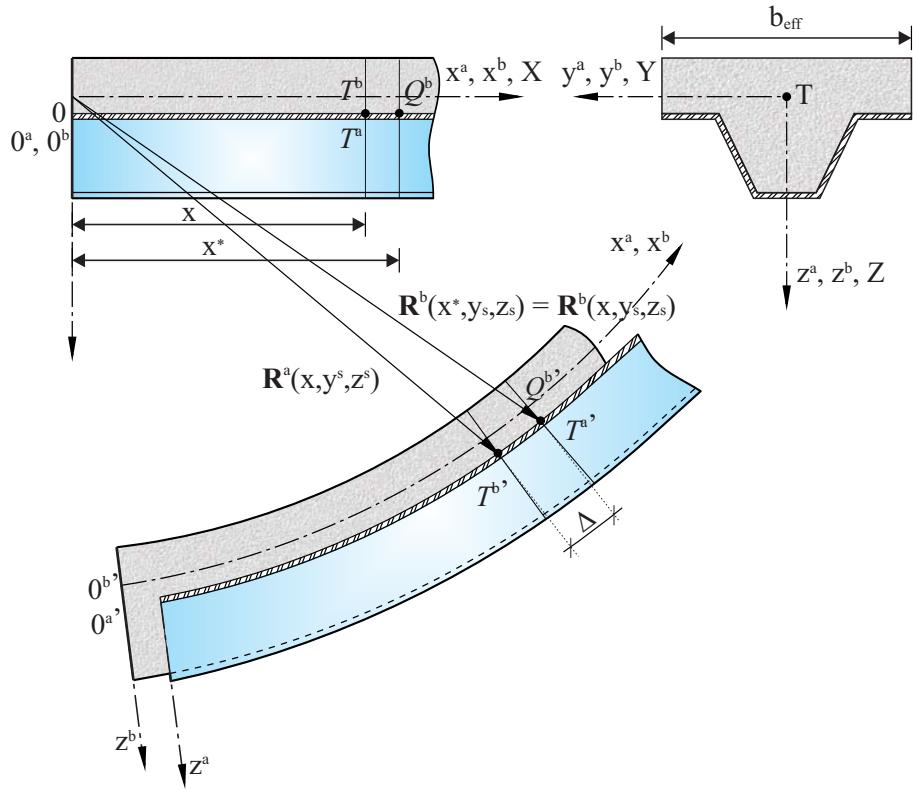
$$w^{b\prime}(x) + (1 + \varepsilon^b(x)) \sin \varphi^b(x) = 0, \quad (3.5)$$

$$\varphi^{b\prime}(x) - \kappa^b(x) = 0. \quad (3.6)$$

S pomočjo veznih enačb posamezna sloja dvoslojnega nosilca povežemo v celoto. Opazujemo delec T^b betonskega dela, ki v nedeformiranem stanju leži v točki $T^b(x, y^s, z^s)$ in se po legi ujema z delcem T^a jeklenega dela v točki $T^a(x, y^s, z^s) \equiv T^b$. V deformiranem stanju po izvršenem zamiku se delec T^a premakne v točko $T^{a\prime}$ in se po legi ujema z delcem Q^b betonskega dela, ki je v nedeformiranem stanju ležal v točki $Q^b(x^*, y^s, z^s)$. Deformirana lega nosilca je določena s krajevnima vektorjema \mathbf{R}^a in \mathbf{R}^b :

$$\mathbf{R}^a(x, y, z) = X(x^a, y, z^a)\mathbf{E}_X + Y(x^a, y, z^a)\mathbf{E}_Y + Z(x^a, y, z^a)\mathbf{E}_Z, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{R}^b(x, y, z) = X(x^b, y, z^b)\mathbf{E}_X + Y(x^b, y, z^b)\mathbf{E}_Y + Z(x^b, y, z^b)\mathbf{E}_Z, \quad (3.8)$$



Slika 3.2: Nedeformirana in deformirana lega dvoslojnega kompozitnega nosilca.
Figure 3.2: Initial and deformed configuration of two-layer composite beam.

kjer je

$$X(x^a, y, z^a) = x + u^a(x) + z^a \sin \varphi^a(x), \quad (3.9)$$

$$Y(x^a, y, z^a) = y^a, \quad (3.10)$$

$$Z(x^a, y, z^a) = w^a + z^a \cos \varphi^a(x), \quad (3.11)$$

$$X(x^b, y, z^b) = x + u^b(x) + z^b \sin \varphi^b(x), \quad (3.12)$$

$$Y(x^b, y, z^b) = y^b, \quad (3.13)$$

$$Z(x^b, y, z^b) = w^b + z^b \cos \varphi^b(x). \quad (3.14)$$

V izrazih (3.9)–(3.14) smo z u^a, u^b, w^a in w^b označili pomike, z φ^a in φ^b pa zasuke referenčne osi posameznega sloja sovprežnega nosilca. Ob predpostavki, da se posamezna sloja sovprežnega nosilca ne moreta razmakiniti in da v deformirani legi sovpadata točki Q^b in T^{a*} , je kinematična vezna enačba določena z naslednjim izrazom:

$$\mathbf{R}^a(x, y^s, z^s) = \mathbf{R}^b(x^*, y^s, z^s), \quad (3.15)$$

ozziroma v komponentni obliki:

$$x + u^a(x) + z^s \sin \varphi^{a,i}(x) = x^* + u^b(x^*) + z^s \sin \varphi^b(x^*), \quad (3.16)$$

$$w^a(x) + z^s \cos \varphi^{a,i}(x) = w^b(x^*) + z^s \cos \varphi^b(x^*). \quad (3.17)$$

Če komponentni vezni enačbi (3.16) in (3.17) odvajamo in upoštevamo kinematične enačbe posameznega sloja (3.1)–(3.6), dobimo:

$$\frac{dx^*}{dx} \left[(1 + \varepsilon^b(x^*)) \cos \varphi^b(x^*) + z^s \varphi^b(x)' \cos \varphi^b(x^*) \right] = \\ (1 + \varepsilon^a(x)) \cos \varphi^a(x) + z^s \varphi^a(x)' \cos \varphi^a(x), \quad (3.18)$$

$$\frac{dx^*}{dx} \left[(1 + \varepsilon^b(x^*)) \sin \varphi^b(x^*) + z^s \varphi^b(x)' \sin \varphi^b(x^*) \right] = \\ (1 + \varepsilon^a(x)) \sin \varphi^a(x) + z^s \varphi^a(x)' \sin \varphi^a(x). \quad (3.19)$$

Enačbo (3.18) pomnožimo s $\sin \varphi^b(x^*)$ in enačbo (3.19) s $\cos \varphi^b(x^*)$ ter ju seštejemo. Tako dobimo:

$$[(1 + \varepsilon^a(x)) + z^s \varphi^a'(x)] (\cos \varphi^a(x) \sin \varphi^b(x^*) - \sin \varphi^a(x) \cos \varphi^b(x^*)) = 0. \quad (3.20)$$

Po kratkem urejanju dobimo iz enačbe (3.20) zvezo med zasuki referenčnih osi sloja a in sloja b sovprežnega nosilca:

$$\tan \varphi^b(x^*) = \tan \varphi^a(x) \quad \rightarrow \quad \varphi^b(x^*) = \varphi^a(x). \quad (3.21)$$

Upoštevali smo, da so zasuki majhne vrednosti v primerjavi z enoto. S podobno izpeljavo kakor za zvezo med zasuki lahko ugotovimo tudi zvezo med specifičnima spremembama dolžine materialnega vlakna na stiku slojev a in b ter materialnima koordinatama x in x^* :

$$\frac{dx^*}{dx} = \frac{1 + \varepsilon^a(x) + z^s \varphi^a'(x)}{1 + \varepsilon^b(x^*) + z^s \varphi^b'(x^*)} = \frac{1 + D_s^a(x)}{1 + D_s^b(x^*)}. \quad (3.22)$$

V enačbi (3.22) smo z D_s^a in D_s^b označili specifični spremembni dolžine materialnih vlaken sloja a in b na stiku sovprežnega nosilca, ki ju izračunamo z enačbama:

$$D^a(x) = \varepsilon^a(x) + z \varphi^a'(x), \quad (3.23)$$

$$D^b(x^*) = \varepsilon^b(x^*) + z \varphi^b'(x^*). \quad (3.24)$$

Podobno med seboj povežemo psevdoukrivljenosti. Enačbo (3.21) odvajamo po x in upoštevamo zvezo (3.22) ter kinematične enačbe posameznih slojev (3.1)–(3.6). Tako dobimo:

$$\kappa^b(x^*) = \frac{1 + D_s^b(x^*)}{1 + D_s^a(x)} \kappa^a(x). \quad (3.25)$$

Glede na povedano lahko kinematične in vezne enačbe dvoslojnega sovprežnega nosilca nadomestimo z naslednjimi enačbami:

spodnji sloj a:

$$1 + u^{a\prime}(x) - (1 + \varepsilon^a(x)) \cos \varphi^a(x) = 0, \quad (3.26)$$

$$w^{a\prime}(x) + (1 + \varepsilon^a(x)) \sin \varphi^a(x) = 0, \quad (3.27)$$

$$\varphi^{a,i\prime}(x) - \kappa^a(x) = 0, \quad (3.28)$$

zgornji sloj b:

$$1 + u^{b\prime}(x) - (1 + \varepsilon^b(x)) \cos \varphi^a(x) = 0, \quad (3.29)$$

$$w^b(x^*) = w^a(x), \quad (3.30)$$

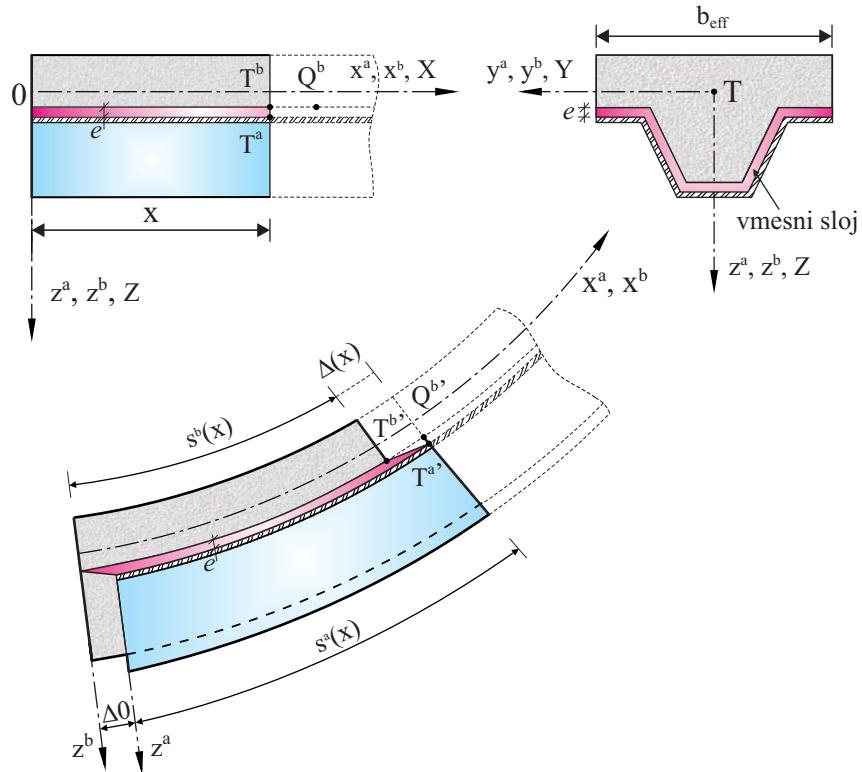
$$\varphi^b(x^*) = \varphi^a(x), \quad (3.31)$$

vezne enačbe:

$$x + u^a(x) = x^* + u^b(x^*), \quad (3.32)$$

$$\kappa^b(x^*) = \frac{1 + D_s^b(x^*)}{1 + D_s^a(x)} \kappa^a(x). \quad (3.33)$$

Pri deformiraju sovprežnega nosilca se na stiku med posameznima slojema pojavi zdrs. Geometrijski pomen zdrsa je prikazan na sliki 3.3. Dodatno predpostavimo, da se zdrs med zgornjim in spodnjim slojem sovprežnega nosilca izvrši v vmesni plasti debeline e (slika 3.3). Delec T^a in T^b , ki sta bila v nedeformirani legi določena z isto točko $T^a \equiv T^b$, se v deformirani legi zamkneta za vrednost $\Delta(x)$. Delec T^a se po deformaciji premakne za toliko, da v deformirani legi sovpada s točko $Q^{b'}$. Matematično



Slika 3.3: Geometrijski pomen zdrsa Δ dvoslojnega kompozitnega nosilca.
Figure 3.3: Geometrical meaning of slip Δ of two layered composite beam.

zdrs na stiku $\Delta(x)$ opišemo z naslednjo enačbo:

$$\Delta(0) + s^a = \Delta(x) + s^b, \quad (3.34)$$

kjer je:

$$s^a = \int_0^{T^a} (1 + D_s^a(x)) dx, \quad (3.35)$$

$$s^b = \int_0^{T^b} (1 + D_s^b(x)) dx. \quad (3.36)$$

Izkaže se, da je za nadaljnji račun bolj ugodno, če osnovno enačbo (3.34) za zdrs na stiku ob upoštevanju zvez (3.35) in (3.36) odvajamo in jo v nadalnjem računu uporabljamo v algebrajski obliki, kjer je odvod

zdrsa neposredno izražen z osnovnimi kinematičnimi količinami:

$$\Delta'(x) = \varepsilon^a(x) - \varepsilon^b(x) + z^s \left[\kappa^a(x) - \kappa^b(x) \right]. \quad (3.37)$$

Ker smo enačbo za zdrs zapisali v obliki diferencialne enačbe, potrebujemo dodatni robni pogoj za določitev posebnih rešitev. Če upoštevamo, da se nosilec deformira tako, kakor je prikazano na sliki 3.3, izračunamo zdrs na začetku $\Delta(0)$ nosilca z enačbo:

$$\Delta(0) = \int_0^{x^*(0)} \left(1 + D_s^b(x) \right) dx.$$

3.2 Ravnotežne enačbe

Z ravnotežnimi enačbami povežemo notranje statične količine z zunanjim obtežbo. Podobno kot v prejšnjem razdelku ravnotežnih enačb za posamezna sloja sovprežnega nosilca ne izpeljujemo, saj so dobro znane (Simo, 1985). Obtežba dvoslojnega sovprežnega nosilca je sestavljena iz konservativne zunanje linijske obtežbe $\mathbf{q}^a = q_X^a \mathbf{E}_X + q_Z^a \mathbf{E}_Z$ in $\mathbf{q}^b = q_X^b \mathbf{E}_X + q_Z^b \mathbf{E}_Z$, s konzervativno momentno obtežbo $\mathbf{m}^a = m_Y^a \mathbf{E}_Y$ in $\mathbf{m}^b = m_Y^b \mathbf{E}_Y$ ter kontaktno linijsko obtežbo na stiku $\mathbf{p}^a = p_X^a \mathbf{E}_X + p_Z^a \mathbf{E}_Z$ in $\mathbf{p}^b = p_X^b \mathbf{E}_X + p_Z^b \mathbf{E}_Z$. Predpostavimo, da obtežba deluje vzdolž deformirane referenčne osi sovprežnega nosilca, merjena pa je glede na začetno nedeformirano dolžino sovprežnega nosilca. Kot smo povedali v prejšnjem razdelku, se zdrs izvrši v namišljenem vmesnem sloju debeline e . Običajno za debelino vmesnega sloja privzamemo $e = 0$. Ta predpostavka omogoča dodatno poenostavitev pri zapisu ravnotežnih enačb. To pomeni, da se med delcema spodnjega in zgornjega sloja sovprežnega nosilca, ki sta bila v nedeformirani legi določena z isto točko, v deformirani legi vzpostavi ravnotežje, kljub temu da se medsebojno zamkneta (slika 3.3). Ravnotežne enačbe za spodnji in zgornji sloj lahko sedaj zapišemo pri koordinati x . Za primer, da ni vmesnega sloja in da sta v deformirani legi v ravnotežju točki pri x in x^* , je ravnotežne enačbe izpeljal Čas (2004) v svoji doktorski disertaciji, kjer je stik obravnavan delno kot kontaktni problem in kjer so zamiki lahko poljubno velike količine. V primerjavi z modelom stika, ki ga je predstavil Čas (2004), je ta formulacija stika numerično veliko bolj primerna in obvladljiva za modeliranje sovprežnih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med požarom. Kot to potrjujejo numeričnimi primeri v nadaljevanju pa s tem pristopom na natančnosti rezultatov ne izgubimo nič. Ravnotežne enačbe za spodnji in zgornji sloj sovprežnega nosilca zapišemo v komponentni obliki:

spodnji sloj a:

$$\mathcal{R}_X^{a\prime}(x) + q_X^a(x) + p_X^a(x) = 0, \quad (3.38)$$

$$\mathcal{R}_Z^{a\prime}(x) + q_Z^a(x) + p_Z^a(x) = 0, \quad (3.39)$$

$$\mathcal{M}^{a\prime}(x) - (1 + \varepsilon^a(x)) \mathcal{Q}^a(x) + m_Y^a = 0, \quad (3.40)$$

zgornji sloj b:

$$\mathcal{R}_X^{b\prime}(x) + q_X^b(x) + p_X^b(x) = 0, \quad (3.41)$$

$$\mathcal{R}_Z^{b\prime}(x) + q_Z^b(x) + p_Z^b(x) = 0, \quad (3.42)$$

$$\mathcal{M}^{b\prime}(x) - (1 + \varepsilon^b(x)) \mathcal{Q}^b(x) + m_Y^b = 0. \quad (3.43)$$

Zveze med komponentami notranjih sil v prostorski in v materialni bazi so:

$$\mathcal{N}^a(x) = \mathcal{R}_X^a(x) \cos \varphi^a(x) - \mathcal{R}_Z^a \sin \varphi^a(x), \quad (3.44)$$

$$\mathcal{Q}^a(x) = \mathcal{R}_X^a(x) \sin \varphi^a(x) + \mathcal{R}_Z^a \cos \varphi^a(x), \quad (3.45)$$

$$\mathcal{N}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \cos \varphi^b(x) - \mathcal{R}_Z^b \sin \varphi^b(x), \quad (3.46)$$

$$\mathcal{Q}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \sin \varphi^b(x) + \mathcal{R}_Z^b \cos \varphi^b(x). \quad (3.47)$$

Tukaj predstavlja \mathcal{N}^a in \mathcal{Q}^a osno in prečno silo, \mathcal{M}^a pa upogibni moment spodnjega sloja a sovprežnega nosilca. Podobno predstavljajo količine \mathcal{N}^b , \mathcal{Q}^b in \mathcal{M}^b posplošene ravnotežne količine sloja b . Ker smo predpostavili, da se sloja sovprežnega nosilca med sabo ne moreta razmkniti in lahko samo drsita drug ob drugem, velja ob upoštevanju tretjega Newtonovega zakona o akciji in reakciji zveza:

$$\mathbf{p}^a(x) + \mathbf{p}^b(x) = 0, \quad (3.48)$$

kjer je

$$\mathbf{p}^a(x) = p_X^a(x) \mathbf{E}_X + p_Z^a(x) \mathbf{E}_Z = p_t^a(x) \mathbf{e}_t + p_n^a(x) \mathbf{e}_n, \quad (3.49)$$

$$\mathbf{p}^b(x) = p_X^b(x) \mathbf{E}_X + p_Z^b(x) \mathbf{E}_Z = p_t^b(x) \mathbf{e}_t + p_n^b(x) \mathbf{e}_n. \quad (3.50)$$

V enačbah (3.49) in (3.50) pomeni p_t^a tangencialno (strižno), p_n^a pa normalno komponento kontaktne linijske obtežbe sloja a sovprežnega nosilca. Enak pomen imata komponenti p_t^b ter p_n^b glede na sloj b . Preslikavi med materialnim $\{\mathbf{e}_t, \mathbf{e}_n\}$ in prostorskim $\{\mathbf{E}_X, \mathbf{E}_Z\}$ koordinatnim sistemom sta določeni z naslednjima enačbama:

$$\mathbf{e}_t(x) = \cos \varphi^a(x) \mathbf{E}_X - \sin \varphi^a(x) \mathbf{E}_Z, \quad (3.51)$$

$$\mathbf{e}_n(x) = \sin \varphi^a(x) \mathbf{E}_X + \cos \varphi^a(x) \mathbf{E}_Z. \quad (3.52)$$

Zaradi preglednosti zapišimo ravnotežne enačbe stika še v komponentni obliki:

$$p_X^a(x) + p_X^b(x) = 0, \quad (3.53)$$

$$p_Z^a(x) + p_Z^b(x) = 0. \quad (3.54)$$

3.3 Konstitucijske enačbe

Na koncu s konstitucijskimi enačbami povežemo ravnotežne količine, in sicer osni sili, \mathcal{N}^a , \mathcal{N}^b ter ravnotežna momenta, \mathcal{M}^a , \mathcal{M}^b , z deformacijskimi količinami, torej s specifično spremembo referenčne osi ε^a , ε^b , ter s psevdoukrivljenostjo referenčne osi κ^a , κ^b , oziroma s specifično spremembo dolžine materialnega vlakna. Ker je požar zapleten, časovno odvisen pojav, je treba upoštevati še dodatne konstitucijske zveze, ki zajamejo časovne in temperaturne vplive na materialih. To so viskozno lezenje betona in jekla, temperaturne deformacije, prehodne deformacije betona, ipd. Za opis konstitucijskih zvez vpeljemo pojem konstitucijske osne sile \mathcal{N}_c^a , \mathcal{N}_c^b in konstitucijskega momenta, \mathcal{M}_c^a , \mathcal{M}_c^b , spodnjega in zgornjega sloja sovprežnega nosilca, ki morata biti v deformirani legi enaka ravnotežnim statičnim količinam:

$$\mathcal{N}^a(x) = \mathcal{N}_c^a(x, D^a(x, y^a, z^a), T(x, y^a, z^a)) = \int_{A^a} \sigma^a(x, D_\sigma^a, T(x, y^a, z^a)) dA, \quad (3.55)$$

$$\mathcal{M}^a(x) = \mathcal{M}_c^a(x, D^a(x, y^a, z^a), T(x, y^a, z^a)) = \int_{A^a} z^a \sigma^a(x, D_\sigma^a, T(x, y^a, z^a)) dA \quad (3.56)$$

$$\mathcal{N}^b(x) = \mathcal{N}_c^b(x, D^b(x, y^b, z^b), T(x, y^b, z^b)) = \int_{A^b} \sigma^b(x, D_\sigma^b, T(x, y^b, z^b)) dA \quad (3.57)$$

$$\mathcal{M}^b(x) = \mathcal{M}_c^b(x, D^b(x, y^b, z^b), T(x, y^b, z^b)) = \int_{A^b} z^b \sigma^b(x, D_\sigma^b, T(x, y^b, z^b)) dA \quad (3.58)$$

V enačbah (3.55)–(3.58) so konstitucijske količine določene s fizikalnimi normalnimi napetostmi σ^a , σ^b . Kot vemo, so normalne napetosti v smislu enoosnega napetostnega stanja sovprežnega nosilca povezane s specifično spremembo dolžine poljubnega materialnega vlakna, ki jo v nadaljevanju označujemo z D_σ^a in D_σ^b za vsak sloj sovprežnega nosilca. V splošnem lahko povezavo med normalno napetostjo in specifično spremembo dolžine poljubnega materialnega vlakna zapišemo v obliki $\sigma^a = \mathcal{F}(D_\sigma^a)$ oziroma $\sigma^b = \mathcal{F}(D_\sigma^b)$. Pri tem je \mathcal{F} poljubna funkcija, ki je odvisna od materiala in jo običajno določamo eksperimentalno. Dobro znan primer eksperimentalnega določanja materialnih lastnosti je enoosni natezni preizkus jekla, kjer kot rezultat dobimo eksplicitno zvezo med normalno napetostjo in deformacijo jekla. S takim materialnim modelom lahko opišemo poljubno obnašanje materiala, elastično, plastično hipoplastično, viskoplastično ali, kot v primeru povišanih temperatur oziroma požara, temperaturno-viskozno obnašanje materiala.

Na tem mestu vpeljemo pojem aditivnega razcepa deformacij (Srpič, 1991; Bratina, 2003) in ga upoštevamo pri inkrementno-iterativnem računu. Pri tem je geometrijska deformacija poljubnega materialnega vlakna, ki jo označimo z D^a oziroma D^b in jo določimo iz enačbe (3.23) in (3.24), sestavljena iz različnih prispevkov deformacij. Ker smo se v nalogi omejili na sovprežne nosilce iz jekla in betona, v nadaljevanju predstavimo aditivni razcep geometrijske deformacije za sovprežne nosilce iz armiranega betona in konstrukcijskega jekla.

3.3.1 Aditivni razcep geometrijske deformacije za beton in jeklo

Pri betonu je prirastek geometrijske deformacije betona D_c sestavljen iz prirastkov temperaturne $D_{th,c}$, mehanske $D_{\sigma,c}$ ter deformacije zaradi lezenja betona $D_{cr,c}$ in t.i. prehodnih deformacij $D_{tr,c}$. Prirastek geometrijske deformacije konstrukcijskega jekla D_s pa je sestavljen iz prirastkov temperaturnih $D_{th,s}$, mehanskih $D_{\sigma,s}$ in viskoznih deformacij $D_{cr,s}$. Podobno kot pri konstrukcijskem jeklu je prirastek geometrijske deformacije armature D_a sestavljen iz prirastka temperaturnih $D_{th,a}$, mehanskih $D_{\sigma,a}$ in viskoznih deformacij $D_{cr,a}$. V nadaljevanju aditivni princip zapišemo v inkrementni obliki, in sicer posebej za beton, konstrukcijsko jeklo in armaturo:

$$\Delta D_c = \Delta D_{th,c} + \Delta D_{\sigma,c} + \Delta D_{cr,c} + \Delta D_{tr,c}, \quad (3.59)$$

$$\Delta D_s = \Delta D_{th,s} + \Delta D_{\sigma,s} + \Delta D_{cr,s}, \quad (3.60)$$

$$\Delta D_a = \Delta D_{th,a} + \Delta D_{\sigma,a} + \Delta D_{cr,a}. \quad (3.61)$$

3.3.2 Mehanske lastnosti betona, jekla in armature pri povišani temperaturi

Znano je, da se mehanske lastnosti jekla, betona in armature z višanjem temperature spreminja. V račun geometrijske deformacije za posamezen material (3.59)–(3.61) vključimo le spremenjanje najbolj pomembnih lastnosti materiala. To so:

- modul elastičnosti,
- parametri plastičnega tečenja in utrjevanja,
- parametri viskoznega tečenja jekla,
- koeficient temperaturnega raztezanja,
- prehodne deformacije betona,

- parametri lezenja betona.

V nadaljevanju je prikazan izračun posameznih prispevkov deformacij, ki jih uporabimo v numerični analizi in so vgrajeni v računalniški program. Ker privzamemo, da se armatura pri povišani temperaturi obnaša enako kot konstrukcijsko jeklo, v nadaljevanju posameznih prispevkov k geometrijski deformaciji armature ne prikazujemo. Več informacij o splošnih lastnostih posameznega materiala pri povišani temperaturi lahko najdemo v številnih publikacijah (npr. Buchanan, 2002; Purkiss, 1996; Wang, 2002).

3.3.2.1 Temperaturna deformacija jekla in betona

Prirastek temperaturne deformacije betona $\Delta D_{th,c}$ in jekla $\Delta D_{th,s}$ izračunamo v skladu s standardom EN 1992-1-2 (2005) in EN 1993-1-2 (2005), kjer je podana eksplisitna zveza med temperaturno deformacijo D_{th} in temperaturo T . Formalno jo zapišemo z enačbo $D_{th} = f_{th}(T)$. Tako v časovnem inkrementu $[t^{i-1}, t^i]$ izračunamo prirastek temperaturne deformacije betona in jekla kar z razliko temperaturnih deformacij trenutnega in prejšnjega koraka z enačbo:

$$\Delta D_{th} = D_{th,j}^i(T^i) - D_{th,j}^{i-1}(T^{i-1}), \quad j = c, s \quad (3.62)$$

Temperaturno deformacijo za beton iz kremenčevega agregata izračunamo po enačbi:

$$D_{th,c} = \begin{cases} -1.8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6}T + 2.3 \cdot 10^{-11}T^3; & 20^\circ\text{C} \leq T \leq 700^\circ\text{C} \\ 14 \cdot 10^{-3}; & 700^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases}, \quad (3.63)$$

za beton iz apnenčevega agregata:

$$D_{th,c} = \begin{cases} -1.2 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-6}T + 1.4 \cdot 10^{-11}T^3; & 20^\circ\text{C} \leq T \leq 805^\circ\text{C} \\ 12 \cdot 10^{-3}; & 750^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases}, \quad (3.64)$$

za konstrukcijsko jeklo po EN 1993-1-2 (2005):

$$D_{th,s} = \begin{cases} 1.2 \cdot 10^{-5}T + 0.4 \cdot 10^{-8}T^2 - 2.416 \cdot 10^{-4}; & 20^\circ\text{C} \leq T < 750^\circ\text{C} \\ 1.1 \cdot 10^{-2}; & 750^\circ\text{C} \leq T \leq 860^\circ\text{C} \\ 2 \cdot 10^{-5}T - 6.2 \cdot 10^{-3}; & 860^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} \end{cases}, \quad (3.65)$$

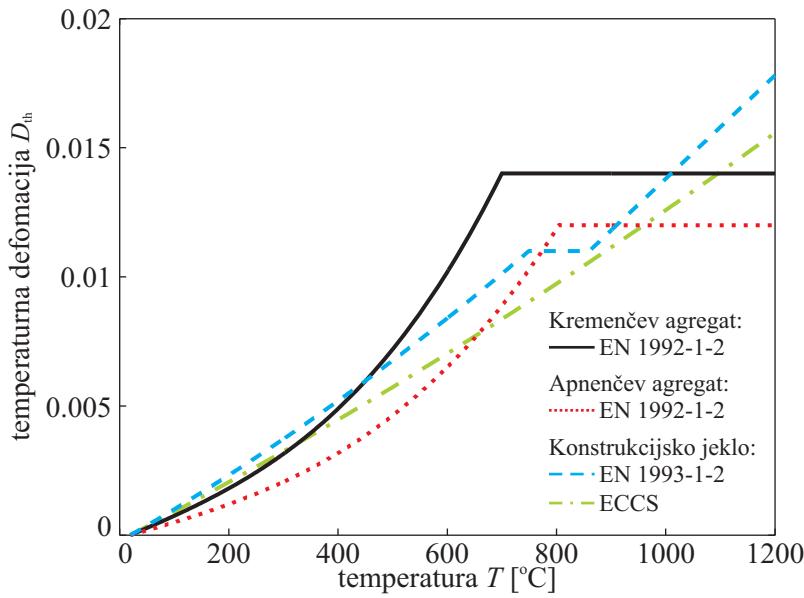
ter za konstrukcijsko jeklo skladno s ECCS (1985):

$$D_{th,s} = (11T + 0.0018T^2) \cdot 10^{-6}. \quad (3.66)$$

Na sliki (3.4) so prikazane temperaturne deformacije za beton iz kremenčevega in apnenčevega agregata ter za konstrukcijsko jeklo. Temperaturne deformacije skladno s ECCS (1985) uporabimo v računu takrat, kadar viskozno lezenje jekla upoštevamo eksplisitno.

3.3.2.2 Prirastek mehanske deformacije jekla in betona

Prirastek mehanske deformacije betona in jekla $\Delta D_{\sigma,j}$, $j = c, s$, ki ni eksplisitno odvisen od časa oziroma temperature in je z vzdolžno normalno napetostjo σ povezan s parametri enosnega preizkusa, je za elastično-plastične materiale enak vsoti prirastkov elastične in plastične deformacije $\Delta D_{\sigma,j} =$



Slika 3.4: Temperaturne deformacije betona in jekla.

Figure 3.4: Thermal strains of concrete and steel.

$\Delta D_{e,j} + \Delta D_{p,j}$. Ob upoštevanju aditivnega pristopa (3.59)–(3.60) lahko izračunamo prirastek mehanske deformacije v časovnem koraku $[t^{i-1}, t^i]$ za beton in jeklo z izrazoma:

$$\Delta D_{\sigma,c} = \Delta D_c - \Delta D_{th,c} - \Delta D_{cr,c} - \Delta D_{tr,c} \quad (3.67)$$

$$\Delta D_{\sigma,s} = \Delta D_s - \Delta D_{th,s} - \Delta D_{cr,s}, \quad (3.68)$$

Za določitev napetostnega in deformacijskega stanja poljubnega vzdolžnega vlakna na koncu časovnega inkrementa $[t^{i-1}, t^i]$ vpeljemo pomožno elastično stanje (\bullet^{trial}) (Simo in Hughes, 1998), ki ga določimo z enačbami (3.69)–(3.73). Pomožno stanje ni nujno tudi dejansko napetostno stanje. Izrazi za določitev pomožnega stanja, ki jih privzamemo po literaturi (Simo in Hughes, 1998), so splošni in veljajo za poljuben nelinearen materialni model. V okviru inkrementnega pristopa, s kakršnim imamo opravka v termomehanski analizi, je potrebna ustrezna modifikacija osnovnega modela (Srپčič, 1991; Bratina, 2003; Hozjan, 2004):

$$\sigma^{(i)trial} = \sigma^i + \Delta E D_{\sigma,e}^{i-1} + E^{(j)} \Delta D_\sigma, \quad (3.69)$$

$$\xi^{(i)trial} = \sigma^{(i)trial} - q^{i-1}, \quad (3.70)$$

$$\Delta D_p^{(i)trial} = D_p^{(i-1)}, \quad (3.71)$$

$$\alpha^{(i)trial} = \alpha^{i-1}, \quad (3.72)$$

$$f^{(i)trial} = |\xi^{(i)trial}| - \sigma_Y. \quad (3.73)$$

V uporabljenih enačbah pomeni $\Delta E = E^{(i+1)} - E^i$ spremembo elastičnega modula jekla v obravnavanem časovnem inkrementu, $D_{\sigma,e}^{i-1}$ in $D_p^{(i-1)}$ sta vrednosti elastičnega in plastičnega dela mehanske deformacije na začetku inkrementa, ξ je relativna napetost, f^{trial} pomožna funkcija, σ_Y meja plastičnega tečenja ter α akumulirana vrednost plastične deformacije na začetku časovnega inkrementa. V primeru nelinearnega materialnega modela, s kakršnim opišemo obnašanje jekla ali betona pri površani temperaturi, izračunamo mejo plastičnega tečenja z Newtonovo metodo. Pri jeklu dodatno upoštevamo, da

je napetost na meji plastičnega tečenja σ_Y intaktnega materiala po velikosti enaka v nategu in tlaku $\sigma_Y = \sigma_Y^+(T = 20^\circ\text{C}) = \sigma_Y^-(T = 20^\circ\text{C})$.

Če je pomožna funkcija $f^{(i)\text{trial}} \leq 0$, pomožno stanje sovpada z dejanskim napetostnim in deformacijskim stanjem 'vlakna' na koncu časovnega inkrementa $[t^{i-1}, t^i]$. V tem primeru govorimo, da imamo elastični korak, kar pomeni, da se zaradi obremenitve pojavi samo elastične deformacije. Tako dobimo:

$$\sigma^i = \sigma^{(i)\text{trial}}, \quad (3.74)$$

$$D_p^{(i)} = \Delta D_p^{(i)\text{trial}}, \quad (3.75)$$

$$\alpha^i = \alpha^{(i)\text{trial}}. \quad (3.76)$$

Plastični korak imamo v primeru, da je pomožna funkcija $f^{(n+1)\text{trial}} > 0$. Takrat vrednost prirastka plastične deformacije $\Delta\gamma$ izračunamo z enačbo:

$$\Delta\gamma = \frac{|\sigma^{(i)\text{trial}}| - \text{sign}(\sigma^{(i)\text{trial}}) \sigma^{(i)}}{E^{(i)}} > 0. \quad (3.77)$$

Napetostno in deformacijsko stanje določimo z naslednjimi enačbami:

$$\sigma^{n+1} = \sigma^{(n+1)\text{trial}} - \Delta\gamma E^{(n+1)} \text{sign}(\xi^{(n+1)\text{trial}}), \quad (3.78)$$

$$D_p^{(i)} = D_p^{(i-1)} + \Delta\gamma \text{sign}(\xi^{(i)\text{trial}}), \quad (3.79)$$

$$\alpha^{(i)} = \alpha^{(i-1)} + \Delta\gamma. \quad (3.80)$$

Napetost σ izračunamo ob upoštevanju privzetega konstitucijskega zakona, ki je običajno podan kot zveza med mehansko deformacijo in napetostjo. Formalno ga zapišemo z izrazom:

$$\sigma = \mathcal{F}(\Delta D_\sigma), \quad (3.81)$$

kjer je \mathcal{F} poljubna funkcija, odvisna od materiala, in je običajno določena z enosnim preizkusom. V nadaljevanju predstavljamo uporabljene konstitucijske zakone za beton in jeklo.

3.3.2.3 Konstitucijski zakon jekla

V numeričnih analizah uporabimo bodisi konstitucijsko zvezo jekla pri povisani temperaturi kakor jo predlaga standard EN 1993-1-2 (2005) ali pa bilinearni materialni model jekla, ki ga je v svoji doktorski disertaciji predstavil Srpčić (1991). Pri prvi konstitucijski zvezi je odnos med napetostjo in deformacijo nelinearna elastično-plastična funkcija, sestavljena iz štirih delov (izrazi so podani s sistemom enačb (3.82)). Prvi del opisuje linearno elastično obnašanje jekla in je zato opisan z linearno funkcijo. Drugi del opisuje plastifikacijo jekla po eliptičnem zakonu, tretji del pa plastifikacijo brez utrjevanja. Četrти del predstavlja porušitev jekla.

$$\sigma_s(D_{\sigma,s}) = \begin{cases} E_{s,T} D_{\sigma,s}; & |D_{\sigma,s}| \leq D_{p,T} \\ f_{p,T} - c + (b/a) \sqrt{\left[a^2 - (D_{y,T} - D_{\sigma,s})^2 \right]}; & D_{p,T} < |D_{\sigma,s}| \leq D_{y,T} \\ f_{y,T}; & D_{y,T} < |D_{\sigma,s}| \leq D_t \\ f_{y,T} [1 - (D_{\sigma,s} - D_t) / (D_u - D_t)]; & D_t < |D_{\sigma,s}| \leq D_u \end{cases}. \quad (3.82)$$

V enačbi (3.82) predstavlja $D_{p,T}$ deformacijo jekla na meji linearnosti, $D_{y,T}$ deformacijo na meji tečenja jekla in $E_{s,T}$ je elastični modul jekla. Parametri a , b in c so odvisni od parametrov $D_{p,T}$, $D_{y,T}$, $f_{p,T}$, $f_{y,T}$ in $E_{s,T}$ (EN 1993-1-2, 2005). Preostala materialna parametra v enačbi (3.82) sta neodvisna od temperature in imata vrednosti $D_t = 0.15$, $D_u = 0.20$. Zanimivo je, da je od temperature neodvisna tudi deformacija na meji tečenja jekla $D_{y,T} = 0.02$. Omenimo še, da standard EN 1993-1-2 (2005) v primeru uporabe te konstitucijske zveze ne predvideva eksplisitnega upoštevanja viskoznih deformacij. Materialni model jekla pri povišanih temperaturah in fizikalni pomen materialnih parametrov prikazuje slika 3.5a.

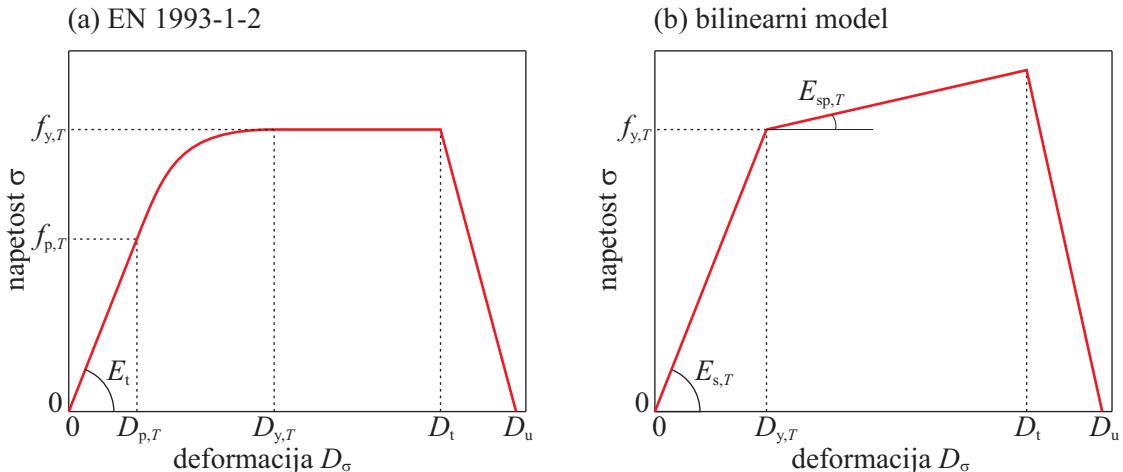
Druga konstitucijska zveza za jeklo je sestavljena iz treh delov, ki opisujejo: (i) linearno elastično obnašanje jekla, (ii) linearno plastično obnašanje jekla in (iii) mehčanje in porušitev jekla (slika 3.5b). Določena je z naslednjim sistemom enačb:

$$\sigma_s(D_{\sigma,s}) = \begin{cases} E_{s,T} D_{\sigma,s}; & |D_{\sigma,s}| \leq D_{y,T} \\ f_{y,T} + H(D_{\sigma,s} - D_{y,T}); & D_{y,T} < |D_{\sigma,s}| \leq D_t \\ f_{u,T} [1 - (D_{\sigma,s} - D_t) / (D_u - D_t)]; & D_t < |D_{\sigma,s}| \leq D_u \end{cases} \quad (3.83)$$

Pri tem je $f_{u,T} = f_{y,T} + H(D_t - D_{y,T})$. H je sorazmernostni koeficient in je v primeru termomehanske analize funkcija temperature $H = H(T)$. Izračunamo ga z izrazom

$$H(T) = \frac{E_{s,T} E_{sp,T}}{E_{s,T} - E_{sp,T}}, \quad (3.84)$$

$E_{sp,T}$ je modul utrjevanja jekla. Za razliko od konstitucijskega diagrama po EN 1993-1-2 (2005), izračunamo mejo tečenja z ulomkom $D_{y,T} = f_{y,T}/E_{s,T}$. Kot vidimo je sedaj meja tečenja odvisna od temperature in ni konstantna. Dobro je znano, da se z višanjem temperature pomembno znižuje

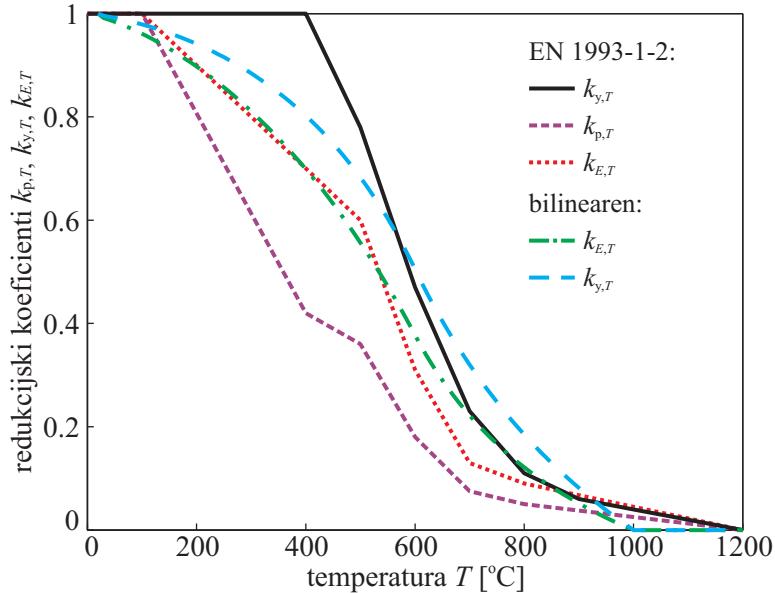


Slika 3.5: (a) Napetostno deformacijska zveza jekla pri povišani temperaturi (EN 1993-1-2, 2007). (b) Bilinearni materialni model jekla.

Figure 3.5: (a) Stress-strain relationship of steel at elevated temperature (EN 1993-1-2, 2007). (b) Bilinear material model of steel.

togost jeklenih elementov, saj tako modul elastičnosti kakor tudi napetost na meji tečenja pri tem ne-linearno upadata. Za prvi konstitucijski model (slika 3.5) privzamemo tudi spreminjanje materialnih parametrov jekla, kakor jih določajo redukcijski faktorji $k_{p,T}$, $k_{y,T}$ in $k_{E,T}$ v skladu s standardom EN 1993-1-2 (2005). Za bilinearni konstitucijski model pa privzamemo spreminjače redukcijskih faktorjev $k_{y,T}$ in $k_{E,T}$ skladno s francoskimi predpisi (Construction métallique, 1976), ki jih je v svojem modelu

uporabil Srpčič (1991). Tako se spreminja napetost pri deformaciji na meji linearnosti jekla z enačbo $f_{p,T} = k_{p,T}f_{y,20}$. Podobno se spreminja meja tečenja z enačbo $f_{y,T} = k_{y,T}f_{y,20}$ in elastični modul z enačbo $f_{E,T} = k_{E,T}E_{S,20}$. Z $f_{y,20}$ in $E_{S,20}$ smo označili mejo tečenja in elastični modul jekla pri sobni temperaturi. Za modul utrjevanja, ki nastopa v enačbi (3.84), zaradi pomanjkanja eksperimentalnih rezultatov privzamemo, da se ne spreminja s temperaturo. Spreminjanje redukcijskih faktorjev $k_{p,T}$, $k_{y,T}$ in $k_{E,T}$ s temperaturo za konstitucijski model po EN 1993-1-2 (2005) ter konstitucijsko zvezo po Srpčiču (1991) (bilinearni model) skladno s francoskimi predpisi (Construction métallique, 1976) prikazuje slika 3.6.



Slika 3.6: Spreminjanje redukcijskih koeficientov v odvisnosti od temperature.

Figure 3.6: Change of reduction factors with temperature.

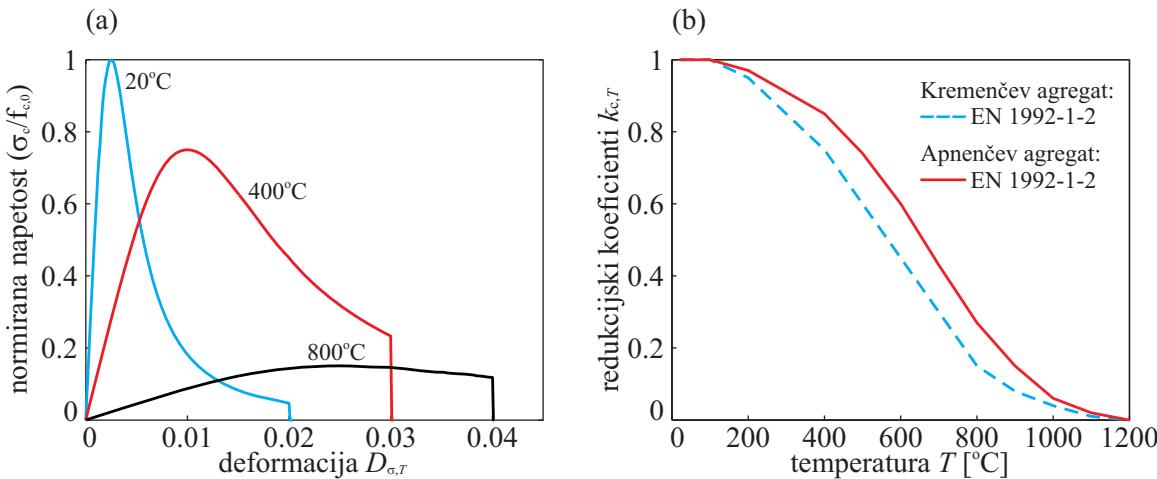
3.3.2.4 Konstitucijski zakon betona

Konstitucijski model betona pri povišani temperaturi privzamemo skladno s standardom EN 1992-1-2 (2005) in je podan z naslednjo enačbo:

$$\sigma_c(D_{\sigma,c}) = \begin{cases} 0 & D_\sigma > 0 \\ -\frac{3D_\sigma f_{c,T}}{D_{c1,T} \left(2 + \left(\frac{D_{\sigma,c}}{D_{c1,T}} \right)^3 \right)} & D_{cu1,T} \leq D_{\sigma,c} \leq 0 \\ 0 & D_\sigma \leq D_{cu1,T} \end{cases}. \quad (3.85)$$

Pri tem je $f_{c,T}$ tlačna trdnost betona, $D_{c1,T}$ deformacija pri tlačni trdnosti betona in $D_{cu1,T}$ porušna deformacija. Podobno kot pri jeklu so tudi tu vsi materialni parametri ($f_{c,T}$, $D_{c1,T}$ in $D_{cu1,T}$) temperaturno odvisni in so podani v standardu EN 1992-1-2 (2005) v obliki preglednic, ločeno za beton iz apnenčevega ter kremenčevega agregata. Tip agregata vpliva le na koeficiente tlačne trdnosti, medtem ko sta preostala dva parametra enaka. Zaradi preglednosti razvoj parametrov v odvisnosti od temperature prikazujemo na sliki 3.7b. Slika 3.7a prikazuje konstitucijske diagrame betona za izbrane temperature. Omenimo še, da v analizah pri sobni temperaturi uporabimo tudi konstitucijsko zvezo Desay-Krishnan, ki je temeljito

predstavljena v delih Bratina (2003), Čas (2004) in je tu posebej ne predstavljam. Degradacija betona, ki je pomembna v fazi ohlajanja, v tem konstitucijskem modelu betona ni upoštevana.



Slika 3.7: (a) Konstitucijski diagram betona pri izbranih temperaturah skladno z EN 1992-1-2 (2005). (b) Razvoj redukcijskega faktorja.

Figure 3.7: (a) Stress-strain relationship of concrete at current temperatures according to EN 1992-1-2 (2005). (b) Development of reduction factor.

3.3.2.5 Prirastek viskozne deformacije jekla

Preizkusi kažejo, da se pri temperaturah nad 400°C pri konstantni obremenitvi deformacije s časom sorazmerno hitro povečujejo. Viskozne deformacije so v veliki meri odvisne od nivoja napetosti, hitrosti ogrevanja in tudi od vrste jekla. V literaturi je predlaganih več modelov za opis viskoznega deformiranja jekla pri povišanih temperaturah. Med njimi je najbolj znan in eksperimentalno dokumentiran Harmathyjev model (Harmathy, 1967), ki temelji na Dornovi teoriji viskoznega lezenja jekla. V analizo vključimo še dodatno poenastavljen Harmathyjev model, ki ga je predstavil kanadski raziskovalec Williams-Leir (1983). Na podlagi velikega števila parametričnih preizkusov je podal analitične izraze za parametre viskoznega tečenja nekaterih vrst konstrukcijskih jekel v odvisnosti od konstantne napetosti σ in konstantne temperature T . S to poenostavljivo je mogoče Harmathy-jevo enačbo tečenja zapisati v modificirani obliki, pri kateri sta povezana viskozna deformacija $D_{\text{cr},s}$ in realni čas t :

$$\frac{d\Delta D_{\text{cr},s}}{dt} = b_1 \coth^2(b_2 \Delta D_{\text{cr},s}). \quad (3.86)$$

Pri tem sta koeficiente b_1 in b_2 funkciji napetosti σ [lbf/in^2] in konstantne absolutne temperature T [K]. Za obravnavane vrste jekel sta omenjena koeficiente podana z izrazoma:

$$b_1 = \begin{cases} c_1 \exp(c_2 \ln |\sigma_s| - \frac{c_5}{T}); & |\sigma_s| \leq \sigma_t, \\ c_6 \exp(c_7 |\sigma_s| - \frac{c_5}{T}); & |\sigma_s| > \sigma_t, \end{cases}, \quad (3.87)$$

$$b_2 = \frac{1}{c_3 |\sigma_s|^{c_4}}. \quad (3.88)$$

σ_t pomeni prehodno napetost ($\sigma_t = 15000 \text{ lbf/in}^2 \approx 103 \text{ MPa}$), c_1, \dots, c_5 pa konstante, ki so bile eksperimentalno določene za različne vrste jekel in so podane v Williams-Leir (1983). Zaradi zahteve

po zveznosti funkcije b_1 pri napetosti $\sigma = \sigma_t$ velja:

$$c_6 = c_1 \left(\frac{\sigma_t}{e} \right)^{c_2}, \quad (3.89)$$

$$c_7 = \frac{c_2}{\sigma_t}. \quad (3.90)$$

Z inkrementim pristopom je dovolj natančno zadoščeno predpostavki o konstantni napetosti in temperaturi znotraj časovnega koraka, saj z manjšanjem časovnega intervala manjšamo tudi spremembo temperature, razen tega pa v majhnem časovnem intervalu ni mogoča velika sprememba napetosti. Tako znotraj časovnega inkrementa $[t^{i-1}, t^i]$ prirastek viskozne deformacije izračunamo z enačbo

$$\Delta D_{cr,s} = \text{sign}(\sigma_s^i) b_1 \coth^2(b_2 \Delta D_{cr,s}) \Delta t \quad (3.91)$$

Iz enačb (3.86) in (3.90) vidimo, da sta koeficienta b_1 in b_2 funkciji napetosti, po drugi strani pa je preko aditivnega razcepa geometrijske deformacije napetost funkcija viskozne deformacije $\sigma = f(D_{cr,s})$. Zato pri reševanju enačbe (3.91) upoštevamo dodaten pogoj glede napetosti in dobimo:

$$F_1(\sigma^i, D_{cr,s}^i) = \sigma^i - f(D_s^i - D_{th,s}^i - D_{cr,s}^i) = 0, \quad (3.92)$$

$$F_2(\sigma_s^i, D_{cr,s}^i) = \Delta D_{cr,s} - \text{sign}(\sigma_s^i) b_1 \coth^2(b_2 |\sigma_s^i|) \Delta t = 0 \quad (3.93)$$

Gornji enačbi predstavljata nelinearni sistem enačb, kjer neznanke praviloma lahko izračunamo le numerično z ustreznim iteracijskim postopkom; v našem primeru sta neznanki napetost σ in viskozna deformacija $D_{cr,s}$. Sistem rešimo s pomočjo Newtonove metode. Po kratkem preračunu pridemo do končnega izraza za račun prirastka napetosti in viskozne deformacije

$$\Delta \sigma_s^i = \frac{-F_1 + \frac{1}{Q} \frac{\partial f}{\partial D_{cr,s}} F_2}{1 + \frac{1}{Q} \frac{\partial f}{\partial D_{cr,s}} \frac{\partial H}{\partial \sigma_s} \Delta t}, \quad (3.94)$$

$$\Delta D_{cr,s}^i = \frac{-F_2 + \frac{\partial H}{\partial \sigma_s} \Delta t \Delta \sigma^i}{Q}, \quad (3.95)$$

kjer je,

$$Q = 1 + 2 b_1 b_2 \frac{\coth(b_2 |D_{cr,s}^i|)}{\operatorname{sh}^2(b_2 |D_{cr,s}^i|)}, \quad (3.96)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \sigma_s} = \frac{\partial b_1}{\partial |\sigma_s|} \coth^2(b_2 |\sigma_s^i|) - 2 b_1 |\sigma_s^i| \frac{\coth(b_2 |D_{cr,s}^i|)}{\operatorname{sh}^2(b_2 |D_{cr,s}^i|)} \frac{\partial b_2}{\partial |\sigma_s|} \quad (3.97)$$

Iteracije za račun prirastka napetosti $\Delta \sigma^i$ in viskozne deformacije $\Delta D_{cr,s}^i$ znotraj časovnega intervala $[t^{i-1}, t^i]$ ponavljamo, dokler napaka $|\sigma^i - \sigma^{i-1}|$ in $|D_{cr,s}^i - D_{cr,s}^{i-1}|$ ni manjša od predpisane. Vidimo, da je določitev viskozne deformacije jekla dokaj zapletena naloga in v veliki meri odvisna od materialnih parametrov, ki jih ni lahko izmeriti. Žal po Williams-Leirovem poskusu v literaturi ni mogoče zaslediti podobnih eksperimentov, ki bi dodatno potrdili njegove parametre ali pa utemeljili nove, izboljšane modele viskoznega tečenja. Nasprotno, zaslediti je mogoče trend, da že v mehanski del konstitucijskega vključimo viskozne deformacije, podobno kot to predlaga standard EN 1993-1-2 (2005). Zavedati se moramo, da s tem v analizah izgubimo vpliv časa in je v tem primeru bolj smiselno govoriti o kritični porušni temperaturi kot pa o kritičnem porušnem času. Taki modeli so ponavadi omejeni s hitrostjo ogrevanja elementov; v primeru EN 1993-1-2 (2005) mora ta biti med 2 K/min in 50 K/min. Rezultati

v primerjavi z modelom, ki eksplicitno upošteva viskozno lezenje, so lahko tako kvantitativno kot tudi kvalitativno drugačni (Hozjan, 2007a). Podoben model, ki v sklopu mehanskih deformacij upošteva tudi viskozne deformacije in temelji na eksperimentalnih rezultatih (Kirby in Preston, 1998), je predstavljen v delu Hozjan (2007b).

3.3.2.6 Prirastek prehodnih deformacij in deformacij zaradi lezenja betona.

V betonu, ki je izpostavljen močnemu segrevanju, se razen mehanskih deformacij pojavijo tudi viskozne in tako imenovane prehodne deformacije. Eksperimenti, ki jih je opravil Cruz (1968), potrjujejo, da se pri povišani temperaturi in stalni obremenitvi v betonu pojavi viskozne deformacije, ki se razmeroma hitro povečujejo s časom. Gre torej za podoben reološki pojav kot pri viskoznem lezenju jekla. Prehodne deformacije pa se pojavijo kot posledica hitrega naraščanja temperature prvič obremenjenega betona in niso zajete v standardnem izrazu za temperaturno raztezanje in krčenje. Tako viskozne kot tudi prehodne deformacije betona so odvisne od napetosti in so zato z adicijskim principom povezane med seboj. Zato, podobno kot smo to storili pri jeklu, tudi prirastka viskozne in prehodne deformacije betona ter prirastek napetosti v časovnem intervalu $[t^{i-1}, t^i]$ izračunamo z Newtonovo iteracijsko metodo:

$$\delta\Delta\sigma_c^i = \frac{-F_1 + \frac{\partial\mathcal{F}_c}{\partial D_{\sigma,c}}(F_2 + F_3)}{\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial D_{\sigma,c}}\left(\frac{\partial\mathcal{C}}{\partial\sigma_c} + \frac{\partial\mathcal{T}}{\partial\sigma_c}\right)}, \quad (3.98)$$

$$\delta\Delta D_{cr,c}^i = -F_3 + \frac{\partial\mathcal{C}}{\partial\sigma_c}\delta\Delta\sigma_c^i, \quad (3.99)$$

$$\delta D_{tr,c}^i = -F_2 + \frac{\partial\mathcal{T}}{\partial\sigma_c}\delta\Delta\sigma_c^i, \quad (3.100)$$

V enačbah (3.98)–(3.100) smo z F_1 , F_2 in F_3 označili algebrajske enačbe za prirastek normalne napetosti in prirastka deformacij lezenja in prehodne deformacije. Zapišemo jih z enačbami:

$$F_1 = \Delta\sigma_c^i - \mathcal{F}_c(D_{\sigma,c,i}^i) + \sigma_c^i, \quad (3.101)$$

$$F_2 = \Delta D_{tr,c}^i - \mathcal{T}(\sigma_c^i), \quad (3.102)$$

$$F_3 = \Delta D_{cr,c}^i - \mathcal{C}(\sigma_c^i) + D_{cr,c}^i. \quad (3.103)$$

V enačbah (3.98)–(3.100) so $\delta\Delta\sigma_c^i$, $\delta\Delta D_{cr,c}^i$, $\delta D_{tr,c}^i$ prirastki prirastkov normalne napetosti, viskozne in prehodne deformacije pri Newtonovi iteraciji znotraj časovnega intervala $[t^{i-1}, t^i]$. Celotne prirastke omenjenih količin v tem intervalu pa izračunamo z enačbami:

$$\Delta\sigma_c^i = \Delta\sigma_c^i + \delta\Delta\sigma_c^i, \quad (3.104)$$

$$\Delta D_{cr,c}^i = \Delta D_{cr,c}^i + \delta\Delta D_{cr,c}^i, \quad (3.105)$$

$$\Delta D_{tr,c}^i = \Delta D_{tr,c}^i + \delta D_{tr,c}^i. \quad (3.106)$$

V enačbah (3.98)–(3.100) in (3.101)–(3.103) smo z \mathcal{F}_c označili konstitucijsko zvezo betona (3.85), s \mathcal{C} in \mathcal{T} pa zakona, s katerima izračunamo deformacijo lezenja in prehodno deformacijo betonskega vlakna. Za račun lezenja betona uporabimo model, ki ga je predstavil Harmathy (1993):

$$D_{cr,c} = \mathcal{C}(\sigma_c, T) = \beta_1 \frac{\sigma_c}{f_{c,T}} t^{1/2} e^{d(T-293)}. \quad (3.107)$$

Za empirični konstanti materiala β_1 in d v enačbi (3.107) privzamemo vrednosti (Bratina, 2003):

$$\beta_1 = 6.28 \cdot 10^{-6}, \quad (3.108)$$

$$d = 2.658 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}. \quad (3.109)$$

Na koncu še izračunamo prehodne deformacije betona po enačbi, ki sta jo podala Li in Prurkiss (2005) na podlagi meritev Anderberga in Thelanderssona:

$$D_{tr,c} = \mathcal{T}(\sigma_c, D_{th,c}) = \begin{cases} k_2 \frac{\sigma_c}{f_{c0}} D_{th,c}; & T \leq 550^\circ\text{C} \\ 0.01 \frac{\sigma_c}{f_{c0}}; & T > 550^\circ\text{C} \end{cases}. \quad (3.110)$$

V enačbi (3.110) predstavlja f_{c0} tlačno trdnost betona pri sobni temperaturi, k_2 pa empirično konstanto materiala ($1.8 \leq k_2 \leq 2.35$). Podrobnejše informacije o omenjenih deformacijah betona najdemo v delu Bratina (2003).

3.3.3 Konstitucijski zakon stika

Sovprežne konstrukcije v celoto povežemo z različnimi veznimi sredstvi. Kakor smo že omenili, smo v matematičnem modelu nosilca predpostavili, da posamezna sloja lahko drsita drug po drugem, ne moreta pa se razmakniti. Zato v tem razdelku prikazujemo le konstitucijsko zvezo za strižno komponento p_t kontaktne linijske obtežbe. V primeru klasičnih sovprežnih konstrukcij so kot vezna sredstva v rabi inženirjem dobro znani sovprežni mozniki različnih tipov; največkrat so to kar jekleni čepi tipa Nelson. Obnašanje sovprežnih konstrukcij je tako v veliki meri odvisno od števila in materialnih lastnosti veznih sredstev. Z izborom veznih sredstev v splošnem določamo stopnjo povezanosti med posameznima slojema. Tako sta lahko sloja povezana togo, delno podajno ali pa sploh nista povezana. V realnih kon-

(a) preizkušanec



(b) porušitev moznikov

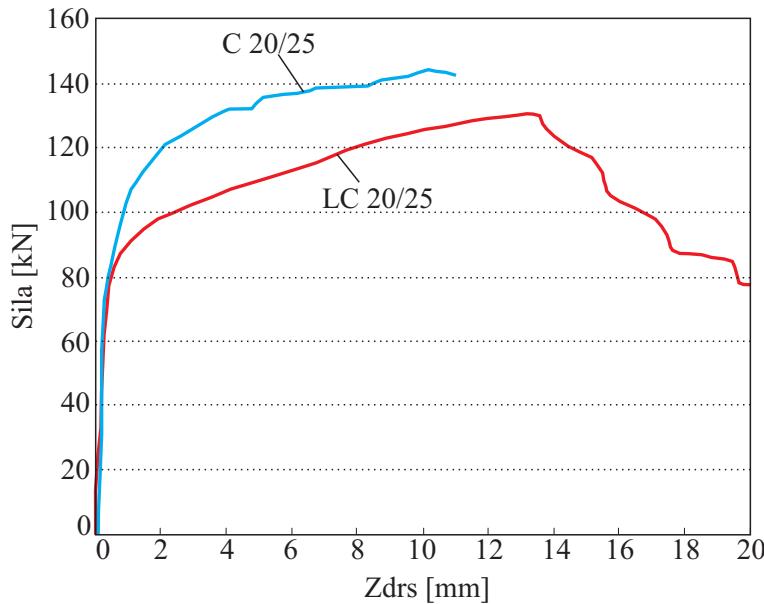


Slika 3.8: (a) Preizkušanec pred testiranjem. (b) Mozniki po obremenilnem preizkusu (Faust, 1996).

Figure 3.8: (a) Speciment before testing. (b) Treenail after testing (Faust, 1996).

strukcijah je togo povezavo zelo težko doseči. Tipičen primer toge povezave med posameznimi elementi predstavlja zvar, vendar ta način povezave lahko uporabljamo samo za povezavo posameznih jeklenih elementov v celoto. Togost povezave med betonom in jeklom kontroliramo s kvantiteto veznih sredstev; več jih je, bolj tog je stik. Konstitucijsko zvezo, ki opisuje obnašanje stika med sloji, določamo eksperimentalno. Pri klasičnih sovprežnih konstrukcijah je to dobro znani 'push-out' test, kjer kot rezultat dobimo odnos med zdrsom in strižno nosilnostjo stika. Na sliki (3.8a) je prikazan testiranec pred

preizkušanjem, na sliki (3.8b) pa so prikazani mozniki po končani obremenitvi. Slika (3.9) prikazuje rezultat takega obremenilnega preizkusa s krivuljo sila-zdrs (Faust, 1996). Pri tem imamo opravka s



Slika 3.9: Rezultat obremenilnega 'Push-out' preizkusa v obliki krivulje sila-zdrs za normalen beton C 20/25 in lahek beton LC 20/25 (Faust, 1996)

Figure 3.9: Result of 'Push-out' test in form of force-slip curve for normal concrete C 20/25 and for lightweight concrete LC 20/25 (Faust, 1996)

povprečnim zdrsom in povprečno silo, saj so vsi lokalni vplivi, kot je prestrig, lokalno luščenje betona okoli moznika itd, zajeti v rezultat z obliko krivulje sila-zdrs. Splošna oblika krivulje sila-zdrs je prikazana na sliki (3.10). Pri povišani temperaturi, kjer se toplotne in mehanske lastnosti materialov na stiku spreminja v odvisnosti od temperature in napetosti, je določitev odnosa med strižno silo in zdrsom toliko bolj zapletena in zahtevna naloga. V splošnem konstitucijski zakon stika zapišemo z izrazom:

$$p_t(x) = \mathcal{G}(x, \Delta, T, \sigma, \dots), \quad (3.111)$$

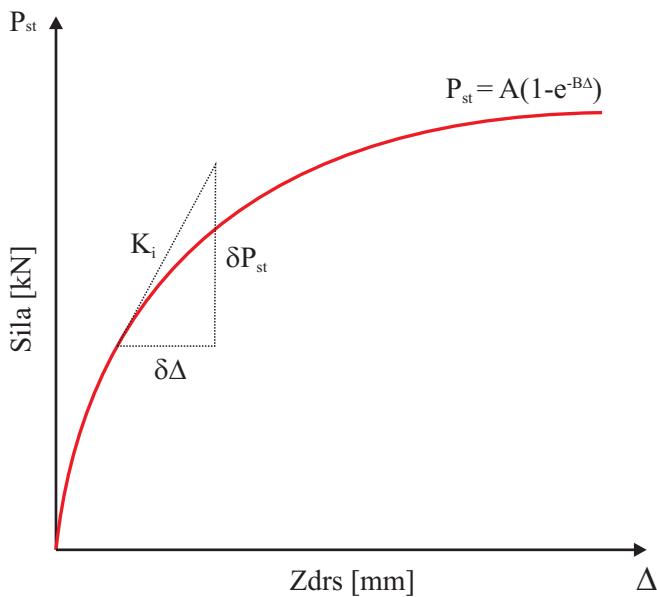
kjer je \mathcal{G} poljubna funkcija za opis konstitucijske zveze stika, Δ pa je zamik med slojema v tangentni smeri. Najbolj preprosta funkcija \mathcal{G} je linearна. V tem primeru strižno komponento kontaktne linijske obtežbe izračunamo preprosto z izrazom $p_t(x) = K\Delta(x)$, kjer je K koeficient togosti stika. V večini primerov pa je \mathcal{G} funkcija nelinearna. Odnos med silo P_{st} v stiku in zdrsom lahko za jeklene čepe določimo iz naslednjih enačb:

$$P_{st} = P_{max}(1 - e^{-\beta\Delta})^\alpha, \quad (3.112)$$

$$P_{st} = AP_{max}(1 - e^{-B\Delta}), \quad (3.113)$$

$$P_{max} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_u \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \\ 0.29 \alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}} \end{array} \right. . \quad (3.114)$$

V enačbah (3.112) in (3.113) pomeni P_{max} nosilnost veznih sredstev, ki jo običajno določimo z eksperimentom. Za čepe tipa Nelson lahko maksimalno silo določimo iz enačbe (3.114), kjer f_u pomeni mejno trdnost čepa, d premer čepa, f_{ck} je karakteristična tlačna trdnost betona in E_{cm} sekantni modul elastičnosti betona. Zveza (3.112), kjer koeficiente α in β določata obliko krivulje sila-zdrs, je privzeta



Slika 3.10: Splošna oblika krivulje sila-zdrs.
Figure 3.10: Comon shape of force-slip curve.

po Olgaardu s sodelavci (1971). Vrednosti koeficientov α in β so podane v preglednici (3.1) za različne tipe krivulj.

Preglednica 3.1: Vrednosti parametrov za opis krivulje sila-zdrs pri sobni temperaturi po Olgaardu (1971).

Table 3.1: Values of parameters for description of force-slip curve at room temperature according to Olgaard (1971).

	α	$\beta (\text{mm}^{-1})$
tip A	0.8	0.7
tip B	0.558	1
tip C	0.989	1.535

Odvisnost med silo in zdrsom, ki jo opisuje enačba (3.113), je utemeljena na raziskavah Huang s sodelavci (1999). Parametra A in B , ki nastopata v enačbi (3.113), so za različne temperature prikazani v preglednici (3.2).

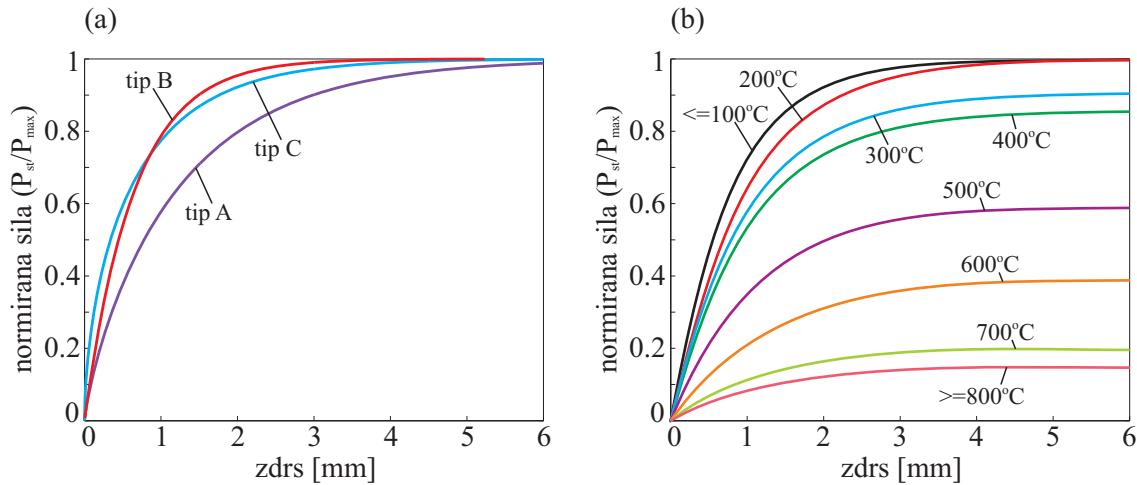
Nekaj modelov za opis odnosa med strižno silo in zdrsom za klasični moznik tipa Nelson je prikazanih na sliki (3.11a). Kakor vidimo, gre pri tipu A za najbolj podajen, pri tipu B pa za najbolj tog stik. Obnašanje moznikov pri povišani temperaturi je prikazana na sliki (3.11b). Očitno je upadanje nosilnosti in togosti moznične zveze pri zvišanju temperature. Tako je, na primer, nosilnost pri 500 °C le še 60% nosilnosti pri normalni temperaturi 20 °C. Iz enačbe (3.113) vidimo, da je nosilnost veznih sredstev pri povišani temperaturi določena s parametrom A , medtem ko parameter B določa podajnost stika.

Iz znanega poteka sila-zdrs določimo odnos za linijsko kontaktno obtežbo, ki jo pogosto imenujemo

Preglednica 3.2: Vrednosti parametrov A in B pri povišani temperauri po Huangu *et al.* (1971).

Table 3.2: Values of parameters A and B at elevated temperatures according to Huangu *et al.* (1971).

temperatura [°C]	A	B	temperatura [°C]	A	B
≤ 100	1	1.2789	500	0.5909	0.9163
200	1	1.0297	600	0.3911	0.7985
300	0.9063	1.0095	700	0.1964	0.9251
400	0.8567	0.9781	≥ 800	0.1472	0.8967



Slika 3.11: (a) Odnos sila-zdrs za primer sobne temperature in različnih parametrov α in β . (b) Odnos sila-zdrs pri povišanih temperaturah.

Figure 3.11: (a) Relation of force-slip for normal temperature and different values of parameters α and β . (b) Relation force-slip at elevated temperatures.

strižni tok:

$$p_t(x) = P_{st,sum}/L, \quad (3.115)$$

kjer je L celotna dolžina kontaktne površine (običajno je to celotna dolžina sovprežnega nosilca), $P_{st,sum}$ pa celotna nosilnost stika, ki ga neposredno dobimo iz eksperimenta. V primeru moznikov tipa Nelson, kjer nosilnost posameznega moznika določimo iz enačbe (3.114), lahko celotno nosilnost stika določimo kot $P_{st,sum} = \sum_{i=1}^n P_{max}^i$, pri čemer je n celotno število moznikov vzdolž stične površine med spodnjim in zgornjim slojem sovprežnega nosilca. V primeru, da mozniki niso enakomerno razporejeni vzdolž nosilca, kar je velikokrat praksa pri kontinuirnih sovprežnih nosilcih, razdelimo obravnavan nosilec na segmente, znotraj katerih so mozniki razporejeni enakomerno.

3.4 Robni pogoji

H kinematičnim, ravnotežnim in konstitucijskim enačbam, ki predstavljajo osnovni algebrajsko-diferencialni sistem enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca, spadajo še robni pogoji, ki so potrebni za določitev

posebne rešitve. Robne pogoje lahko razdelimo v dve skupini: (i) naravni ali Neumannovi robni pogoji, ki so posledica predpisanih robnih sil, (ii) bistveni ali Dirichletovi robni pogoji, ki izhajajo iz predpisanih geometrijskih količin na robovih. Definicjsko območje naravnih in bistvenih robnih pogojev se medsebojno izključuje, kar pomeni, da je v robni točki za vsako prostostno stopnjo lahko predpisan le en robni pogoj, naravni ali bistveni. Robni pogoji za dvoslojni sovprežni nosilec so:

spodnji sloj a:

$$\mathcal{R}_X^a(0) + S_1^a = 0 \quad \text{ali} \quad u^a(0) = u_1^a, \quad (3.116)$$

$$\mathcal{R}_Z^a(0) + S_2^a = 0 \quad \text{ali} \quad w^a(0) = u_2^a, \quad (3.117)$$

$$\mathcal{M}_Z^a(0) + S_3^a = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi^a(0) = u_3^a, \quad (3.118)$$

$$\mathcal{R}_X^a(L) - S_4^a = 0 \quad \text{ali} \quad u^a(L) = u_4^a, \quad (3.119)$$

$$\mathcal{R}_Z^a(L) - S_5^a = 0 \quad \text{ali} \quad w^a(L) = u_5^a, \quad (3.120)$$

$$\mathcal{M}_Z^a(L) - S_6^a = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi^a(L) = u_6^a, \quad (3.121)$$

zgornji sloj b:

$$\mathcal{R}_X^b(0) + S_1^b = 0 \quad \text{ali} \quad u^b(0) = u_1^b, \quad (3.122)$$

$$\mathcal{R}_Z^b(0) + S_2^b = 0 \quad \text{ali} \quad w^b(0) = u_2^b, \quad (3.123)$$

$$\mathcal{M}_Z^b(0) + S_3^b = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi^b(0) = u_3^b, \quad (3.124)$$

$$\mathcal{R}_X^b(L) - S_4^b = 0 \quad \text{ali} \quad u^b(L) = u_4^b, \quad (3.125)$$

$$\mathcal{R}_Z^b(L) - S_5^b = 0 \quad \text{ali} \quad w^b(L) = u_5^b, \quad (3.126)$$

$$\mathcal{M}_Z^b(L) - S_6^b = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi^b(L) = u_6^b, \quad (3.127)$$

zdrs:

$$\Delta(0) = \int_0^{x^*(0)} \left(1 + D_s^b(x) \right) dx. \quad (3.128)$$

V robnih pogojih (3.116)–(3.127) predstavljajo S_i^a in S_i^b ($i = 1, 2, \dots, 6$) posplošeno robno obtežbo, u_i^a in u_i^b posplošene robne pomike.

3.5 Različne teorije dvoslojnega sovprežnega nosilca

Napetostno in deformacijsko stanje dvoslojnega sovprežnega nosilca določa sistem algebrjsko-diferencialnih enačb, ki je sestavljen iz kinematičnih (3.26)–(3.31), ravnotežnih (3.38)–(3.43), konstitucijskih (3.55)–(3.58) in veznih enačb, ki so prav tako sestavljene iz kinematičnih (3.32)–(3.33), ravnotežnih (3.53)–(3.54) ter konstitucijske enačbe (3.111). Osnovni sistem enačb dopolnjujejo pripadajoči robni pogoji (3.116)–(3.127). Sistem je sestavljen iz 26 enačb in prav toliko neznank, podan je v oknu 3.1.

Okno 3.1: Sistem osnovnih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca

kinematične enačbe:

$$\text{spodnji sloj } a: \quad 1 + u^{a'}(x) - (1 + \varepsilon^a(x)) \cos \varphi^a(x) = 0, \quad (3.129)$$

$$w^{a'}(x) + (1 + \varepsilon^a(x)) \sin \varphi^a(x) = 0, \quad (3.130)$$

$$\varphi^{a'}(x) - \kappa^a(x) = 0, \quad (3.131)$$

zgornji sloj b :

$$1 + u^{b'}(x) - (1 + \varepsilon^b(x)) \cos \varphi^b(x) = 0, \quad (3.132)$$

$$w^{b'}(x) + (1 + \varepsilon^b(x)) \sin \varphi^b(x) = 0, \quad (3.133)$$

$$\varphi^{b'}(x) - \kappa^b(x) = 0, \quad (3.134)$$

ravnotežne enačbe:

$$\text{spodnji sloj } a: \quad \mathcal{R}_X^{a'}(x) + q_X^a(x) + p_X^a(x) = 0, \quad (3.135)$$

$$\mathcal{R}_Z^{a'}(x) + q_Z^a(x) + p_Z^a(x) = 0, \quad (3.136)$$

$$\mathcal{M}^{a'}(x) - (1 + \varepsilon^a(x)) \mathcal{Q}^a(x) + m_Y^a = 0, \quad (3.137)$$

$$\mathcal{N}^a(x) = \mathcal{R}_X^a(x) \cos \varphi^a(x) - \mathcal{R}_Z^a \sin \varphi^a(x), \quad (3.138)$$

$$\mathcal{Q}^a(x) = \mathcal{R}_X^a(x) \sin \varphi^a(x) + \mathcal{R}_Z^a \cos \varphi^a(x), \quad (3.139)$$

zgornji sloj b :

$$\mathcal{R}_X^{b'}(x) + q_X^b(x) + p_X^b(x) = 0, \quad (3.140)$$

$$\mathcal{R}_Z^{b'}(x) + q_Z^b(x) + p_Z^b(x) = 0, \quad (3.141)$$

$$\mathcal{M}^{b'}(x) - (1 + \varepsilon^b(x)) \mathcal{Q}^b(x) + m_Y^b = 0, \quad (3.142)$$

$$\mathcal{N}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \cos \varphi^b(x) - \mathcal{R}_Z^b \sin \varphi^b(x), \quad (3.143)$$

$$\mathcal{Q}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \sin \varphi^b(x) + \mathcal{R}_Z^b \cos \varphi^b(x). \quad (3.144)$$

konstitucijske enačbe:

$$\text{spodnji sloj } a: \quad \mathcal{N}^a = \mathcal{N}_c^a(x, D^a(x, y^a, z^a), T(x, y^a, z^a)), \quad (3.145)$$

$$\mathcal{M}^a = \mathcal{M}_c^a(x, D^a(x, y^a, z^a), T(x, y^a, z^a)), \quad (3.146)$$

$$\text{zgornji sloj } b: \quad \mathcal{N}^b = \mathcal{N}_c^b(x, D^b(x, y^b, z^b), T(x, y^b, z^b)), \quad (3.147)$$

$$\mathcal{M}^b = \mathcal{M}_c^b(x, D^b(x, y^b, z^b), T(x, y^b, z^b)), \quad (3.148)$$

pospološene vezne enačbe:

$$x + u^a(x) = x^* + u^b(x^*), \quad (3.149)$$

$$w^b(x^*) = w^a(x), \quad (3.150)$$

$$\Delta'(x) = \varepsilon^a(x) - \varepsilon^b(x) + z^s [\kappa^a(x) - \kappa^b(x)], \quad (3.151)$$

$$p_X^a(x) - p_X^b(x) = 0, \quad (3.152)$$

$$p_Z^a(x) - p_Z^b(x) = 0, \quad (3.153)$$

$$p_t(x) = \mathcal{G}(x, \Delta, T, \sigma, \dots). \quad (3.154)$$

Osnovne neznanke problema so: $u^a, w^a, \varphi^a, u^b, w^b, \varphi^b, \varepsilon^a, \varepsilon^b, \kappa^a, \kappa^b, \mathcal{R}_X^a, \mathcal{R}_Z^a, \mathcal{N}^a, \mathcal{Q}^a, \mathcal{M}^a, \mathcal{R}_X^b, \mathcal{R}_Z^b, \mathcal{N}^b, \mathcal{Q}^b, \mathcal{M}^b, x^*, \Delta, p_X^a, p_Z^a, p_X^b, p_Z^b$

3.5.1 Poenostavljen matematični model dvoslojnega sovprežnega nosilca

Sistem algebarsko-diferencialnih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca, ki je predstavljen v oknu 3.1, lahko ob upoštevanju nekaterih ugotovitev in predpostavk dodatno poenostavimo. Tako upoštevamo ugotovitev, ki jo je v svoji disertaciji dokazal Čas (2004), da so zamiki med slojema majhni. To predpostavko upravičuje tudi dejstvo, da je uporaba veznih sredstev kot so mozniki, žebelji in podobno v tehnični praksi vnaprej pogojena z majhnimi zamiki v stikih. Vpeljava predpostavke o majhnih zdrisih je torej inženirsko upravičena in jo potrjujejo eksperimenti, kakor tudi opazovanja sovprežnih konstrukcij v vsakdanji praksi. Ob upoštevanju te predpostavke se nekatere enačbe dodatno poenostavijo; tako dobimo:

$$w^b(x^*) \approx w^b(x) \rightarrow w^b(x) = w^a(x) = w(x), \quad (3.155)$$

$$\varphi^b(x^*) \approx \varphi^b(x) \rightarrow \varphi^b(x) = \varphi^a(x) = \varphi(x), \quad (3.156)$$

$$u^b(x^*) \approx u^b(x), \quad (3.157)$$

$$\kappa^b(x^*) \approx \kappa^b(x), \quad (3.158)$$

$$\varepsilon^b(x^*) \approx \varepsilon^b(x). \quad (3.159)$$

Ob upoštevanju enačb (3.156)–(3.159) se dodatno poenostavita kinematični vezni enačbi (3.32)–(3.33):

$$x + u^a(x) = x^* + u^b(x), \quad (3.160)$$

$$\kappa^b(x) = \frac{1 + D_s^a(x)}{1 + D_s^b(x)} \kappa^a(x). \quad (3.161)$$

Z vpeljano predpostavko o majhnih zdrisih iz zveze o enakosti zasukov (3.156) izhaja, da so tudi ti majhni, zato je smiselno povezavo psevdoukrivljenosti dodatno poenostaviti. Upoštevamo, da je $|D_s^a(x)| \ll 1$ ter $|D_s^b(x)| \ll 1$ in dobimo:

$$\kappa^b(x) = \kappa^a(x) = \kappa(x). \quad (3.162)$$

Prav tako se poenostavi enačba za izračun zdrsa na začetku nosilca. Ravnotežnim enačbam (3.38)–(3.43) lahko dodamo naslednji enačbi in ju odvajamo po x :

$$\mathcal{R}_Z(x) = \mathcal{R}_Z^a(x) + \mathcal{R}_Z^b(x) \rightarrow \mathcal{R}'_Z(x) = \mathcal{R}'_Z^a(x) + \mathcal{R}'_Z^b(x), \quad (3.163)$$

$$\mathcal{M}(x) = \mathcal{M}^a(x) + \mathcal{M}^b(x) \rightarrow \mathcal{M}'(x) = \mathcal{M}'^a(x) + \mathcal{M}'^b(x), \quad (3.164)$$

kjer je \mathcal{R}_Z skupna komponenta ravnotežne sile v smeri Z in \mathcal{M} skupni moment dvoslojnega sovprežnega nosilca. Izkaže se, da s tem ravnotežne enačbe razpadajo na dva ločena sistema. Temu primerno moramo popraviti tudi robne pogoje:

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{R}_Z^a(0) + S_2^a = 0 \\ \mathcal{R}_Z^b(0) + S_2^b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathcal{R}_Z(0) + S_2 = 0, \quad (3.165)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{R}_Z^a(L) - S_5^a = 0 \\ \mathcal{R}_Z^b(L) - S_5^b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathcal{R}_Z(L) - S_5 = 0, \quad (3.166)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{M}^a(0) + S_3^a = 0 \\ \mathcal{M}^b(0) + S_3^b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathcal{M}(0) + S_3 = 0, \quad (3.167)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{M}^a(L) - S_6^a = 0 \\ \mathcal{M}^b(L) - S_6^b = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \mathcal{M}(L) - S_6 = 0. \quad (3.168)$$

Podobno kot smo vpeljali skupni ravnotežni moment, vpeljemo še skupni konstitucijski moment \mathcal{M}_c :

$$\mathcal{M}_c = \mathcal{M}_c^a + \mathcal{M}_c^b = \mathcal{M}. \quad (3.169)$$

To nam omogoča, da lahko iz konstitucijskih enačb (3.169), (3.55) in (3.58) ter ob upoštevanju zvezne med psevdoukrivljenostmi (3.162), določimo deformacijske količine ε^a , ε^b , κ^a in κ^b . Iz preostale konstitucijske enačbe pa lahko izračunamo p_n^a . Enačba (3.57) se sedaj glasi:

$$\mathcal{M}_c^{a'}(x) = \mathcal{M}^{a'}(x) = (1 + \varepsilon^a(x))\mathcal{Q}^a - m_Y^a, \quad (3.170)$$

Če to enačbo (3.170) še enkrat odvajamo po x , dobimo

$$\left[\frac{\mathcal{M}_c^{a'}(x) + m_Y^a}{(1 + \varepsilon^a(x))} \right]' = \mathcal{R}_X^{a'}(x) \sin \varphi^a(x) + \mathcal{R}_Z^{a'}(x) \cos \varphi^a(x) + \mathcal{N}^a(x) \kappa^a(x). \quad (3.171)$$

Iz enačbe (3.171) količine p_n^a ne moremo neposredno izračunati, saj nastopa posredno v količini \mathcal{R}_Z^a ; zato enačbo (3.171) upoštevamo kot dodatno vezno enačbo. Geometrijsko točne enačbe dvoslojnega sovprežnega nosilca, kjer pomiki in deformacije niso omejene, zdrs med slojema pa je majhen, ob upoštevanju prej navedenih predpostavk in poenostavitev združeno zapišemo v oknu 3.2. Pripadajoči naravni in bistveni robni pogoji so naslednji:

$$\mathcal{R}_Z(0) = \mathcal{R}_Z^a(0) + \mathcal{R}_Z^b(0), \quad (3.172)$$

$$\mathcal{M}(0) = \mathcal{M}^a(0) + \mathcal{M}^b(0), \quad (3.173)$$

$$\mathcal{R}_Z(L) = \mathcal{R}_Z^a(L) + \mathcal{R}_Z^b(L), \quad (3.174)$$

$$\mathcal{M}(L) = \mathcal{M}^a(L) + \mathcal{M}^b(L), \quad (3.175)$$

$$\mathcal{R}_X^a(0) + S_1^a = 0 \quad \text{ali} \quad u^a(0) = u_1^a, \quad (3.176)$$

$$\mathcal{R}_X^b(0) + S_1^b = 0 \quad \text{ali} \quad u^b(0) = u_1^b, \quad (3.177)$$

$$\mathcal{R}_Z(0) + S_2 = 0 \quad \text{ali} \quad w(0) = u_2, \quad (3.178)$$

$$\mathcal{M}(0) + S_3 = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi(0) = u_3, \quad (3.179)$$

$$\mathcal{R}_X^a(L) - S_4^a = 0 \quad \text{ali} \quad u^a(L) = u_4^a, \quad (3.180)$$

$$\mathcal{R}_X^b(L) - S_4^b = 0 \quad \text{ali} \quad u^b(L) = u_4^b, \quad (3.181)$$

$$\mathcal{R}_Z(L) - S_5 = 0 \quad \text{ali} \quad w(L) = u_5, \quad (3.182)$$

$$\mathcal{M}(L) - S_6 = 0 \quad \text{ali} \quad \varphi(L) = u_6, \quad (3.183)$$

$$\Delta(0) = u^a(0) - u^b(0). \quad (3.184)$$

3.5.2 Geometrijsko linearna teorija dvoslojnega sovprežnega nosilca z upoštevanjem majhnih zamikov

Glede na naravo in konstrukcijsko izvedbo sovprežnih konstrukcij so njihovi pomiki in deformacije pri obremenitvi majhni v primerjavi z njihovimi dimenzijami. Zato so v računski analizi sovprežnih nosilcev pogosto v rabi geometrijsko linearne teorije, ki jih bolj poznamo pod imenom teorije prvega reda. Do posplošenih enačb geometrijsko linearne teorije pridemo z linearizacijo geometrijsko točnih enačb v začetni nedeformirani legi. Linearizacija temelji na Frechetovem odvodu, ki ga imenujemo tudi smerni

odvod, v mehaniki konstrukcij pa tudi tangentna matrika. Poljubno funkcijo f lineariziramo tako, da jo razvijemo v Taylorjevo vrsto okoli točke x_0 in upoštevamo samo linearne člene, člene višjega reda pa zanemarimo:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} (x - x_0) + \underbrace{\frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=x_0} (x - x_0)^2}_{\approx 0} + \dots \quad (3.185)$$

Linearizacijo funkcionala \mathbf{f} okoli poljubne ravnotežne lege nadomestimo s smernim odvodom:

$$\delta \mathbf{f}(\mathbf{x}; \delta x) = \frac{d}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} \mathbf{f}(\mathbf{x} + \alpha \delta \mathbf{x}), \quad (3.186)$$

kjer je $\delta \mathbf{x}$ smer odvoda in $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]$. Po tem pravilu lineariziramo osnovne in vezne enačbe, ki opisujejo dvoslojni sovprežni nosilec in so prikazane v oknu 3.1, okoli začetne ravnotežne lege. Ker so linearizirane posplošene ravnotežne enačbe ravninskih nosilcev dobro znane, jih privzamemo iz literature (Čas 2004). Podrobnejše prikažemo linearizacijo veznih enačb. Tako so kinematične, ravnotežne in konstitucijske enačbe dvoslojnega sovprežnega nosilca naslednje:

$$u^{a'}(x) - \varepsilon^a(x) = 0, \quad u^{b'}(x) - \varepsilon^b(x) = 0, \quad (3.187)$$

$$w^{a'}(x) + \varphi^a(x) = 0, \quad w^{b'}(x) + \varphi^b(x) = 0, \quad (3.188)$$

$$\varphi^{a'} - \kappa^a(x) = 0, \quad \varphi^{b'} - \kappa^b(x) = 0, \quad (3.189)$$

$$\mathcal{N}^{a'}(x) + q_X^a(x) + p_X^a(x) = 0, \quad \mathcal{N}^{b'}(x) + q_X^b(x) + p_X^b(x) = 0, \quad (3.190)$$

$$\mathcal{Q}^{a'}(x) + q_Z^a(x) + p_Z^a(x) = 0, \quad \mathcal{Q}^{b'}(x) + q_Z^b(x) + p_Z^b(x) = 0, \quad (3.191)$$

$$\mathcal{M}^{a'}(x) - \mathcal{Q}^a(x) + m_Y^a = 0, \quad \mathcal{M}^{b'}(x) - \mathcal{Q}^b(x) + m_Y^b = 0, \quad (3.192)$$

$$\mathcal{N}^a(x) = \mathcal{N}_c^a(x), \quad \mathcal{N}^b(x) = \mathcal{N}_c^b(x), \quad (3.193)$$

$$\mathcal{M}^a(x) = \mathcal{M}_c^a(x), \quad \mathcal{M}^b(x) = \mathcal{M}_c^b(x). \quad (3.194)$$

Z linearizacijo veznih kinematičnih enačb okoli začetne ravnotežne lege, kjer velja $\varphi(x) = 0$, dobimo:

$$\delta[u^b(x^*)] = \delta u^b(x) + \underbrace{\delta u^{b'}(x^* - x)}_{=0} + \dots = \delta u^b(x), \quad (3.195)$$

$$\delta[w^b(x^*)] = \delta w^b(x) + \underbrace{\delta w^{b'}(x^* - x)}_{=0} + \dots = \delta w^b(x), \quad (3.196)$$

$$\delta[\varphi^b(x^*)] = \delta \varphi^b(x) + \underbrace{\delta \varphi^{b'}(x^* - x)}_{=0} + \dots = \delta \varphi^b(x). \quad (3.197)$$

Z upoštevanjem zvez (3.195) in (3.196) dobijo linearizirane kinematične vezne enačbe naslednjo obliko:

$$\delta x + \delta u^a(x) = \delta x^* + \delta u^b(x), \quad (3.198)$$

$$\delta w^a(x) = \delta w^b(x), \quad (3.199)$$

$$\delta \varphi^a(x) = \delta \varphi^b(x). \quad (3.200)$$

Sedaj lineariziramo še ravnotežne vezne enačbe:

$$\delta [p_X^a(x)] = \underbrace{\delta p_t^a(x) \cos \varphi^a(x)}_{=1} + \underbrace{\delta \varphi^a(x) p_t^a(x) \sin \varphi^a(x)}_{=0} + \underbrace{\delta p_n^a(x) \sin \varphi^a(x)}_{=0} + \underbrace{\delta \varphi^a(x) p_n^a(x) \cos \varphi^a(x)}_{=0}, \quad (3.201)$$

$$\delta [p_X^b(x)] = \underbrace{\delta p_t^b(x) \cos \varphi^b(x)}_{=1} + \underbrace{\delta \varphi^b(x) p_t^b(x) \sin \varphi^b(x)}_{=0} + \underbrace{\delta p_n^b(x) \sin \varphi^b(x)}_{=0} + \underbrace{\delta \varphi^b(x) p_n^b(x) \cos \varphi^b(x)}_{=0}, \quad (3.202)$$

$$\delta [p_Z^a(x)] = \underbrace{\delta p_n^a(x) \cos \varphi^a(x)}_{=1} + \underbrace{\delta \varphi^a(x) p_n^a(x) \sin \varphi^a(x)}_{=0} + \underbrace{\delta p_t^a(x) \sin \varphi^a(x)}_{=0} + \underbrace{\delta \varphi^a(x) p_t^a(x) \cos \varphi^a(x)}_{=0}, \quad (3.203)$$

$$\delta [p_Z^b(x)] = \underbrace{\delta p_n^b(x) \cos \varphi^b(x)}_{=1} + \underbrace{\delta \varphi^b(x) p_n^b(x) \sin \varphi^b(x)}_{=0} + \underbrace{\delta p_t^b(x) \sin \varphi^b(x)}_{=0} + \underbrace{\delta \varphi^b(x) p_t^b(x) \cos \varphi^b(x)}_{=0}, \quad (3.204)$$

Ob upoštevanju zvez (3.201)–(3.204) dobimo končno obliko lineariziranih ravnotežnih enačb:

$$\delta p_t^a(x) + \delta p_t^b(x) = 0, \quad (3.205)$$

$$\delta p_n^a(x) + \delta p_n^b(x) = 0. \quad (3.206)$$

Na koncu lineariziramo še enačbo za zdrs na stiku in dobimo:

$$\delta \Delta'(x) = \delta \varepsilon^a(x) - \delta \varepsilon^b(x) \rightarrow \delta \Delta(x) = \delta u^a(x) - \delta u^b(x). \quad (3.207)$$

Če sedaj upoštevamo zveze (3.201)–(3.204) in (3.205)–(3.206) ter, podobno kot smo to storili pri točni teoriji, vpeljemo skupno prečno silo $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^a + \mathcal{Q}^b$ in skupni upogibni moment $\mathcal{M} = \mathcal{M}^a + \mathcal{M}^b$, se ravnotežne enačbe (3.190)–(3.192) poenostavijo:

$$\mathcal{N}^{a\prime}(x) + q_X^a(x) + p_t(x) = 0, \quad \mathcal{N}^{b\prime}(x) + q_X^b(x) - p_t(x) = 0, \quad (3.208)$$

$$\mathcal{Q}'(x) + q_Z(x) = 0, \quad (3.209)$$

$$\mathcal{M}'(x) - \mathcal{Q}(x) + m_Y = 0. \quad (3.210)$$

V dobljenih enačbah je $q_Z(x) = q_Z^a(x) + q_Z^b(x)$, $m_Y = m_Y^a + m_Y^b$ in $p_t(x) = p_t^a(x)$. Kot lahko vidimo iz enačb (3.208)–(3.210), je iz sistema enačb izpadla neznanka p_n , ki jo tako izračunamo posredno. Razen tega z vpeljavo skupne prečne sile in momenta celoten sistem diferencialno algebrajskih enačb razпадa na dva dela, in sicer na povezan del in na nepovezan del, ki ga tako lahko izračunamo posredno. Sistem lineariziranih enačb, ki opisujejo obnašanje dvoslojnega sovprežnega nosilca, prikazujemo v oknu 3.3. V nadaljevanju smo pri izdelavi numeričnega postopka in računalniškega programa za račun dvoslojnih sovprežnih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med slojema pri sobni temperaturi in požaru, uporabili tako sistem geometrijsko točnih enačb kot sistem lineariziranih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca.

Okno 3.2: Sistem geometrijsko točnih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca z upoštevanjem majhnih zamikov na stiku med slojema

kinematične enačbe:

$$1 + u^a(x)' - (1 + \varepsilon^a(x)) \cos \varphi(x) = 0, \quad (3.211)$$

$$1 + u^b(x)' - (1 + \varepsilon^b(x)) \cos \varphi(x) = 0, \quad (3.212)$$

$$w'(x) + (1 + \varepsilon^a(x)) \sin \varphi(x) = 0 \quad (3.213)$$

$$\varphi - \kappa(x) = 0, \quad (3.214)$$

ravnotežne enačbe:

$$\mathcal{R}_X^{a'}(x) + q_X^a(x) + p_X(x) = 0, \quad (3.215)$$

$$\mathcal{R}_X^{b'}(x) + q_X^b(x) - p_X(x) = 0, \quad (3.216)$$

$$\mathcal{R}_Z'(x) + q_Z(x) = 0, \quad (3.217)$$

$$\mathcal{M}'(x) - \mathcal{M}_c'(x) = 0, \quad (3.218)$$

$$Q^a(x)(1 + \varepsilon^a(x)) - \mathcal{M}_c^a(x) - m_Y(x) = 0, \quad (3.219)$$

$$\mathcal{M}^b(x) = \mathcal{M}(x) - \mathcal{M}^a(x), \quad (3.220)$$

$$\mathcal{R}_Z^b(x) = \mathcal{R}_Z(x) - \mathcal{R}_Z^a(x), \quad (3.221)$$

$$\mathcal{N}^a(x) = \mathcal{R}_X^a(x) \cos \varphi(x) - \mathcal{R}_Z^a \sin \varphi(x), \quad (3.222)$$

$$\mathcal{Q}^a(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \sin \varphi(x) + \mathcal{R}_Z^a \cos \varphi(x). \quad (3.223)$$

$$\mathcal{N}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \cos \varphi(x) - \mathcal{R}_Z^b \sin \varphi(x), \quad (3.224)$$

$$\mathcal{Q}^b(x) = \mathcal{R}_X^b(x) \sin \varphi(x) + \mathcal{R}_Z^b \cos \varphi(x). \quad (3.225)$$

konstitucijske enačbe:

$$\mathcal{N}^a(x) - \mathcal{N}_c^a(x) = 0, \quad (3.226)$$

$$\mathcal{N}^b(x) - \mathcal{N}_c^b(x) = 0, \quad (3.227)$$

$$\mathcal{M}^a(x) - \mathcal{M}_c^a(x) = 0, \quad (3.228)$$

pospološene vezne enačbe:

$$\Delta(x) = \Delta'(x) = \varepsilon^a(x) - \varepsilon^b(x), \quad (3.229)$$

$$p_X^a(x) - p_X^b(x) = 0, \quad (p_X^a(x) = p_X(x)), \quad (3.230)$$

$$p_Z^a(x) - p_Z^b(x) = 0, \quad (p_Z^a(x) = p_z(x)), \quad (3.231)$$

$$\left[\frac{\mathcal{M}_c^{a'}(x) + m_Y^a}{(1 + \varepsilon^a(x))} \right]' = \mathcal{R}_X^{a'}(x) \sin \varphi^a(x) + \mathcal{R}_Z^{a'}(x) \cos \varphi^a(x) + \mathcal{N}^a(x) \kappa^a(x), \quad (3.232)$$

$$p_t(x) = \mathcal{G}(x, \Delta, T, \sigma, \dots). \quad (3.233)$$

Osnovne neznanke problema so: ε^a , ε^b , κ , u^a , u^b , w , φ , \mathcal{R}_X^a , \mathcal{R}_X^b , \mathcal{R}_Z^a , \mathcal{R}_Z^b , \mathcal{N}^a , \mathcal{N}^b , \mathcal{Q}^a , \mathcal{Q}^b , \mathcal{M} , p_X^a , p_X^b , p_Z^a , p_Z^b , Δ , p_n in p_t .

Preostala enačba za izračun x^* :

$$x^*(x) = x + \Delta(x). \quad (3.234)$$

Okno 3.3: Sistem lineariziranih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca

Osnovne povezane enačbe:

kinematične enačbe:

$$u^{a'}(x) - \varepsilon^a(x) = 0, \quad (3.235)$$

$$u^{b'}(x) - \varepsilon^b(x) = 0, \quad (3.236)$$

$$w'(x) + \varphi(x) = 0, \quad (3.237)$$

$$\varphi - \kappa(x) = 0, \quad (3.238)$$

ravnotežne enačbe:

$$\mathcal{N}^{a'}(x) + q_X^a(x) + p_t^a(x) = 0, \quad (3.239)$$

$$\mathcal{N}^{b'}(x) + q_X^b(x) - p_t^b(x) = 0, \quad (3.240)$$

$$\mathcal{Q}'(x) + q_Z(x) = 0, \quad (3.241)$$

$$\mathcal{M}'(x) - \mathcal{Q}(x) + m_Y = 0, \quad (3.242)$$

konstitucijske enačbe:

$$\mathcal{N}^a(x) - \mathcal{N}_c^a(x) = 0, \quad (3.243)$$

$$\mathcal{N}^b(x) - \mathcal{N}_c^b(x) = 0, \quad (3.244)$$

$$\mathcal{M}(x) - \mathcal{M}_c(x) = 0, \quad (3.245)$$

vezne enačbe:

$$\Delta(x) = u^a(x) - u^b(x), \quad (3.246)$$

$$p_t(x) = \mathcal{G}(x, \Delta, T, \sigma, \dots). \quad (3.247)$$

Osnovne neznanke problema so: $\varepsilon^a, \varepsilon^b, \kappa, u^a, u^b, w, \varphi, \mathcal{N}^a, \mathcal{N}^b, \mathcal{Q}, \mathcal{M}, \Delta$ in p_t .

Preostale enačbe:

$$x^*(x) = x + \Delta(x), \quad (3.248)$$

$$\mathcal{Q}(x) = \mathcal{Q}^a(x) + \mathcal{Q}^b(x), \quad (3.249)$$

$$\mathcal{M}(x) = \mathcal{M}^a(x) + \mathcal{M}^b(x), \quad (3.250)$$

$$\mathcal{Q}^{a'}(x) + q_Z^a(x) + p_Z^a(x) = 0 \quad \text{ali} \quad \mathcal{Q}^{b'}(x) + q_Z^b(x) + p_Z^b(x) = 0, \quad (3.251)$$

$$\mathcal{M}^{a'}(x) - \mathcal{Q}^a(x) + m_Y^a = 0 \quad \text{ali} \quad \mathcal{M}^{b'}(x) - \mathcal{Q}^b(x) + m_Y^b = 0, \quad (3.252)$$

$$\mathcal{M}^a(x) = \mathcal{M}_c^a(x), \quad \text{ali} \quad \mathcal{M}^b(x) = \mathcal{M}_c^b(x). \quad (3.253)$$

Preostale neznanke problema so: $\mathcal{Q}^a, \mathcal{Q}^b, \mathcal{M}^a, \mathcal{M}^b, x^*$ in p_n .

4 NUMERIČNO REŠEVANJE

4.1 Reševanje enačb povezanega problema prevajanja toplotne in vlage

Kakor smo ugotovili v poglavju 3, je povezan problem prevajanja toplotne in vlage nelinearen in do analitičnih rešitev praviloma ne moremo priti. Zato so v rabi različne numerične metode za reševanje nelienarnih parcialnih diferencialnih enačb, s kakršnimi imamo opraviti pri obravnavanem primeru. Najbolj znani sta metoda končnih differenc in metoda končnih elementov. V začetnih raziskavah je bila večkrat uporabljena metoda končnih differenc. Lastnosti te metode in uporabo v povezanih problemih prevajanja toplotne in vlage je podrobno opisal Özisik (1985, 1994). V našem prostoru je diferenčno metodo v numerični analizi prevajanja toplotne in vlage skozi les pri normalni temperaturi prvi uporabil Gams (2003) v svoji diplomske nalogi. Nadalje sta diferenčno metodo za račun prevajanja toplotne in vlage uporabila: Schnabl (2007) za lesene elemente, ki so izpostavljeni požaru, in Krauberger (2008) za betonske elemente, izpostavljeni požaru. Pomanjkljivost diferenčne metode je v tem, da ob upoštevanju poljubne geometrije obravnavanih elementov postane račun nepregleden. Primernejša je metoda končnih elementov, ki se je z razvojem računalništva zelo razširila in dandanes praktično vsi raziskovalci uporabljajo to metodo (Davie, 2006; Gawin, 2003; Tenchev 2001). Tudi v tem delu je za reševanje sistema parcialnih diferencialnih enačb (2.33)–(2.35) uporabljena metoda končnih elementov (Zienkiewicz in Taylor, 1991). Pri tem uporabimo izoparametrični 4-vozliščni končni element (slika 4.1) z naslednjimi interpolacijskimi funkcijami:

$$N_1 = 1/4(1 - \xi)(1 - \eta), \quad (4.1)$$

$$N_2 = 1/4(1 + \xi)(1 - \eta), \quad (4.2)$$

$$N_3 = 1/4(1 + \xi)(1 + \eta), \quad (4.3)$$

$$N_4 = 1/4(1 - \xi)(1 + \eta), \quad (4.4)$$

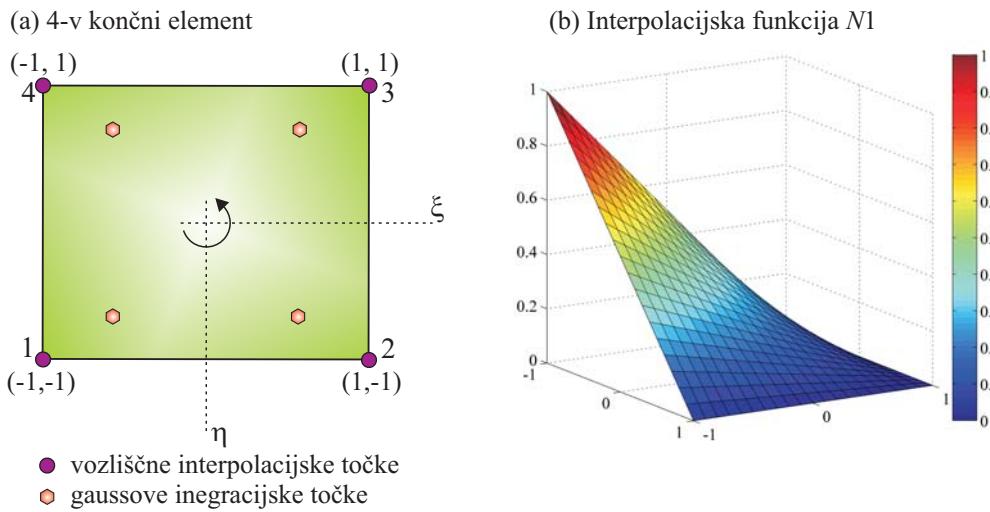
kjer sta ξ in η na intervalu (-1, 1). Sistem enačb (2.33)–(2.35) lahko zapišemo v matrični obliki z zvezo:

$$\mathbf{C}\mathbf{\bar{u}} - \nabla \cdot (\mathbf{K}\nabla\mathbf{u}) = 0, \quad (4.5)$$

kjer je $\mathbf{u} = [T, P_G, \tilde{\rho}_V]$ vektor osnovnih neznank, matriki \mathbf{C} in \mathbf{K} pa sta sestavljeni iz koeficientov $C_{i,j}$ in $K_{i,j}$ ($i = T, A, M$, $j = T, P, V$). Pri metodi končnih elementov celotno obravnavano telo razdelimo na poljubno število končnih elementov. Osnovne neznanke pri času t po vsakem elementu aproksimiramo v odvisnosti od vozliščnih neznank:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{nvoz} \mathbf{N}\mathbf{y}^i, \quad (4.6)$$

kjer je \mathbf{N} matrika oblikovnih funkcij končnega elementa, \mathbf{y} pa je vektor diskretnih vozliščnih neznank. Z Galerkinovo metodo in integracijo po delih (Zienkiewicz in Taylor, 1991) prevedemo sistem (4.5) na



Slika 4.1: Shema 4 vozliščnega izoparametričnega končnega elementa in oblikovne fukncije.

Figure 4.1: Scheme of 4 noded isoparametric finite element and its shape functions.

sistem diferencialnih enačb prvega reda:

$$\hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{K}}\mathbf{y} = \hat{\mathbf{F}}. \quad (4.7)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{ncl}} \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{C} \mathbf{N} dV, \quad (4.8)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{ncl}} \int_V \nabla \mathbf{N}^T \mathbf{K} \nabla \mathbf{N} dV, \quad (4.9)$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{ncl}} \int_S \mathbf{N} \mathbf{K} \mathbf{q} dS. \quad (4.10)$$

Tukaj V pomeni prostornino končnega elementa in S površino roba, kjer so predpisani robni pretoki \mathbf{q} . Za časovno diskretizacijo uporabimo diferenčno shemo, kjer celotni čas računanja razdelimo na časovne inkremente $[t^{i-1}, t^i]$. Predpostavimo, da se znotraj časovnega intervala vozliščne količine spremenijo linearno. Za račun integralov v enačbah (4.8)–(4.10) uporabimo Gaussovo ploskovno integracijo 2x2. Položaj integracijskih točk je prikazan na sliki 4.1. Diferencialno enačbo (4.7) zadoščamo v vsakem časovnem koraku pri času $t^i = t^{i-1} + \theta \Delta t$, kjer je Δt časovni prirastek v časovnem intervalu in θ brezdimenzijski časovni parameter, ki določa, v kateri točki časovnega intervala zadostimo enačbam. Glede na različne vrednosti koeficijenta θ poznamo različne časovne diferenčne sheme, in sicer: $\theta = 0$ (eksplicitna metoda), $\theta = 1/2$ (Crank-Nicolsonova metoda), $\theta = 2/3$ (Galerkinova metoda) in $\theta = 1$ (implicitna metoda). Izkaže se, da je implicitna metoda najbolj stabilna in natančna za reševanje takih problemov, zato v vseh predstavljenih analizah uporabimo $\theta = 1$. Ko upoštevamo časovno diskretizacijo v sistemu diferencialnih enačb (4.7), dobimo naslednji sistem, ki ga rešimo iterativno v vsakem časovnem koraku:

$$\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{y}^i = \tilde{\mathbf{F}}^i. \quad (4.11)$$

Pri tem je $\tilde{\mathbf{C}} = \theta \hat{\mathbf{K}} + \frac{1}{\delta t} \hat{\mathbf{C}}$ in $\tilde{\mathbf{F}}^i = \left[\frac{1}{\delta t} \hat{\mathbf{C}} - (1 - \theta) \hat{\mathbf{K}} \right] \mathbf{y}^{i-1} + (1 - \theta) \tilde{\mathbf{F}}^{i-1} + \theta \tilde{\mathbf{F}}^i$. Algoritem za reševanje povezanega problema prevajanja toplote in vlage po betonu prikazujemo v oknu 4.1.

Okno 4.1: Algoritem za reševanje povezanega prevajanja topote in vlage

- ♠ Priprava vhodnih podatkov, ki so enaki skozi cel račun:
 - ◆ za potrebe računa po MKE: izračun oblikovnih funkcij posameznega elementa in Jacobijana,
 - ◆ generiranje mreže končnih elementov in robnih pogojev,
 - ◆ podajanje konstantnih materialnih parametrov.
- ♠ Korak 1: račun vseh potrebnih količin za račun pri časovnem inkrementu $[t^{i-1}, t^i]$, račun pri $t^i = t^{i-1} + \theta\delta t$:
 - ◆ znane so osnovne količine pri časovnem koraku $i - 1$; T^{i-1} , P_G^{i-1} in $\tilde{\rho}_V^{i-1}$
 - ◆ Nivo elementa:
 - ▲ Izračun členov prevodnostne $K_{i,j}$ in kapacitetne matrike $C_{i,j}$ v Gaussovih točkah elementa; $i = T, A, M$, $j = T, P, V$.
 - ▲ Izračun matrik \hat{C}_{elem} , \hat{K}_{elem} in vektorja $\hat{\mathbf{F}}_{\text{elem}}$, kjer upoštevamo na robu predpisani masni ali topotni pretok, če obstaja,
 - ◆ Sestavljanje globalnih matrik $\hat{\mathbf{C}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{nel}} \hat{C}_{\text{elem}}$, $\hat{\mathbf{K}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{nel}} \hat{K}_{\text{elem}}$ in vektorja $\hat{\mathbf{F}} = \sum_{\text{elem}=1}^{\text{nel}} \hat{\mathbf{F}}_{\text{elem}}$.
- ♠ Korak 2: rešimo sistem parcialnih diferencialnih enačb povezanega prehoda vlage in topote:
 - ◆ upoštevanje časovne diskretizacije in račun globalne matrike $\tilde{\mathbf{C}}$ in vektorja $\tilde{\mathbf{F}}^{i+1}$,
 - ◆ če obstajajo, upoštevanje predpisanih vozliščnih vrednosti za T , P_G in $\tilde{\rho}_V$.
 - ◆ račun novih količin T^i , P_G^i in $\tilde{\rho}_V^i$.
- ♠ Korak 3: korak 1 in 2 ponavljamo, dokler ni zadoščeno pogoju maksimalnega števila iteracij, $N_{\text{iter}} = 5$, ali pa konvergenčnemu pogoju pri časovnem koraku i in lokalni iteraciji j
 - ◆ $\Delta_j^i \mathbf{y} = \frac{\sum_{k=1}^{\text{št. vozlišč}} (k y_{j-1}^j - k y_j^j)^2}{\sum_{k=1}^{\text{št. vozlišč}} (k y_j^j)^2} < Err = 1 \cdot 10^{-10}$.
- ♠ Korak 4: nov časovni korak
 - ◆ $t^{i+1} = t^i + \theta$,
 - ◆ korake 1 do 3 ponavljamo, dokler ni dosežen celoten čas simulacije.

4.2 Reševanje enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca

Algebrajsko diferencialnega sistema enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca z upoštevanjem zdrsa, ki je podan v oknu 3.3, v splošnem ne moremo rešiti analitično. Analitične rešitve so možne pri linearizirani teoriji (okno 3.2) in elastičnem materialu. Take rešitve je za dvoslojne lesene nosilce predstavil Schnabl (2006). V našem primeru je problem izrazito nelinearen, predvsem v pogledu obnašanja materiala. Opraviti imamo namreč s sovprežnimi nosilci, ki so razen mehanske obtežbe izpostavljeni tudi požaru, in je za račun treba v materialni nelinearnosti upoštevati tudi reološke deformacije (viskozne deformacije jekla in betona, prehodne deformacije betona,...), ki so značilne za vsak material posebej in so posledica povišanih temperatur. Da bi tudi v takem primeru prišli do rešitve, uporabimo katero od numeričnih metod. V teoriji konstrukcij je najbolj razširjena metoda končnih elementov (MKE), ki jo uporabimo tudi v tem delu. Uporabimo deformacijski končni element (Planinc, 1998), čigar formulacija temelji na interpolaciji deformacijskih količin. Za razliko od klasičnih pomičnih elementov, ki temeljijo na interpolaciji pomikov, so deformacijski končni elementi bistveno bolj stabilni in odporni na vsa blokirana. Prav tako je z njimi mogoče učinkovito zajeti vpliv mehčanja prereza, ki je še posebej izrazit pri armiranobetonskih konstrukcijah (Bratina, 2003, Bratina sodelavci, 2004).

Osnovne enačbe metode končnih elementov izpeljemo z izrekom o virtualnem delu (Washizu, 1981). Ta zahteva, da je virtualno delo zunajih sil enako virtualnemu delu notranjih sil. Za dvoslojni nosilec zapišemo:

$$\begin{aligned} \delta W^a = & \int_0^L \mathcal{N}^a \delta \varepsilon^a d\xi + \int_0^L \mathcal{M}^a \delta \kappa^a d\xi - \int_0^L (q_X^a + p_X^a) \delta u^a d\xi \\ & - \int_0^L (q_Z^a + p_Z^a) \delta w^a d\xi - \int_0^L m_y^a \delta \varphi^a d\xi - \sum_{i=1}^6 S_i^a \delta u_i^a, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \delta W^b = & \int_0^L \mathcal{N}^b \delta \varepsilon^b d\xi + \int_0^L \mathcal{M}^b \delta \kappa^b d\xi - \int_0^L (q_X^b + p_X^b) \delta u^b d\xi \\ & - \int_0^L (q_Z^b + p_Z^b) \delta w^b d\xi - \int_0^L m_y^b \delta \varphi^b d\xi - \sum_{i=1}^6 S_i^b \delta u_i^b, \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\delta W = \delta W^a + \delta W^b = 0 \quad (4.14)$$

Izpeljavo geometrijsko točnega deformacijskega končnega elementa za dvoslojne nosilce je v svojem doktorskem delu predstavil Čas (2004). V delu je podrobno prikazana izpeljava Galerkinove metode končnih elementov. To metodo uporabimo tudi v našem primeru. Ker je razlika v osnovnih enačbah majhna in za sam postopek metode končnih elementov ne pomeni bistvene spremembe, v nadaljevanju prikazujemo samo nekaj osnovnih pojmov metode končnih elementov, zasnovanih na deformacijah. Predstavimo posplošene ravnotežne enačbe sovprežnega nosilca in podamo algoritem reševanja, s katerim opisemo napetostno in deformacijsko stanje dvoslojnega sovprežnega nosilca, izpostavljenega hkratnemu delovanju mehanske in požarne obtežbe.

4.2.1 Diskretne enačbe dvoslojnega sovprežnega nosilca pri času t^i in Galerkinova metoda končnih elementov

Kot smo omenili, so pri deformacijskem končnem elementu osnovne neznanke deformacijske količine; v našem primeru sta to vzdolžna deformacija spodnjega in zgornjega sloja: ε^a , ε^b , ter psevdo-ukriviljenost

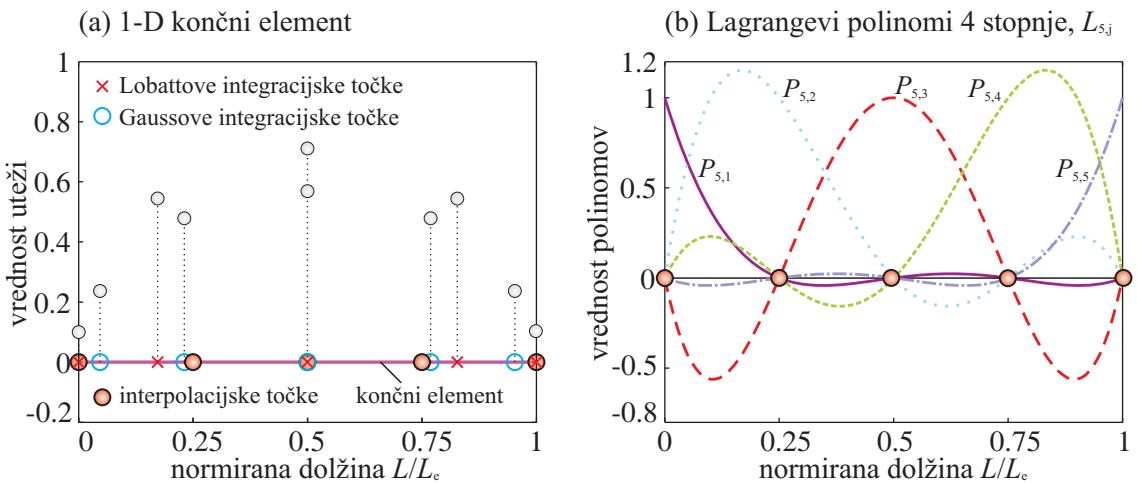
elementa, κ . Izkaže se, da je za račun ugodno, če interpoliramo tudi normalno komponento kontaktne linijske obtežbe, p_n^a ali p_n^b . Izberemo $p_n = p_n^a$ in jo v nadaljevanju interpoliramo tako kot deformacijske količine. Za interpolacijo omenjenih količin izberemo Lagrangeve polinome, ki so lahko za posamezno količino poljubne stopnje, vendar zaradi preprostejšega zapisa upoštevamo, da so vsi interpolacijski nastavki enaki:

$$\begin{aligned}\varepsilon^a(x) &= \sum_{n=1}^N P_n(x) \varepsilon_n^a, & \varepsilon^b(x) &= \sum_{n=1}^N P_n(x) \varepsilon_n^b, \\ \kappa(x) &= \sum_{n=1}^N P_n(x) \kappa_n & p_n(x) &= \sum_{n=1}^N P_n(x) p_{n,n}.\end{aligned}\quad (4.15)$$

Pri tem je N število interpolacijskih točk, ε_n^a , ε_n^b , κ in $p_{n,n}$ so vrednosti neznank v interpolacijskih točkah ($n = 1, 2, \dots, N$). Lagrangeve polinome poljubne stopnje izračunamo z izrazom:

$$P_{n,j}(x) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^N \frac{x - x_k}{x_i - x_k}. \quad (4.16)$$

Znak II pomeni produkt členov. Lastnost Lagrangevih polinomov je ta, da je vrednost j -tega polinoma v j -ti interpolacijski točki enaka 1, v vseh ostalih interpolacijskih točkah pa 0. To lahko tudi vidimo na sliki 4.2b, kjer je prikazana vrednost Lagrangevega polinoma četrte stopnje ($N = 5$). Model linijskega končnega elementa z interpolacijskimi in integracijskimi točkami prikazujemo na sliki 4.2a.



Slika 4.2: (a) Skica 1D končnega elementa in položaj interpolacijskih ter integracijskih točk. (b) Lagrangevi polinomi 4 stopnje.

Figure 4.2: (a) Scheme of 1D finite element and position of interpolation and integration points. (b) Lagrangian polynomials of 4th order.

Kakor je prikazano v delu (Čas, 2004), izpeljemo diskretizirani sistem posplošenih ravnotežnih enačb dvoslojnega sovprežnega nosilca iz modificiranega izreka o virtualnem delu. Za razliko od splošnega principa virtualnega dela upoštevamo, da je konstitucijskim enačbam (3.55)–(3.58) identično zadoščeno, zato ravnotežne količine, \mathcal{N}^a , \mathcal{N}^b , \mathcal{M}^a in \mathcal{M}^b v enačbah (4.12) in (4.13) nadomestimo s konstitucijskimi količinami: \mathcal{N}_c^a , \mathcal{N}_c^b , \mathcal{M}_c^a ter \mathcal{M}_c^b . Bistvena lastnost modificiranega izreka o virtualnem delu je, da je funkcional odvisen le od deformacijskih količin. Ostale neznanke, kot so pomiki, zasuki ter ravnotežne količine, nastopajo le s svojimi robnimi vrednostmi. Pri izpeljavi Galerkinove metode končnih elementov tako izhajamo iz modificiranega principa o virtualnem delu ter upoštevamo nastavke za interpolacijo deformacijskih količin in normalne komponente kontaktne linijske obtežbe po enačbi (4.15). Podrobnosti so prikazane v delu Čas (2004). Omenili smo že, da odziv sovprežnega nosilca v požaru določamo

z Newtonovo inkrementno-iteracijsko metodo, kar je običajno tudi pri ostalih raziskovalcih (Bratina, 2003; Huang s sodelavci, 1999; Krauberger, 2008; Srpčič, 1991). Pri tem celotni čas požara, v katerem opazujemo odziv konstrukcije, $[0, t^{\text{kon}}]$ razdelimo na časovne inkremente $[t^{i-1}, t^i]$. Tedaj so Euler-Lagrangeve enačbe sovprežnega nosilca pri času t^i določene z naslednjimi izrazi:

$$g_{n\varepsilon^a}^i = \int_0^L (\mathcal{N}^{a,i} - \mathcal{N}_c^{a,i}) P_n \, d\xi = 0, \quad n\varepsilon^a = 1, \dots, N \quad (4.17)$$

$$g_{N+n\varepsilon^b}^i = \int_0^L (\mathcal{N}^{b,i} - \mathcal{N}_c^{b,i}) P_n \, d\xi = 0, \quad n\varepsilon^b = 1, \dots, N \quad (4.18)$$

$$g_{2N+n\kappa}^i = \int_0^L (\mathcal{M}^i - \mathcal{M}_c^i) P_n \, d\xi = 0, \quad n\kappa = 1, \dots, N \quad (4.19)$$

$$g_{3N+1}^i = u^{a,i}(L) - u^{a,i}(0) - \int_0^L ((1 + \varepsilon^{a,i}) \cos \varphi^a - 1) \, d\xi = 0, \quad (4.20)$$

$$g_{3N+2}^i = u^{b,i}(L) - u^{b,i}(0) - \int_0^L ((1 + \varepsilon^{b,i}) \cos \varphi^b - 1) \, d\xi = 0, \quad (4.21)$$

$$g_{3N+3}^i = w^i(L) - w^i(0) - \int_0^L ((1 + \varepsilon^{a,i}) \sin \varphi^a) \, d\xi = 0, \quad (4.22)$$

$$g_{3N+4}^i = \rho^i(L) - \varphi^i(0) - \int_0^L \kappa \, d\xi = 0, \quad (4.23)$$

$$g_{3N+5}^i = \mathcal{R}_X^{a,i}(0) + S_1^a = 0, \quad (4.24)$$

$$g_{3N+6}^i = \mathcal{R}_X^{b,i}(0) + S_1^b = 0, \quad (4.25)$$

$$g_{3N+7}^i = \mathcal{R}_Z^i(0) + S_2 = 0, \quad (4.26)$$

$$g_{3N+8}^i = \mathcal{M}^i(0) + S_3 = 0, \quad (4.27)$$

$$g_{3N+9}^i = \mathcal{R}_X^{a,i}(0) - \int_0^L q_X^a(x) + p_X^{a,i}(x) \, d\xi - S_4^a = 0, \quad (4.28)$$

$$g_{3N+10}^i = \mathcal{R}_X^{b,i}(0) - \int_0^L q_X^b(x) + p_X^{b,i}(x) \, d\xi - S_4^b = 0, \quad (4.29)$$

$$g_{3N+11}^i = \mathcal{R}_Z^i(0) - \int_0^L q_Z(x) + p_Z^i(x) \, d\xi - S_5 = 0, \quad (4.30)$$

$$g_{3N+12}^i = \mathcal{M}^i(0) + \int_0^L (1 + \varepsilon^{a,i}) \mathcal{Q}^{a,i} + (1 + \varepsilon^{b,i}) \mathcal{Q}^{b,i} + m_Y \, d\xi - S_6 = 0, \quad (4.31)$$

$$g_{3N+12+N}^i = \left[\frac{\mathcal{M}_c^{a,i} + m_Y^a}{(1 + \varepsilon^{a,i})} \right] - \mathcal{R}_X^{a,i} \sin \varphi^{a,i} + \mathcal{R}_Z^{a,i} \cos \varphi^{a,i} + \mathcal{N}^{a,i} \kappa^{a,i}. \quad (4.32)$$

Konsistenčnim enačbam (4.17)–(4.19) in kolokacijski enačbi za p_n^i (4.32) zadostimo v vsaki interpolacijski točki. Preostale enačbe, ki so sestavljene iz kinematičnih in ravnotežnih robnih pogojev, so zadošcene na začetku in na koncu vsakega končnega elementa. Integrale v Euler-Lagrangevih enačbah sovprežnega nosilca (4.17)–(4.32) izvrednotimo numerično. V računu uporabimo bodisi Gaussovo bodisi Lobattovo numerično integracijo. Izbira tipa numerične integracije je odvisna od primera, ki ga obravnavamo. Če želimo zajeti lokalne pojave, kot je npr. mehčanje prereza, je primernejša Lobattova numerična integracija, ki pa je manj natančna od Gaussove numerične integracije in zato potrebujemo

več integracijskih točk. Kakor vidimo, je sistem enačb (4.17)–(4.32) sestavljen iz $4N + 12$ enačb in prav toliko neznank. Neznanke lahko razdelimo v dve skupini, in sicer na notranje prostostne stopnje in zunanje prostostne stopnje. Prve so sestavljene iz $3N$ deformacijskih količin, $\varepsilon_N^{a,i}$, $\varepsilon_N^{b,i}$ in κ_N^i ter iz 4 ravnotežnih količin, $\mathcal{R}_X^{a,i}(0)$, $\mathcal{R}_X^{b,i}(0)$, $\mathcal{R}_Z^i(0)$ in $\mathcal{M}^i(0)$. Med notranje prostostne stopnje spada tudi N količin normalne komponenete linijske kontaktne obtežbe p_n^i . Zunanjih prostostnih stopenj pa je 8: $u^{a,i}(0)$, $u^{b,i}(0)$, $w^i(0)$, $\varphi^i(0)$, $u^{a,i}(L)$, $u^{b,i}(L)$, $w^i(L)$ in $\varphi^i(L)$. Izkaže se, da je za račun veliko ugodnejše, če v nadaljevanju notranje prostostne stopnje kondenziramo, zunanje prostostne stopnje pa po znanem postopku združimo v enačbo konstrukcije:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}^i, \lambda^i, T^i, t^i) = 0. \quad (4.33)$$

V (4.33) je \mathbf{x}^i vektor pospoljenih pomikov pri času t^i in je sestavljen iz vozliščnih pomikov in zasukov dvoslojnega sovprežnega nosilca, λ^i je obtežni faktor konstrukcije ter T^i temperaturno polje. Za enačbe (4.33) zasledimo tudi ime diskretne pospoljene ravnotežne enačbe konstrukcije, ki jih rešimo z Newtonovo inkrementno-iteracijsko metodo. Znotraj časovnega inkrementa $[t^{i-1}, t^i]$ pri znanem temperaturnem polju T^i in mehanskem obtežnem faktorju λ^i konstrukcije določimo popravke prirastkov pospoljenih pomikov, $\delta\mathbf{x}^i$, za $k = 1, 2, \dots$ do željene natančnosti

$$\nabla_x \mathbf{G}(\mathbf{x}^{i-1} + \Delta\mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i) \delta\mathbf{x}_{k+1}^i = -\mathbf{G}(\mathbf{x}^{i-1} + \Delta\mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i), \quad (4.34)$$

$$\Delta\mathbf{x}_{k+1}^i = \Delta\mathbf{x}_k^i + \delta\mathbf{x}_{k+1}^i \quad (4.35)$$

Znano je, da Newtonova metoda odpove, ko tangentna togostna matrika konstrukcije $\nabla_x \mathbf{G} \equiv \mathbf{K}_{T,k}^i$ pri času t^i postane singularna ($\nabla_x \mathbf{G} = \mathbf{0}$). Takrat govorimo o kritični točki obtežno-deformacijske krivulje. Lahko se nam zgodi da, preden dosežemo kritično točko, v nekaterih prečnih prezih konstrukcije pride do materialne nestabilnosti (Bratina, 2003). Omenimo še, da je armatura v predstavljenem modelu upoštevana točkovno in zdrs med armaturo in betonom ni mogoč. Algoritem za analizo odziva sovprežnih konstrukcij pri požarni obtežbi prikazujemo v oknu 4.2.

Okno 4.2: Algoritem računskega postopka za analizo odziva sovprežnih linijskih konstrukcij pri požarni obtežbi

♠ Priprava podatkov:

- ◆ generiranje mreže končnih elementov,
- ◆ izbira stopnje Lagrangevega polinima,
- ◆ izbira tipa in stopnje numerične integracije vzdolž elementa
- ◆ določitev velikosti časovnega inkrementa Δt

♠ Časovni inkrement $[t^{i-1}, t^i]$:

- ◆ poznamo $t^i = t^{i-1} + \Delta t$, $T^i = T^{i-1} + \Delta T$, $\lambda^i = \lambda^{i-1} + \Delta \lambda$,
- ◆ izračunamo $\Delta D_{\text{th},j} = D_{\text{th},j}^i(T^i) - D_{\text{th},j}^{i-1}(T^{i-1})$, $j = c, s, a$

♠ Newtonova metoda na nivoju konstrukcije ($k = 1, 2, \dots$):

◆ Nivo elementa:

- ▲ začetne vrednosti inkrementov posplošenih pomikov $\Delta \mathbf{x}_{k=1}^i = 0$
- ▲ integracijska točka jeklenega prečnega prereza (y_s, z_s):
 - Newtonova iteracijska metoda za račun $\Delta \sigma_s^i(D_{\sigma,s}^i)$ in $\Delta D_{\sigma,s}^i$
- ▲ integracijska točka betonskega prečnega prereza (y_c, z_c):
 - Newtonova iteracijska metoda za račun $\Delta \sigma_c^i(D_{\sigma,c}^i)$, $\Delta D_{\text{cr},c}$ in $\Delta D_{\text{tr},c}$
- ▲ armaturna palica v prečnem prerezu betonskega sloja (y_a, z_a):
 - Newtonova iteracijska metoda za račun $\Delta \sigma_a^i(D_{\sigma,a}^i)$ in $\Delta D_{\sigma,a}^i$
- ▲ na nivoju prečnega prereza izračunamo: $\mathcal{N}_c^{a,i}$, $\mathcal{N}_c^{b,i}$, $\mathcal{M}_c^{a,i}$ ter $\mathcal{M}_c^{b,i}$

◆ Sestavljanje tangentne togostne martike elementa in pripadajočih desnih strani:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\text{el},T,k}^i & (\mathbf{x}^{i-1} + \Delta \mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i) \\ \mathbf{F}_{\text{el},T,k}^i & (\mathbf{x}^{i-1} + \Delta \mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i) \end{aligned}$$

◆ Kondenzacija notranjih prostostnih stopenj

◆ Sestavljanje togostne matrike konstrukcije in pripadajočih desnih strani:

$$\begin{aligned} \nabla_x \mathbf{G} & (\mathbf{x}^{i-1} + \Delta \mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i) \\ \mathbf{G} & (\mathbf{x}^{i-1} + \Delta \mathbf{x}_k^i, \lambda^i, T^i, t^i) \end{aligned}$$

◆ Račun popravkov prirastkov poplošenih pomikov:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_{k+i}^i &= -[\nabla_x \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G} \\ \Delta \mathbf{x}_{k+1}^i &= \Delta \mathbf{x}_k^i + \delta \mathbf{x}_{k+i}^i \end{aligned}$$

♠ Konec iteriranja pri pogoju

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{x}_{k+i}^i &< \text{predpisana natančnost} \\ \mathbf{x}^i &= \mathbf{x}^{i-1} + \Delta \mathbf{x}_{k+1}^i \end{aligned}$$

5 RAČUNSKI PRIMERI

V tem poglavju analiziramo natančnost, uporabnost in primernost predstavljenih računskih modelov in postopkov za numerično analizo prevajanja toplotne in vlage v sovprežnih in betonskih konstrukcijah ter mehanskega obnašanja linijskih sovprežnih konstrukcij pri sočasni mehanski in požarni obtežbi. Računske primere razdelimo v dva smislena sklopa. V prvem sklopu predstavimo numerično analizo toplotnih in vlažnostnih razmer v betonskih in sovprežnih konstrukcijah, izpostavljenih požaru. Uporabimo model Tencheva (Tenchev s sodelavci, 2001). V prvem primeru ("benchmark test") predstavimo tudi modificiran model, kot ga predlagajo Davie s sodelavci (2006). Poudarimo še, da sta bila za namene naših študij oba uporabljeni modeli modificirani glede na omenjena modela drugih raziskovalcev. Ker vseh podatkov o termičnih parametrih, ki jih uporabljava oba avtorja, nismo imeli, smo manjkajoče parametre privzeli po literaturi in so predstavljeni v podpoglavlju 3.3 Termični parametri. Rezultate naših analiz povezanega prevajanja toplotne in vlage označimo z oznako *MoistureHeat*. Takšno je tudi ime predstavljenega programa za račun povezanega prevajanja toplotne in vlage, ki je napisan v programskem okolju MatLab. Za velikost brezdimenzijskega časovnega parametra v vseh analizah privzamemo vrednost $\theta = 1$.

V drugem sklopu računskih primerov naprej obravnavamo mehanski odziv sovprežnih konstrukcij pri sobni temperaturi z namenom, da prikažemo delovanje in natančnost predstavljenega računskega postopka. Nato analiziramo odziv sovprežnih konstrukcij na mehansko in požarno obtežbo, ki je bila določena s predhodno toplotno analizo. Kot zadnji primer obravnavamo sovprežne konstrukcije iz jeklene pločevine in betona.

5.1 Časovni potek temperature okolice med požarom

Kakor smo omenili že v uvodnem poglavju, je smiselno računski postopek pri obravnavanju požarnih problemov razdeliti v tri ločene faze. V prejšnjih razdelkih smo se podrobnejše posvetili drugi in tretji fazi, v katerih določamo spremenjanje temperaturnega in vlažnostnega polja ter mehanski odziv konstrukcije na te vplive in mehansko obtežbo. Prav tako pomembna, a žal računsko težko obvladljiva, je prva faza, v kateri naj bi ob upoštevanju tako imenovanega požarnega scenarija določili časovno in prostorsko spremenjanje temperature v zračnem prostoru v okolini obravnavane konstrukcije. Rezultate te faze imenujemo požarna obtežba in predstavljajo vhodni podatek za drugo in tretjo fazo računskega postopka.

Požar je naraven proces, ki je odvisen od številnih dejavnikov in ga je zaradi njegove slučajnostne narave zelo težko matematično opisati. V grobem lahko potek naravnega požara razdelimo v tri značilne faze:

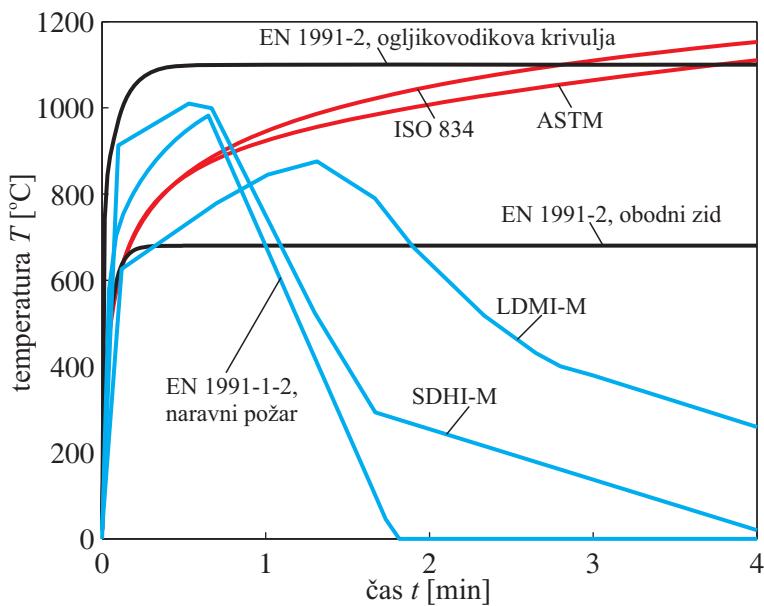
- začetna faza, v kateri se požar širi z mesta nastanka na celoten požarni prostor. Za to fazo je značilna neenakomerna razporeditev temperature po požarnem prostoru. Hitrost naraščanja tem-

perature je v glavnem odvisna od lastnosti, količine in razporeditve gorljivih materialov, možnosti dotoka kisika ter geometrijskih lastnosti konstrukcije in požarnega prostora. Ker v tej fazi požar še ni polno razvit, ga je relativno lahko pogasiti. V splošnem okviru zaščite pred požari je v tej fazi poudarjena vloga aktivne požarne zaščite (detekcija požara, pršilci vode, gašenje, ...).

- faza razvitega požara ali plamenska faza. Prehod iz začetne faze v plamensko fazo imenujemo "flash-over". Običajno nastopi, ko temperatura zraka ozziroma dimnih plinov pod stropom doseže vrednost med 500 in 600 °C. V tej fazi se požar v kratkem času povsem razvije in temperature, ki so praktično enakomerne po celiem prostoru, se gibljejo med 600 in 1200 °C. Razpon je odvisen od količine in vrste gorljivih materialov, ventilacije ter lastnosti obodne konstrukcije. Sistemi za aktivno požarno zaščito v tej fazi odpovejo.
- faza ohlajevanja, ki nastopi, ko večina gorljivega materiala zgori. V tej fazi prevladuje tlenje in temperatura pada, dokler se okolje požarnega prostora ne ohladi.

Kakor je že bilo povedano, na časovni in prostorski razvoj temperaturnega polja v požarnem prostoru pomembno vplivajo številne okoliščine: vrsta, zaloga in razporeditev gorljivih snovi v prostoru, velikost prostora, velikost in razporeditev odprtin, termične lastnosti konstrukcije, relativna vlažnost požarnega prostora, zračni tlak in intenzivnost zračenja. Dodatno težavo predstavlja visoka cena in nezanesljivost eksperimentalnega določanja parametrov za opis fizikalnega dogajanja v okolju pri povišanih temperaturah. Matematični model, ki bi v vseh posebnostih zajel vplive vseh navedenih okoliščin, bi bil torej zelo zahteven in računsko težko obvladljiv. Težavam se v veliki meri izognemo z vpeljavo poenostavljenih metod in požarnih krivulj, s katerimi opišemo časovno spreminjanje temperature po požarnem prostoru z eksplicitno zvezo med temperaturo in časom. Praviloma so te krivulje določene z eksperimenti. V rabi pa so tudi poenostavljeni analitični postopki, ki na osnovi nekterih najpomembnejših parametrov podajajo izraze za določitev požarne krivulje. Enega izmed takih izrazov podaja tudi standard EN 1991-1-2 (2004). V literaturi najdemo bolj ali manj natančne postopke za določitev požarnih krivulj (Makelainen, 2000; Pope in Bailey, 2006). Za enoconski in dvoconski matematični model razvoja temperature okolice med požarom so Cadorin s sodelavci (2003) razvili računalniški program Ozone. Podrobno opisano uporabo in možnosti programa Ozone je predstavil v svoji disertaciji (Cadorin, 2003), kjer najdemo tudi podrobnejšo razlagu matematičnih modelov za opis razvoja požara. Razlika med enoconskim in dvoconskim modelom je v tem, da je pri dvoconskem modelu požarni sektor razdeljen na dve območji; v vsakem območju je temperatura enakomerna. Pri enoconskem modelu pa je temperatura enakomerna v celotnem požarnem prostoru. Tako je enoconski model primernejši za opis požara, ki je v celoti razvit, dvoconski model pa za opis lokaliziranih požarov. Razen upoštevanja teh modelov omogoča računalniški program Ozone (Cadorin in Frannsen, 2003; Cadorin s sodelavci, 2003) tudi hitro oceno nosilnosti jeklenih elementov v požaru (nosilcev in stebrov) po EN 1993-1-2 (2005).

Požarne krivulje lahko razdelimo v dve skupini. V prvi skupini so krivulje, ki predstavljajo skrajno poenostavitev realnega požara; to so standardne požarne krivulje (ISO 834, BS476, ASTM E119). Uporablajo jih večinoma v požarnih laboratorijih za eksperimentalno določanje požarne odpornosti posameznih funkcionalnih ali konstrukcijskih elementov. Na teh krivuljah temelji tudi večina poenostavljenih analitičnih metod v požarnem inženirstvu. Temperatura okolja v tem primeru ves čas narašča, zato so te krivulje za globalno mehansko analizo konstrukcij, ki so izpostavljene naravnim požarom, praktično neuporabne. Drugo skupino tvorijo parametrične požarne krivulje, s katerimi skušamo kolikor je mogoče realno opisati potek naravnega požara. Na obliko teh krivulj vpliva veliko parametrov, predvsem zaloga gorljivega materiala, ter velikost, oblika, topotne lastnosti in možnost prezračevanja prostora. Na sliki 5.1 prikazujemo nekaj parametričnih požarnih krivulj. Z izbiro požarne krivulje določimo požarno



Slika 5.1: Parametrične požarne krivulje.

Figure 5.1: Parametric fire curves.

obtežbo, ki predstavlja vhodni podatek za toplotno in vlažnostno analizo konstrukcije v naslednji fazi računskega postopka.

5.2 “Benchmark test”

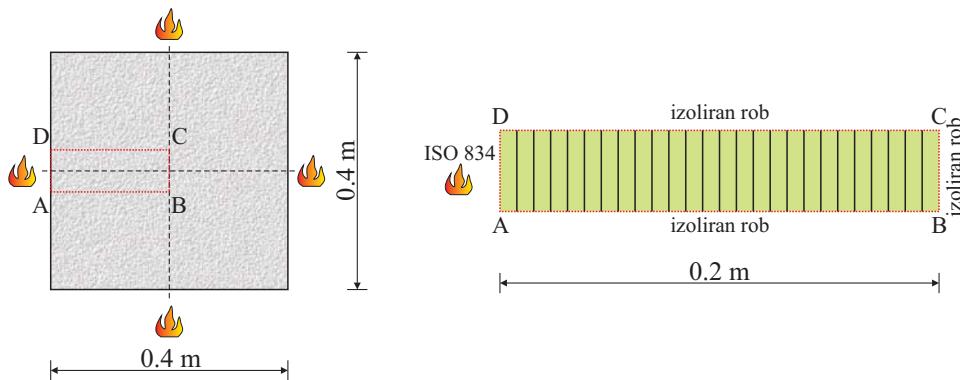
V prvem, verifikacijskem računskem primeru analiziramo betonski steber, ki so ga obravnavali tudi Tenchev in sodelavci (2001) in Davie in sodelavci (2006). Obravnavani steber je z vseh strani izpostavljen standardnemu požaru ISO 834. Skica stebra in mreža končnih elementov sta prikazani na sliki (5.2). Zaradi primerjave rezultatov iz literature (Tenchev s sodelavci, 2001; Davie s sodelavci, 2006) problem prevedemo na enodimensijski primer in analiziramo območje, ki je določeno s točkami A, B, C in D (slika 5.2). V tem območju je požaru izpostavljen samo rob A–D, ki je odprt in dovoljuje tudi masni pretok, medtem ko so vsi ostali robovi izolirani. Robne pogoje za osnovne količine podajamo v tabeli (5.1).

Preglednica 5.1: Robni pogoji za benchmark test.

Table 5.1: Boundary conditions for benchmark case.

	rob 1	izoliran rob
T	$q_T = q_T (T_{ISO\ 834})$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$
P_G	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$
$\tilde{\rho}_V$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$

Vhodni podatki so privzeti po (Tenchev s sodelavci, 2001): začetna poroznost $p_r^0 = 0.08$, prepust-



Slika 5.2: Skica obravnavanega stebra in 2D mreža končnih elementov.

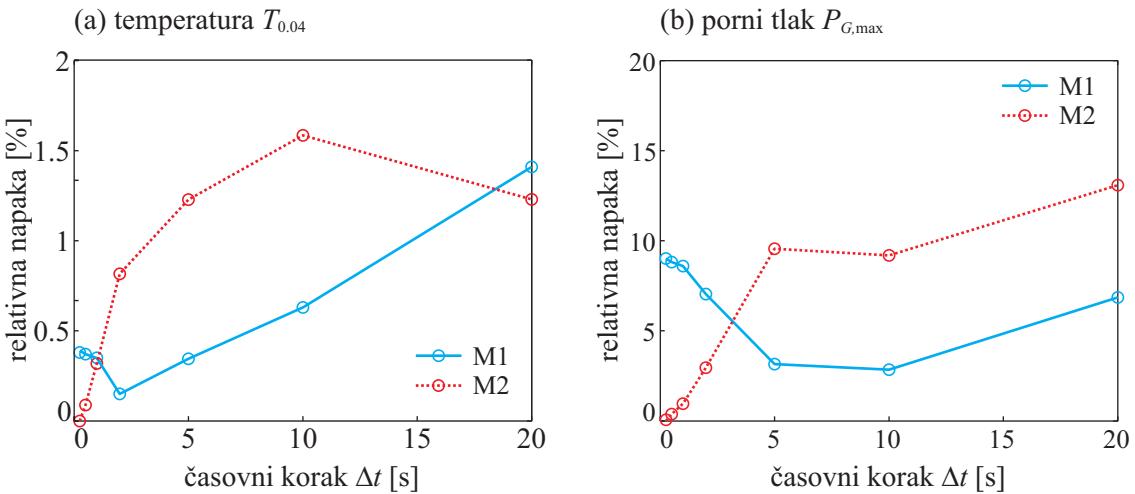
Figure 5.2: Scheme of treated column and 2D finite element mesh.

nost betona $K = 1 \cdot 10^{-16}$, gostota betona $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$, gostota cementa $\rho_{cem} = 300 \text{ kg/m}^3$, začetna temperaturo $T_0 = 20^\circ\text{C}$, začetni porni tlak $P_{G,0} = 0.1 \text{ MPa}$, začetna gostota vodne pare $\tilde{\rho}_{V,0} = 0.0185 \text{ kg/m}^3$, gostota vodne pare na robu $\tilde{\rho}_{V,\infty} = 0.0148 \text{ kg/m}^3$ in začetna količina proste vode $\bar{\rho}_{FW}^0 = 60 \text{ kg/m}^3$. Vhodni podatki so enaki za vse nadaljnje analize (konvergenčni testi, primerjave rezultatov in parametrične študije), ki se nanašajo na "Benchmark test".

5.2.1 Konvergenčni testi

Preden se posvetimo primerjavi rezultatov in ostalim analizam, preučimo vpliv gostote mreže končnih elementov in velikosti časovnega koraka na rezultate. Opazujemo, kako časovni korak in gostota mreže vplivata na največjo vrednost pornega tlaka $P_{G,max}$ in temperaturo $T_{0,04}$ na mestu 0.04 m od roba 1 po 30 minutah izpostavljenosti standardnemu požaru. Pri analizi vpliva časovnega koraka uporabimo dve mreži, in sicer mrežo s 50 (M1) in mrežo z 200 (M2) končnimi elementi (slika 5.3). Velikost časovnega koraka Δt spremojamo od 0.25 pa do 20 sekund. Relativno napako ocenimo kot $rel = \left| \frac{y_{M2,0.25} - y}{y_{M2,0.25}} \right|$, kjer je $y_{M2,0.25}$ bodisi temperatura bodisi največji porni tlak, izračunan pri $\Delta t = 0.25 \text{ s}$ in pri mreži M2, y pa temperatura ali največji porni tlak pri obravnavanem časovnem koraku in obravnavani mreži. Rezultati kažejo, da je vpliv časovnega koraka na izračunano temperaturo minimalen; največja napaka znaša okoli 1.5 % (slika 5.3a). Veliko večji vpliv ima velikost časovnega koraka na največji porni tlak (slika 5.3b), kjer največja relativna napaka znaša okoli 15 %. Opazimo tudi, da je relativna napaka majhna pri časovnih korakih, manjših od 1 sek. Pri rezultatih, izračunanih z mrežo M1 (slika 5.3a in 5.3b), zasledimo zanimiv pojav, da se relativna napaka z večanjem časovnega koraka zmanjšuje do določenega časovnega koraka, nato pa spet naraste. Za temperaturo je ta meja pri $\Delta t = 2 \text{ s}$ in za največji porni tlak pri $\Delta t = 10 \text{ s}$.

V drugem primeru analiziramo vpliv gostote mreže končnih elementov (slika 5.4). Mrežo spremojamo od 50 do 400 končnih elementov. Glede na rezultate prve analize izberemo za velikost časovnega koraka vrednost $\Delta t = 0.5 \text{ s}$. Izkazalo se je, da je velikost takega časovnega koraka primerna za večino požarnih krivulj normalne intenzitete. Za požarne krivulje visoke intenzitete kot je npr. ogljikovodikova krivulja, je za natančnost računa potrebno časovni korak še nekoliko zmanjšati. Podobno kot v prvi analizi določimo relativno napako z izrazom $rel = \left| \frac{y_{400} - y}{y_{400}} \right|$, kjer je y_{400} vrednost temperature oziroma največjega pornega tlaka, izračunana na mreži s 400 elementi. Ugotovimo lahko, da se rezultat z zgoščevanjem mreže ustali. Pri temperaturi (slika 5.4a) je relativna napaka že pri mreži s 100 ele-



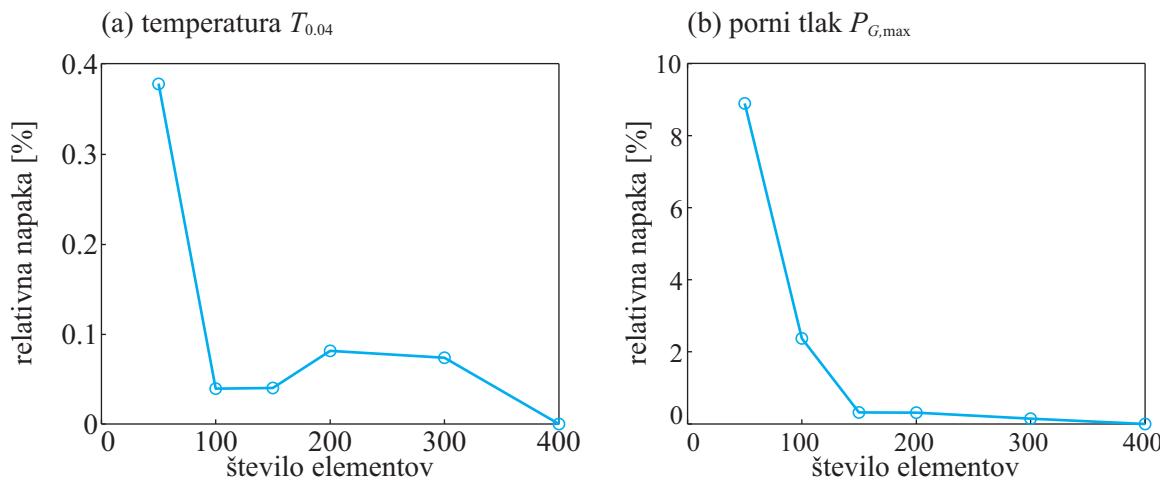
Slika 5.3: (a) Vpliv časovnega koraka na maksimalno temperaturo. (b) Vpliv časovnega koraka na maksimalen porni tlak.

Figure 5.3: (a) Influence of time step on maximum temperature. (b) Influence of time step on maximum pore pressure.

menti majhna. Opazimo, da se napaka pri temperaturi za mreži 200 in 300 elementov nekoliko poveča v primerjavi z mrežo 150 elementov; vendar je opazen globalni vpliv, da velikost napake z gostoto mreže pada. Pri največjem pornem tlaku ustalitev napake dosežemo pri mreži s 150 ali več elementi. Podobno kot pri prvi analizi je relativna napaka pri izračunani temperaturi zelo majhna, največ okoli 0.4 %. Pri pornem tlaku pa je napaka opazno večja in znaša okoli 9 % pri mreži s 50 končnimi elementi. Glede na rezultate konvergenčnih testov lahko povzamemo: (i) napaka se z večanjem števila končnih elementov zmanjšuje, (ii) z manjšanjem časovnega koraka so rezultati natančnejši, (iii) velikost časovnega koraka in gostota mreže imata večji vpliv na velikost pornih tlakov. Iz rezultatov lahko sklepamo, da je mreža z 200 elementi in časovnim korakom 0.5 sekunde dovolj natančna za nadaljnje analize.

5.2.2 Primerjava rezultatov z rezultati drugih raziskovalcev

Kot prvo predstavimo primerjavo med našimi rezultati in rezultati, ki so jih objavili Davie s sodelavci (2006) in Tenchev s sodelavci (2001). V računu uporabimo mrežo z 200 končnimi elementi ter časovni korak 0.5 sekunde. Celotni računski čas je 1 ura. Vrednosti termičnih parametrov za beton, zrak, vodo in vodno paro privzamemo skladno s člankom Tencheva s sodelavci (2001). Za preostale parametre, ki niso podani v omenjenem članku, privzamemo vrednosti iz drugih objavljenih študij, kakor je prikazano v poglavju 3.3 Termični parametri. Na sliki (5.5)a prikazujemo razvoj temperature po prerezu pri 30 in 60 minutah izpostavljenosti standardnemu požaru, na sliki (5.5)b pa časovni ravoj temperature na razdaljah $x = 13$ mm in $x = 32$ mm od zunanjega roba prereza. Rezultate primerjamo tudi z eksperimentalnimi rezultati, ki sta jih predstavila Ahmed in Hurst (1997). Primerjave kažejo dobro ujemanje rezultatov naših izračunov z numeričnimi rezultati drugih raziskovalcev, kakor tudi z eksperimentalnimi rezultati (slika 5.5). Nekoliko opaznejša je razlika med našimi rezultati in rezultati Tencheva, predvsem pri višjih temperaturah, ko naj bi bil beton že razmeroma suh. Vzrok za odstopanje je mogoče iskat v tem, da je bila večina termičnih parametrov povzeta po primeru Davie, s katerim se naši rezultati zelo dobro ujemajo. Podrobnejša analiza kaže, da na rezultate odločilno vplivajo privzete adsorbcjske krivulje s katerimi določimo količino proste vode. Tako Davie s sodelavci (2006) in Tenchev s sodelavci (2001)

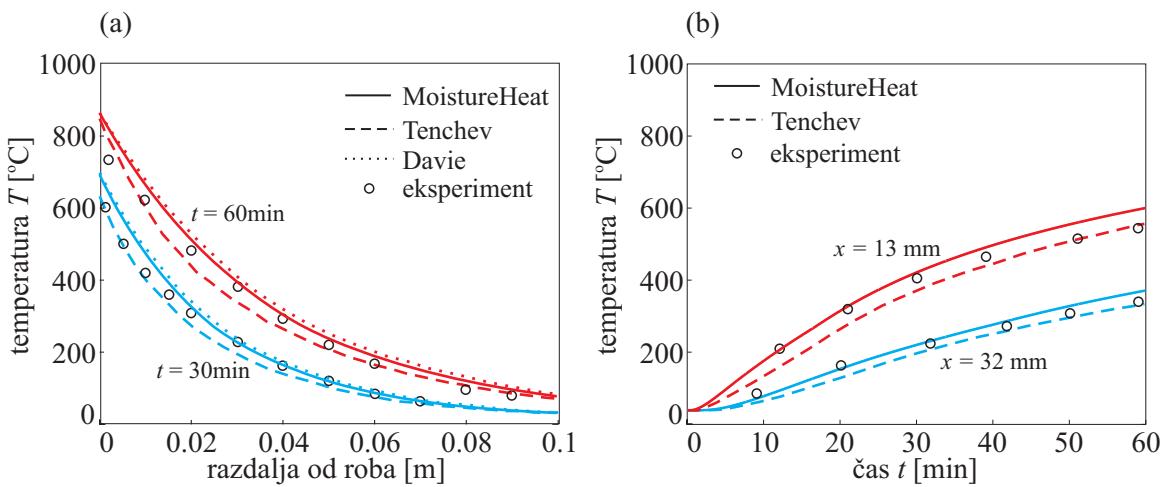


Slika 5.4: (a) Vpliv gostote mreže na maksimalno temperaturo. (b) Vpliv gostote mreže na maksimalen porni tlak.

Figure 5.4: (a) Influence of mesh density on maximum temperature. (b) Influence of mesh density on maximum pore pressure.

kakor tudi Bažant in Kaplan (1996), ki sta te krivulje vpeljala, poudarjajo, da krivulje v osnovni obliki niso primerne za račun, ker povzročajo numerično nestabilnost. Zato je potrebno srednji del interpolirati z zvezno in zvezno odvedljivo funkcijo. Bažant in Kaplan ne podajata eksplisitnih izrazov za interpolacijske polinome, zato smo v tem delu vpeljali lastno interpolacijo s polinomom (2.16). V tem je najverjetnejši razlog za odstopanje rezultatov. Kot pokažemo v nadaljevanju, imajo adsorpcijske krivulje, kot je pričakovano, pomemben vpliv na porne tlake in gostoto vodne pare, zato so odstopanja pri teh količinah opaznejša kot pri temperaturi. Drugi termični parametri, za katere so v primerjavi s Tenchevom s sodelavci (2001) privzete različne vrednosti, so dinamične viskoznosti vode, zraka in vodne pare, ki jih privzamemo skladno s primerom Davie s sodelavci (2006). S tem lahko tudi razložimo zelo dobro ujemanje naših rezultatov z rezultati omenjene raziskave. Naslednji parameter, ki ima večji vpliv na porne tlake in gostoto vodne pare, je difuzivnost zraka. Ta je v splošnem odvisna od temperature, vendar zaradi pomanjkanja zanesljivih podatkov privzamemo konstantno vrednost $\alpha_{air} = 2.074 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Vsekakor pa dobro ujemanje naših rezultatov z rezultati drugih raziskovalcev in eksperimentalnimi rezultati potrjuje, da so modifikacije računskega modela za topotno in vlažnostno analizo betona, ki so vpeljane v tem delu, upravičene; ravno tako lahko sklepamo o primernosti, učinkovitosti in natančnosti vpeljanega numeričnega algoritma.

Na sliki (5.6) so prikazane izračunane vrednosti pornih tlakov, gostote vodne pare in količine proste vode v treh značilnih časovnih korakih (10, 30 in 60 min) v odvisnosti od razdalje od prostega roba prereza (slike 5.6a, 5.6c, 5.6e) ter razvoj omenjenih količin s časom za izbrane razdalje $x = 10 \text{ mm}$, $x = 20 \text{ mm}$ in $x = 30 \text{ mm}$ od zunanjega roba (slike 5.6b, 5.6d, 5.6f). Razlike med rezultati posameznih analiz so tokrat nekoliko opaznejše kakor pri temperaturah, vendar nikjer ne presegajo 9 %. V kvalitativnem pogledu pa se rezultati vseh treh modelov zelo dobro ujemajo, razen pri količini proste vode, kjer model Tencheva (2001) odstopa glede na rezultate našega modela. Po drugi strani pa se naši rezultati praktično pokrivajo z rezultati, ki jih je objavil Davie (slika 5.6e). Diagrami primerjanih količin v odvisnosti od oddaljenosti od roba kažejo, da so odstopanja največja v območju najvišjih vrednosti, v preostalem območju prereza pa so razlike bistveno manjše (slike 5.6a in 5.6c). Opazimo lahko tudi, da do odstopanj pride pri kasnejših časih, medtem ko je pri času $t = 10\text{min}$ razlika minimalna. Na slikah (slike 5.6b, 5.6d, 5.6f), kjer je prikazan časovni razvoj pornega tlaka, gostote vodne pare in proste vode za izbrane



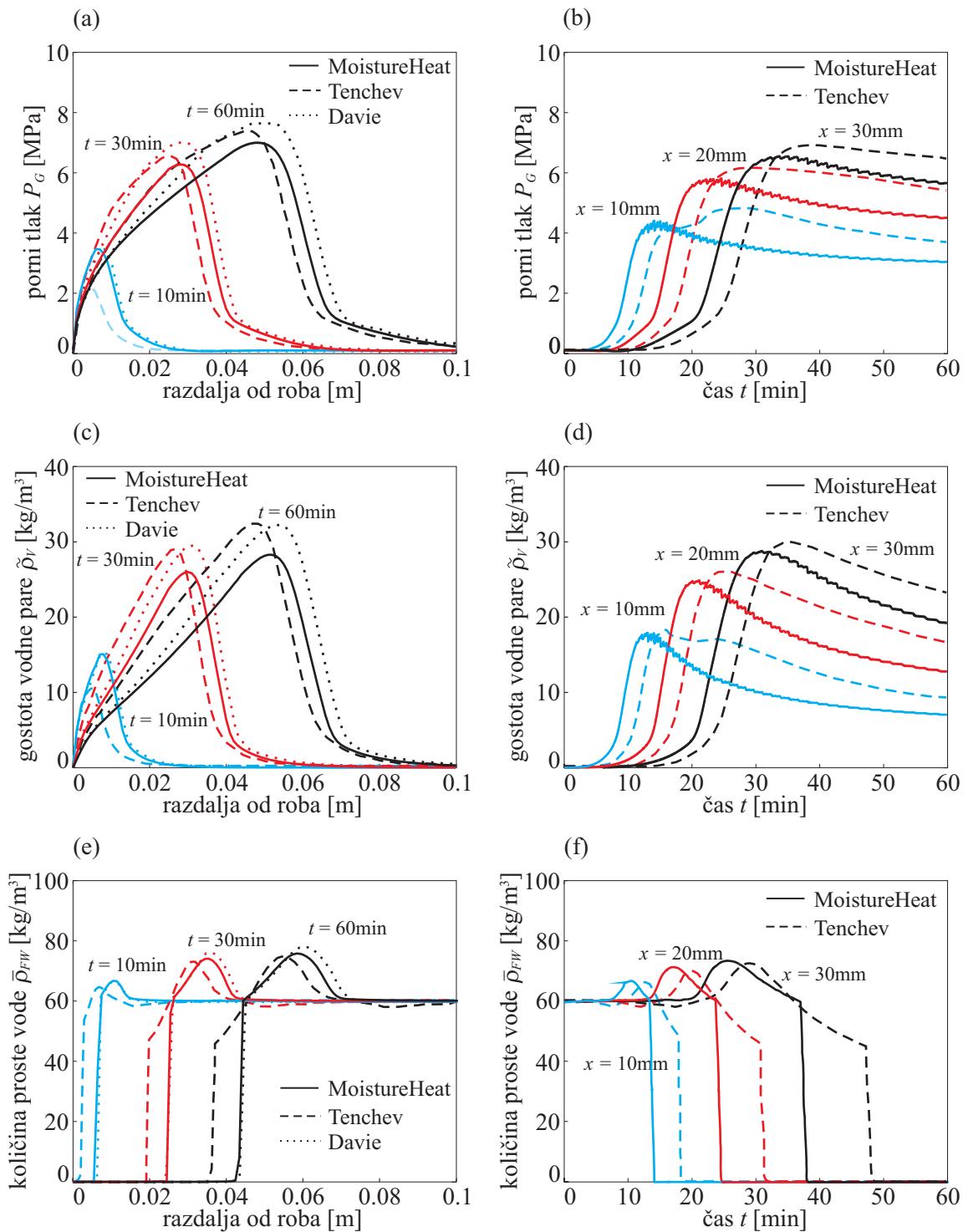
Slika 5.5: (a) Razvoj temperature po prerezu za izbrane čase. (b) Časovni razvoj temperature za izbrane razdalje.

Figure 5.5: (a) Distribution of temperatures over the cross-section for given times. (b) Time distribution of temperature for given distances.

razdalje od roba, je opazno zelo dobro kvalitativno in nekoliko slabše kvantitativno ujemanje naših rezultatov z rezultati Tencheva s sodelavci (2001). V bližini robu lahko opazimo rahlo nihanje rezultatov, o čemer poroča tudi Tenchev. To nihanje je izrazitejše v okolici največjih vrednosti primerjanih količin, s časom pa se izgubi. Kakor vidimo, sta na nihanje rezultatov občutljiva porni tlak in gostota vodne pare. V nadaljevanju pokažemo, da na velikost nihanja vplivata dolžina časovnega koraka in gostota mreže končnih elementov.

Nekoliko podrobnejše si še oglejmo, kaj se dogaja z glavnimi količinami med segrevanjem betonskega stebra. Zanimiv je pojav ostre meje med toplim območjem, kjer je prosta voda že izparela, in ostalim, hladnejšim območjem, ki še vsebuje prosto vodo. Opazimo lahko (5.6e), da neposredno za suhim območjem pride do povečane koncentracije proste vode, ki je bistveno večja od začetne vsebnosti proste vode. Območju povečane količine proste vode lahko rečemo območje vodne zamašitve (ang. ‘moisture clog zone’). Opazna je tudi zanimiva in smiselna povezava med posameznimi primerjanimi količinami v tem območju. Na meji med suhim in še vlažnim območjem opazimo, da začneta gostota vodne pare in porni tlak upadati. Dejansko se na tem mestu začne vodna para kondenzirati nazaj v prosto vodo; to je tudi vzrok za nastanek t.i. območja vodne zamašitve. K povečanju količine proste vode prispeva tudi sproščanje kemijsko vezane vode. V primerjavi s sliko 5.5 lahko namreč ugotovimo, da je temperatura v omenjenem območju nekaj manj kot 200°C, to pa je temperatura, pri kateri se začne izločati kemijsko vezana voda. Vidimo, da začne z upadanjem gostote vodne pare upadati tudi porni tlak, ki se nato drastično zmanjša in na meji območja vodne zamašitve znaša le še okoli 10 – 12 % maksimalne vrednosti.

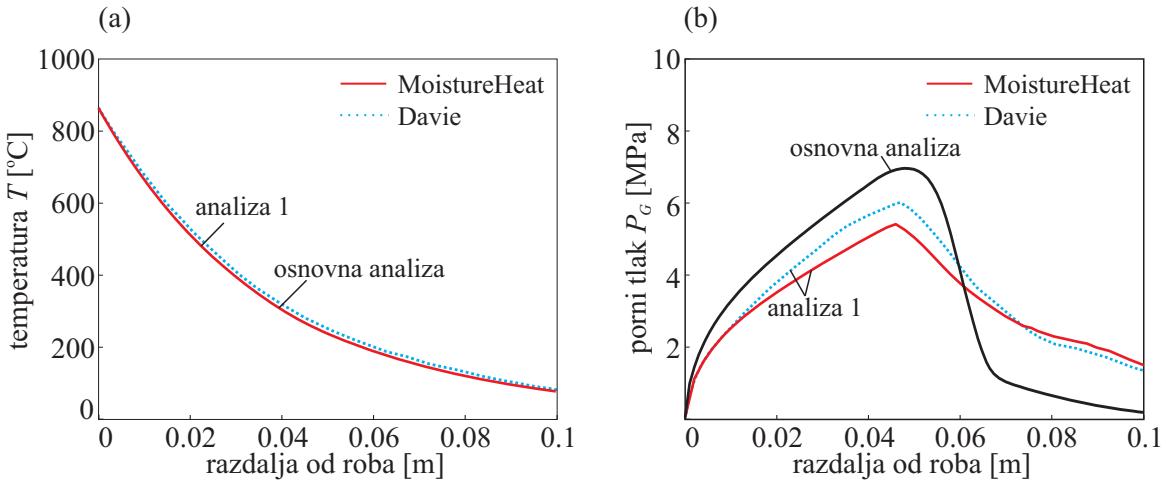
V splošnem opisu posameznih teorij smo omenili tudi modificiran model Tencheva, ki ga je predstavil Davie s sodelavci (2006). Prva modifikacija se nanaša zgolj na račun relativne prepustnosti plinaste in tekoče faze v betonu, K_G in K_L , pri čemer ta dva parametra izračunamo z enačbama (2.29) in (2.28). Rezultate, izračunane z modificiranim modelom, prikazujemo pod oznako ‘analiza 1’. Slika 5.7 prikazuje razvoj temperature in pornega tlaka po prerezu v času 60 minut. Rezultate modificiranega modela primerjamo z rezultati osnovnega, že opisanega modela. Očitno je, da vpeljni spremembni praktično ne vplivata na določitev temperatur (slika 5.7a), vpliv na porni tlak pa je opazen (slika 5.7a). Opazimo, da



Slika 5.6: Razvoj pornega tlaka P_G , gostote vodne pare $\tilde{\rho}_V$ in količine proste vode $\bar{\rho}_{FW}$, po prerezu in v odvisnosti od časa.

Figure 5.6: Distribution of pore pressure P_G , water vapour content $\tilde{\rho}_V$ and free water content $\bar{\rho}_{FW}$, over the cross section in dependence on time.

je v primeru ‘analiza 1’ maksimalni porni tlak manjši v primerjavi z osnovno analizo. Razlika med največjimi tlaki je okoli 20 %. Območje največjega pornega tlaka je v modifiranim primeru nekoliko bliže zunanjemu robu, vendar razlika ni velika. V primerjavi z osnovnim modelom vidimo, da porni tlak po največji doseženi vrednosti pada počasneje. Kvalitativno podobno sliko pornih tlakov so dobili tudi Davie in sodelavci (2006), opaznejša razlika se pojavi le v območju največjih vrednosti pornega tlaka in jo lahko pripisemo že omenjenim razlikam v privzetih termičnih parametrih.



Slika 5.7: (a) Razvoj temperature T po prerezu pri času 60 minut. (b) Razvoj pornega tlaka P_G po prerezu pri času 60 minut.

Figure 5.7: (a) Distribution of temperature T over the cross-section at 60 minutes. (b) Distribution of pore pressure P_G over the cross-section at 60 minutes.

Vse nadaljnje analize prevajanja toplote in vlage opravimo z osnovnim, nemodificiranim modelom, ki so ga predstavili Tenchev s sodelavci (2001) z razliko v nekaterih termičnih parametrih, kakor smo pojasnili na začetku tega razdelka.

5.2.3 Parametrične študije

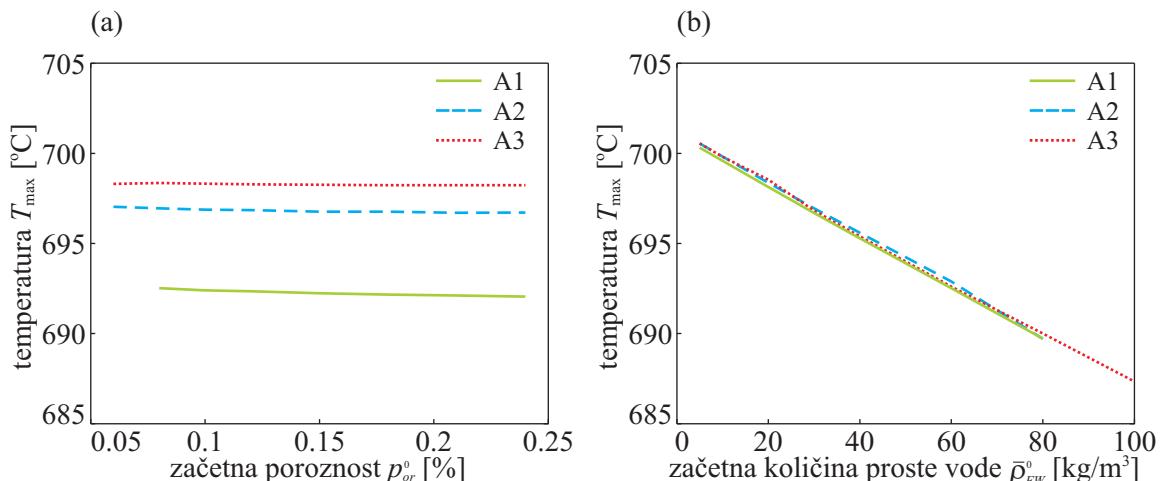
Analiziramo vpliv začetne količine proste vode $\bar{\rho}_{FW}^0$ in začetne poroznosti p_{or}^0 na temperaturo $T_{0.04}$ na mestu 0.04m od ogrevanega roba in na največji porni tlak $P_{G,max}$ po 30 minutah požara. Ker je razen omenjenih količin pomembna tudi prepustnost betona, določimo omenjeni primerjalni količini pri treh različnih propustnostih betona K , ki se med seboj razlikujejo za faktor 10. Rezultate treh primerov označimo z A1, A2, A3. Spremenljivi vhodni podatki so podani v preglednici 5.2, preostali podatki so enaki kot v predhodnih analizah.

Iz slike 5.8a razberemo, da poroznost betona praktično ne vpliva na razvoj temperature, medtem ko je vpliv začetne količine proste vode očiten: beton z večjo vsebnostjo proste vode se znatno počasneje segreva (slika 5.8b). Rezultat je pričakovani, saj manjša količina proste vode prej izpari in se tako beton hitreje suši. Slika 5.8b tudi kaže, da je v tem primeru vpliv prepustnosti betona na vrednost temperature v kontrolni točki zanemarljiv. V primeru, da se spreminja začetna vrednost poroznosti, ima prepustnost betona bistveno večji vpliv (slika 5.8a). Temperatura je višja pri betonu z manjšo propustnostjo, saj pri slabo prepustnem betonu vlaga počasneje potuje iz betona in je ohlajevanje kontrolne točke manjše. Vpliv začetne poroznosti in začetne vsebnosti proste vode na porne tlake prikazujemo na sliki 5.9. Z večanjem poroznosti in prepustnosti betona vrednost največjega pornega tlaka pada (slika 5.9a). Vidimo,

Preglednica 5.2: Vhodni podatki za parametrične študije.

Table 5.2: Input data for parametric studies.

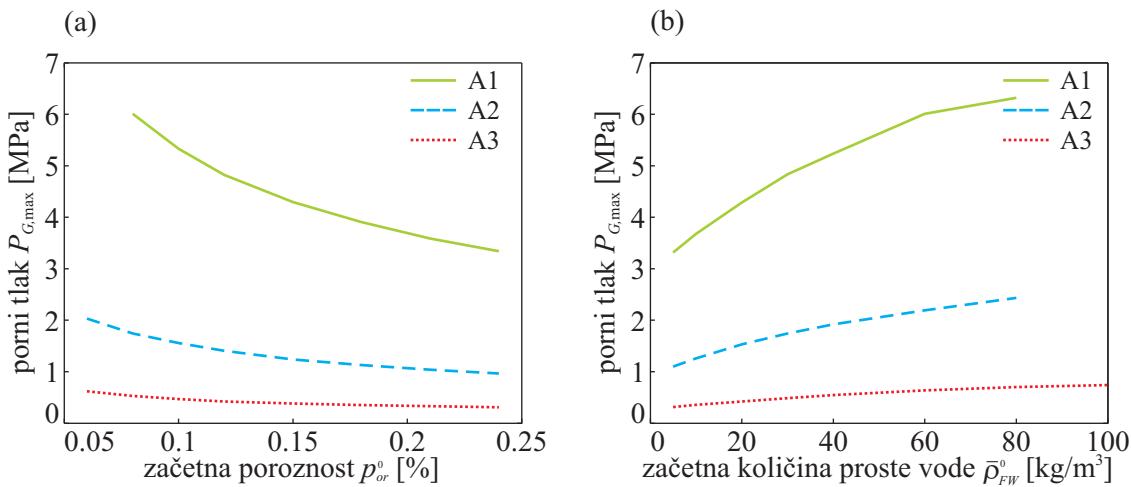
		vpliv začetne količine proste vode	vpliv začetne poroznosti
	K [m ²]	$5 \cdot 10^{-17}$	$5 \cdot 10^{-17}$
A1	$\bar{\rho}_{FW}^0$ [kg/m ³]	10 – 80	60
	p_{or}^0 [%]	0.08	0.08 – 0.24
A2	K [m ²]	$5 \cdot 10^{-16}$	$5 \cdot 10^{-16}$
	$\bar{\rho}_{FW}^0$ [kg/m ³]	10 – 80	30
A3	p_{or}^0 [%]	0.08	0.06 – 0.24
	K [m ²]	$5 \cdot 10^{-15}$	$5 \cdot 10^{-15}$
	$\bar{\rho}_{FW}^0$ [kg/m ³]	10 – 100	20
	p_{or}^0 [%]	0.12	0.06 – 0.24



Slika 5.8: (a) Vpliv začetne poroznosti za izbrane prepustnosti betona na temperaturo kontrolne točke po 30. minutah požara. (b) Vpliv začetne količine proste vode za izbrane prepustnosti betona na temperaturo kontrolne točke po 30. minutah požara.

Figure 5.8: (a) Influence of initial porosity for chosen permeability of concrete on temperature after 30 minutes of fire. (b) Influence of initial value of free water content for chosen permeabilities of concrete on temperature after 30 minutes of fire.

da je padec pornega tlaka pri manj prepustnem betonu večji. To je razumljivo, saj pri bolj prepustnem betonu vlaga prej izpari. Kakor smo opazili na sliki 5.6, je največja vrednost pornega tlaka tesno povezana s količino proste vode. Če ima voda možnost izparevanja, porni tlak v porah prej pade, oziroma ne doseže večjih vrednosti. Pri vplivu začetne količine proste vode na največjo vrednost pornega tlaka pa opazimo nasproten pojav kot pri njenem vplivu na največjo temperaturo. Porni tlak namreč z večanjem začetne količine proste vode raste. Prav tako je pričakovano, da je porni tlak večji pri manj prepustnem betonu. Iz



Slika 5.9: (a) Vpliv začetne poroznosti za izbrane prepustnosti betona na največji porni tlak po 30. minutah požara. (b) Vpliv začetne količine proste vode za izbrane prepustnosti betona na največji porni tlak po 30. minutah požara.

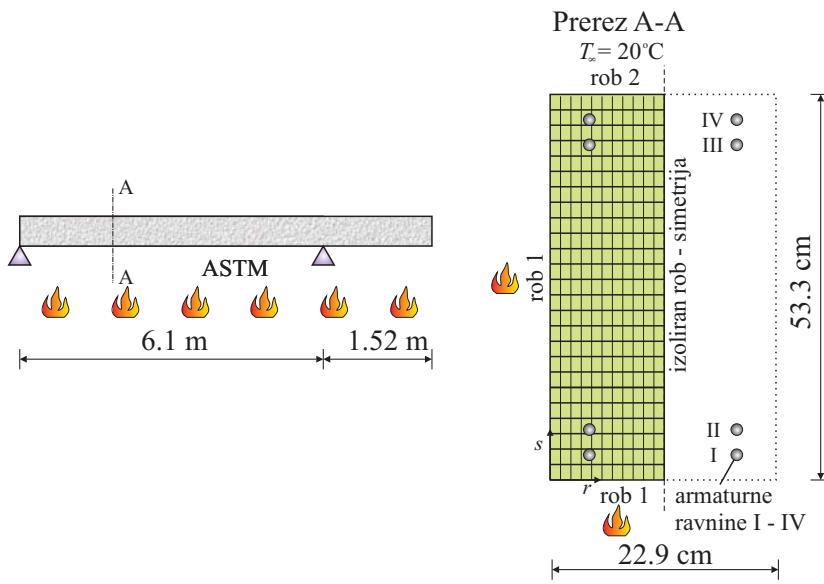
Figure 5.9: (a) Influence of initial porosity for chosen permeabilities of concrete on maximum pore pressure after 30 minutes of fire. (b) Influence of initial value of free water content for chosen permeabilities of concrete on maximum pore pressure after 30 minutes of fire.

prikazanih rezultatov lahko povzamemo naslednje ugotovitve: (i) porni tlak z manjšanjem prepustnosti in poroznosti betona raste, (ii) porni tlak z večanjem začetne količine proste vode (bolj vlažen beton) raste, (iii) temperatura z večanjem začetne količine proste vode pada in (iv) temperatura je v primeru manj prepustnega betona manjša, vendar razlika ni velika.

5.3 Linov betonski nosilec

V tem računskem primeru primerjamo naše rezultate z rezultati eksperimenta (Lin s sodelavci, 1998) in z rezultati Bratine (Bratina s sodelavci, 2007). Bratina je za račun uporabil program HeatC (Saje in Turk, 1987), ki upošteva samo prevajanje toplote po mediju. Ker je Bratina (Bratina s sodelavci, 2004) v svojem računu umeril prevodnostni koeficient in specifično toploto betona glede na eksperimentalne rezultate, naredimo še dodaten račun s programom HeatC, kjer upoštevamo prevodnost in specifično toploto betona, skladno s standardom EN 1992-1-2 (2005), kakor ju podajata enačbi (2.47) in (2.44) v razdelku 3.3 Termični parametri. Enaki vrednosti za specifično toploto in prevodnost betona upoštevamo tudi v naši analizi z MKE. S tem prikažemo razliko in vpliv vlage na razpored temperature po betonskem prerezu. Skica obravnanega prereza je prikazana na sliki 5.10. Za račun uporabimo mrežo s 350 končnimi elementi ter časovni korak 1 sek. Zaradi preglednosti je na sliki 5.10 prikazana mreža končnih elementov s 275 končnimi elementi. Nosilec je ogrevan s spodnje strani, kar pomeni, da zgornja stranica prereza ni toplotno obremenjena. Zaradi simetrije v računu upoštevamo le polovico betonskega prereza. Masni pretok je dovoljen na vseh zunanjih robovih. Robni pogoji za ta primer so podani v preglednici 5.3. Pri prevajanju toplotnega toka na robu 1 upoštevamo emisivnost in prevodnost s koeficientoma $e = 0.6$ in $h_q = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$. Na robu 2, ki ni izpostavljen požaru, pa upoštevamo samo prevodnost, $h_q = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Termični parametri, ki smo jih upoštevali v prvem računskem primeru, veljajo za betone visokih trdnosti.



Slika 5.10: Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.

Figure 5.10: Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.

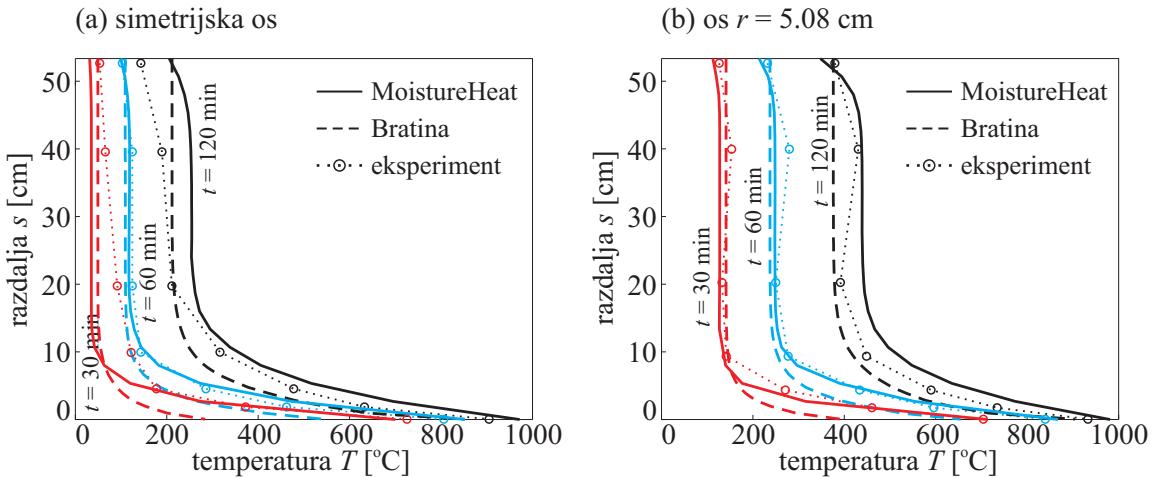
Preglednica 5.3: Robni pogoji za primer Linovega nosilca.

Table 5.3: Boundary conditions for Lin's beam.

	rob 1	rob 2	simetrijska os
T	$q_T = q_T (T_{ASTM})$	$q_T = q_T (T_\infty = 20^\circ C)$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$
P_G	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$
$\tilde{\rho}_V$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$

Ker imamo tokrat opravka z normalnim betonom, spremenimo nekaj ključnih parametrov, ki so odvisni od vrste betona. To so prepustnost betona, poroznost betona in začetna količina proste vode. Za začetno količino proste vode vemo, da je v primeru normalnih betonov manjša, saj se ti betoni uporabljajo v konstrukcijah, ki so večinoma v zračnih prostorih in se lahko s časom do določene stopnje osušijo. Vlažnost takih betonov naj bi bila 1 – 3 %. Ker podatka o vlažnosti betonskega nosilca nismo imeli na voljo, privzamemo v računu vrednost 1.0%. Poroznost in prepustnost, ki sta v veliki meri odvisni od vodocementnega faktorja, sta pri normalnih betonih večji kot pri visokotrdnih. Tako za poroznost privzamemo vrednost $p_{or}^0 = 0.15$, za prepustnost pa $K = 1 \cdot 10^{-16}$. Zaradi preglednosti podajamo še preostale vhodne podatke: gostota betona $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$, gostota cementa $\rho_{cem} = 300 \text{ kg/m}^3$, začetna temperatura $T_0 = 20^\circ C$, začetni porni tlak $P_{G,0} = 0.1 \text{ MPa}$, začetna gostota vodne pare $\tilde{\rho}_{V,0} = 0.013 \text{ kg/m}^3$, gostota vodne pare na robu $\tilde{\rho}_{V,\infty} = 0.0104 \text{ kg/m}^3$ in začetna količina proste vode $\tilde{\rho}_{FW}^0 = 10 \text{ kg/m}^3$.

Na sliki 5.11 prikazujemo rezultate eksperimenta, rezultate, ki so jih podali Bratina s sodelavci (2007) in rezultate našega računa. Prikazan je razvoj temperature po višini prereza v treh izbranih časovnih korakih (30, 60 in 120 min) vzdolž srednje simetrijske osi (slika 5.11a) in vzdolž osi $x = 5.08 \text{ cm}$ od levega zunanjega roba (slika 5.11b). Primerjava kaže dobro ujemanje naših rezultatov z rezultati eksperimenta.



Slika 5.11: (a) Razporeditev temperature po prerezu vzdolž simetrijske osi za izbrane čase. (b) Razporeditev temperature po prerezu vzdolž osi $r = 5.08\text{cm}$ za izbrane čase.

Figure 5.11: (a) Variation of temperature in the cross-section along the line of symmetry at chosen times.
(b) Variation of temperature in the cross-section along the line $r = 5.08\text{cm}$ at chosen times.

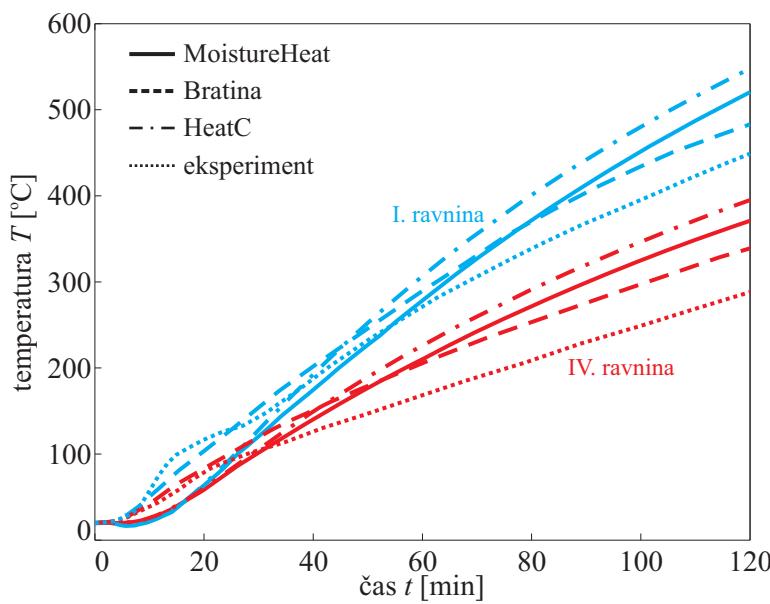
V primerjavi z rezultati Bratine (2007) je opazno veliko boljše ujemanje temperatur v spodnjem, najbolj ogretem delu prereza. Od eksperimenta nekoliko odstopajo rezultati pri času $t = 120\text{ min}$; glede na to, da je ujemanje pri času 30 in 60 minut veliko boljše, lahko odstopanje pripisemo tudi nenatančnosti eksperimentalnih rezultatov, saj napake pri tovrstnih meritvah niso redke. Kljub temu, da smo za razliko od Bratine (2007) privzeli specifično toploto in prevodnost betona skladno z EN 1992-1-2 (2005) in teh parametrov nismo prilagajali, smo dobili dobro ujemanje z eksperimentom. To potruje domnevo, da je za korekten račun prevajanja toplotne po betonu treba upoštevati vpliv transporta vlage. Razlika med našimi rezultati in rezultati Bratine (2007) opazimo tudi pri poteku temperature ob zgornjem, neogrevanem robu prereza (slika 5.11). Mi smo vzeli, da se zrak na zgornjem robu ne ogreva, toplotni tok pa je dovoljen, medtem ko je Bratine (2007) predpostavil, da je zgornji rob izoliran, kar pomeni, da je toplotni tok preprečen. Primerjava z eksperimentom kaže, da je naša predpostavka primernejša. Slika (5.12) prikazuje primerjavo med našim računom, eksperimentom, računom Bratine in dodatnim računom s programom HeatC, kjer upoštevamo prevodnost in specifično toploto betona skladno s standardom EN 1992-1-2 (2005). Prikazan je razvoj temperatur s časom v ravnini jeklene armature. Koordinate pozicij armature so podane v preglednici 5.4. Zaradi boljše preglednosti so prikazani le rezultati za armaturni

Preglednica 5.4: Koordinate armaturnih ravnin.

Table 5.4: Coordinates of bar planes.

armaturna ravnina	r [cm]	s [cm]
I	4.93	4.9
II	4.93	11.4
III	4.93	41.74
IV	4.93	48.24

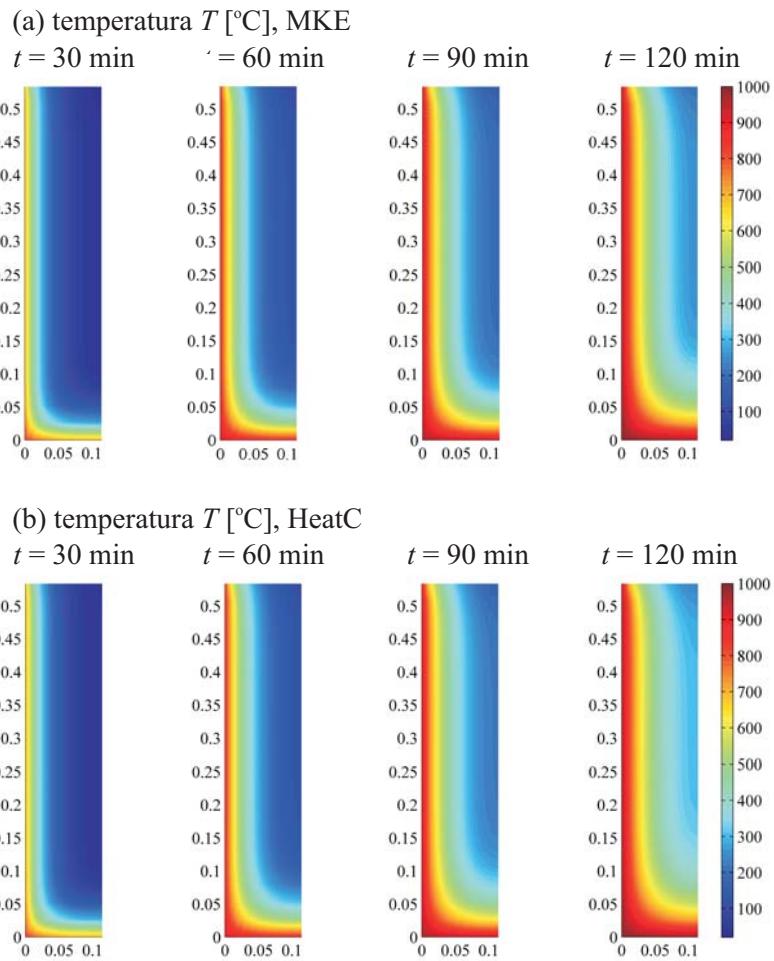
ravnini I in IV. Privzamemo, da je temperatura v betonu in armaturi enaka, tako določimo temperaturo na mestu armature neposredno iz računa temperatur betonskega prereza. V primerjavi z eksperimen-



Slika 5.12: Razvoj temperature s časom vzdož I. in IV. armaturne ravnine.
Figure 5.12: Distribution of the temperature in the Ist and IVth steel-bar plane.

tom najbolj odstopa račun s programom HeatC, kar je tudi pričakovano, ker so uporabljeni termični parametri betona skladni z EN 1992-1-2 (2005). Odstopanje je precejšnje že v začetni faziji požara in se s časom še veča. Iz tega razloga je raziskovalec Bratina s sodelavci (2007) spremenjal termične parametre, da se je približal rezultatom eksperimenta. V primerjavi z rezultati Bratine (2007) je naš rezultat bližje eksperimentu do približno 70. minute, po tem času pa se slika obrne. Prav tako opazimo, da od tega časa naprej razlika med našim računom in računom s programom HeatC ne narašča več. Ob upoštevanju preglednice 6.4 lahko iz slike (5.14)b razberemo, da se območje armature posuši približno po času 60 minut; domnevamo lahko, da je vzrok za prej omenjeno razliko vsebnost proste vode. Dokler je beton ob armaturi še vlažen, se naši rezultati bolje ujemajo z eksperimentom kot preostala dva rezultata. Ko se beton osuši, se vpliv vlage na prevajanje toplote izgubi in vzrok za razliko predstavljajo termični parametri betona, še posebej specifična toplota in prevodnost betona, kar je ugotovil Bratina s sodelavci (2007). Podrobnejša proučitev razlike med našim (MoistureHeat) in dodatnim računom (HeatC) kaže, da začne temperatura, določena s programom HeatC, nad vrednostjo okoli 100°C hitreje naraščati. Razlog najdemo v dejstvu, da naš račun upošteva uparjevanje proste vode, za kar je potrebna dodatna energija, to pa povzroči počasnejše segrevanje. Ko vsa voda izpari, se razlika med modeloma ustali.

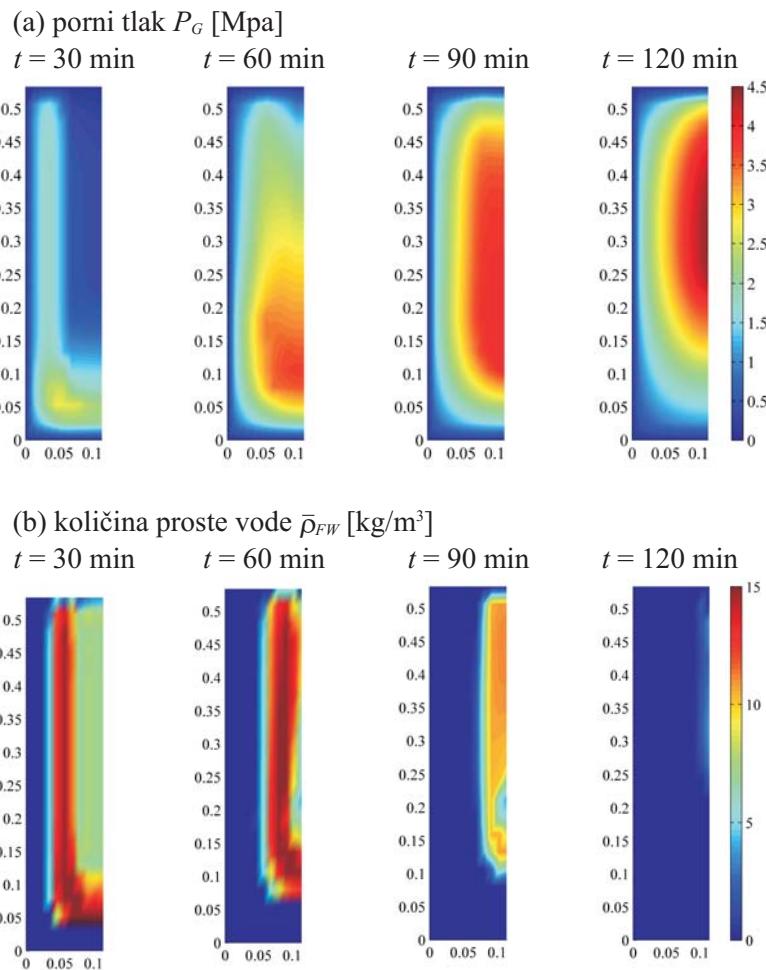
Slika 5.13 prikazuje razvoj temperature po prerezu za čase $t = 30$ min, $t = 60$ min, $t = 90$ min in $t = 120$ min, in sicer za račun s programom MoistureHeat in dodaten račun s programom HeatC. Iz primerjave rezultatov vidimo, da je vpliv vlage in s tem razlika med modeli večja pri nižjih časih ($t = 30$ min in $t = 60$ min), ko vlaga še ni izparela. S časom, ko vlaga izpari, se razlika med temperaturami ustali. Na sliki 5.14 prikazujemo razporeditev pornih tlakov in proste vode po prerezu v izbranih časovnih korakih: $t = 30$ min, $t = 60$ min, $t = 90$ min in $t = 120$ min. Nazorno lahko zasledujemo razvoj pornih tlakov, pri čemer območje največjih pornih tlakov z določenim zaostankom sledi območju največje vsebnosti proste vode. Ker je na vseh zunanjih robovih dovoljen masni pretok, se manjša količina vode kmalu potem, ko se robovi segrejejo, izloči preko zunanjega roba in se okoli ogretih zunanjih robov vzpostavi suho območje (količina proste vode je enaka 0). Območje proste vode v notranjosti, ki je predaleč, da bi se voda izločala preko zunanjih robov, zaradi gradijenta pornih



Slika 5.13: Razporeditev temperature po prerezu za izbrane čase z upoštevanjem vlage v računu, a; razporeditev temperature po prerezu za izbrane čase brez upoštevanja vlage v računu, b.

Figure 5.13: Variation of temperature in the cross-section for chosen times accounting the moisture in calculation, a; variation of temperature in the cross-section for chosen times without moisture in calculation, b.

tlakov in temperaturnega gradienta potuje proti notranjosti prereza in z višanjem temperature prosta voda postopoma izpareva. Kakor vidimo, je pri času $t = 120 \text{ min}$ že skoraj vsa prosta voda izparela ali pa se izločila preko zunanjih robov v obliki vodne pare. Cilj tega računa je predstavitev medsebojnega vpliva toplotne in vlage pri segrevanju betona. Da bi dosegli še boljše ujemanje z rezultati eksperimentov tudi pri višjih časih, bi bile potrebne dodatne parametrične študije ob vzporednih eksperimentalnih preiskavah, s katerimi bi zanesljiveje umerili termodinamične in difuzijske parametre problema. Ne glede na to je nesporno, da razpored in količina vlage posredno vplivata na razvoj temperature. Na prostorski in časovni potek vsebnosti vode pa v veliki meri vplivata poroznost in prepustnost betona. Dodatne študije bi torej morale razen spreminjanja prevodnosti in specifične toplotne betona zajeti spremembe poroznosti in prepustnosti betona. Pri tem je potrebno imeti v mislih, da sta prevodnost in specifična toplota betona primarna parametra, ki najbolj vplivata na potek temperature, ostali parametri so sekundarnega pomena. To smo lahko ugotovili pri opravljenih parametričnih študijah, še bolj nazorno pa se to dejstvo potrdi v naslednjem računskem primeru.



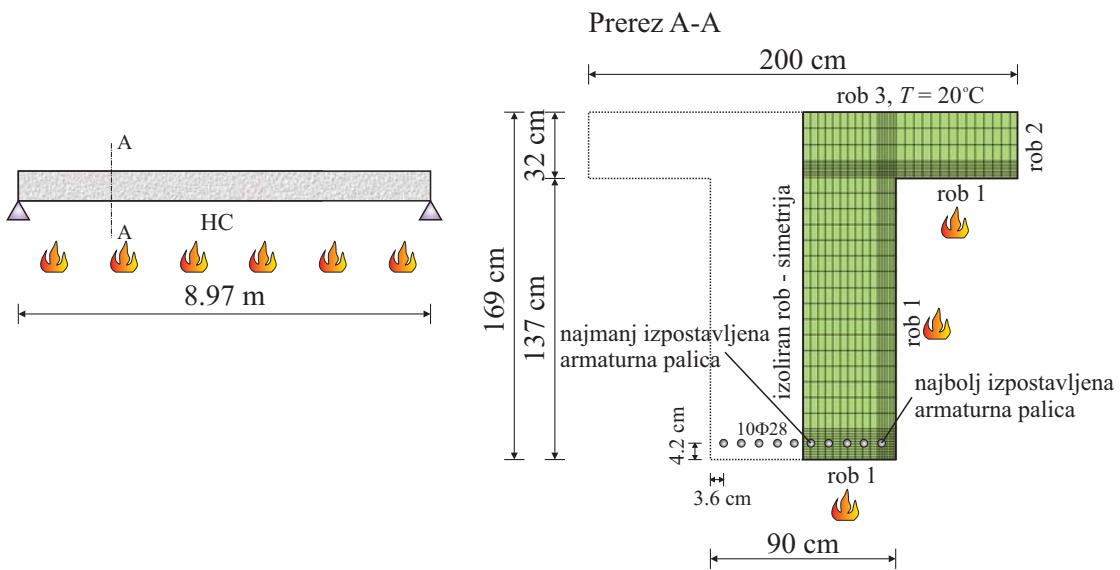
Slika 5.14: Razporeditev pornih tlakov po prerezu pri izbranih časih, a; razporeditev količine proste vode po prerezu pri izbranih časih, b.

Figure 5.14: Variation of pore pressure in the cross-section for chosen times, a; variation of free water content in the cross-section for chosen times, b.

5.4 Nosilec Šentvid

V tem računskem primeru prikazujemo analizo toplotnega in vlažnostnega stanja armiranobetonskih nosilcev nad galerijo avtocestnega predora Šentvid. Analiza je zanimiva predvsem zato, ker nosilec po odstranitvi neustrezne protipožarne obloge ni toplotno zaščiten. Kakor vemo, se pri vlažnih betonskih elementih, izpostavljenih hitremu segrevanju, pojavi luščenje betona.

Luščenje betona lahko razdelimo v štiri skupine: (i) luščenje agregata, (ii) eksplozivno luščenje, (iii) površinsko luščenje in (iv) lušceneje na vogalih (Khoury, 2000). V prvih 20-30 minutah lahko pride do prvih treh pojavov, medtem ko luščenje vogalov lahko nastopi v kasnejših fazah segrevanja. Še posebej neugodno je tako imenovano eksplozivno luščenje. Khoury (2000) navaja, da do pojava eksplozivnega luščenja pride v primeru, da je hitrost ogrevanja okolice med $20\text{--}30^\circ\text{C}/\text{min}$. Kot vzrok eksplozivnega luščenja lahko navedemo hkratne vplive povisanih pornih tlakov in povečanih temperaturnih deformacij, do katerih pride pri zelo hitrem segrevanju površine betona. Ob tem je pomemben tudi prispevek mehanske zunanje obtežbe. Kritično je predvsem tlačno napetostno območje. Omenimo



Slika 5.15: Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.

Figure 5.15: Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.

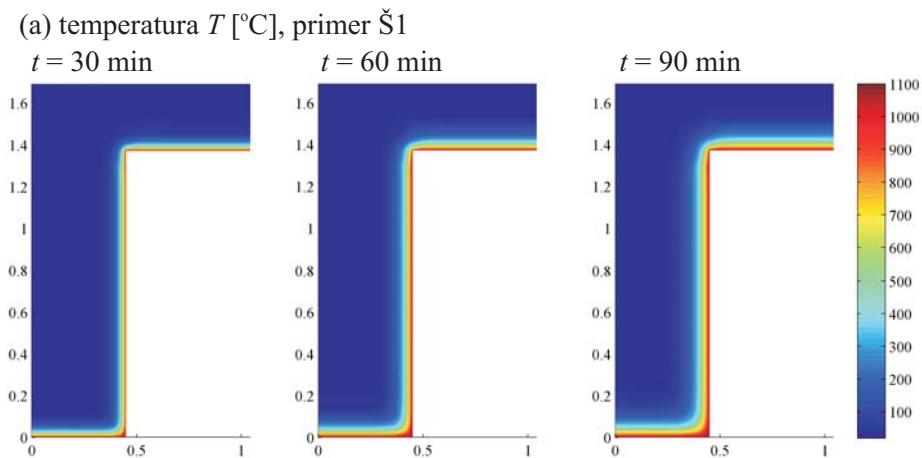
še, da so luščenju veliko bolj izpostavljeni betoni iz kremenčevega agregata kot tisti iz apnenčevega agregata, predvsem zaradi razlik v temperaturno razteznostnih koeficientih. Pomemben dejavnik, ki vpliva na luščenje, je tudi začetna količina vlage. Zato analiziramo dva primerja. V prvem primeru upoštevamo da je vlažnost betona enaka 3% (oznaka Š1), v drugem pa 6% (oznaka Š2). Skica obravnavanega nosilca in mreža končnih elementov sta prikazani na sliki (5.15). Reprezentativni nosilec je izpostavljen požarni obtežbi, ki jo opisuje tako imenovana ogljikovodikova požarna krivulja (oznaka HC). Ta požarna krivulja je prirejena za simulacijo tunelskih požarov in predvideva intenzivnejše segrevanje kot standardna krivulja ISO 834. Značilnost te krivulje je, da temperatura na začetku zelo hitro narašča, nato pa se po 30 minutah ustali pri temperaturi 1100°C (slika 5.1). V prvih 10 minutah požara temperatura okolice naraste z 20 °C na 1034 °C, kar pomeni, da je povprečna hitrost ogrevanja okolice v tem času 101.4°C / min. Prerez modeliramo z 856 končnimi elementi. Ker je požarna obremenitev na začetku zelo intenzivna, smo mrežo končnih elementov zgostili ob segrevanih robovih, kakor je razvidno iz slike (5.15). Območje zgoščevanja smo določili glede na rezultate, ki sta jih v poročilu podala Bratina in Planinc (2008). Naše rezultate primerjamo z rezultati omenjenih avtorjev, izračunanimi s programom HeatC (Saje in Turk, 1987), ki upošteva samo prevajanje toplotne. Robni pogoji so podani v preglednici 5.5.

Preglednica 5.5: Robni pogoji za primer nosilca Šentvid.

Table 5.5: Boundary conditions for beam Šentvid.

	rob 1	rob 2 in simetrijska os	rob3
T	$q_T = q_T (T_{HC})$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$	$q_T = q_T (T_\infty = 20^\circ C)$
P_G	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$
$\tilde{\rho}_V$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$

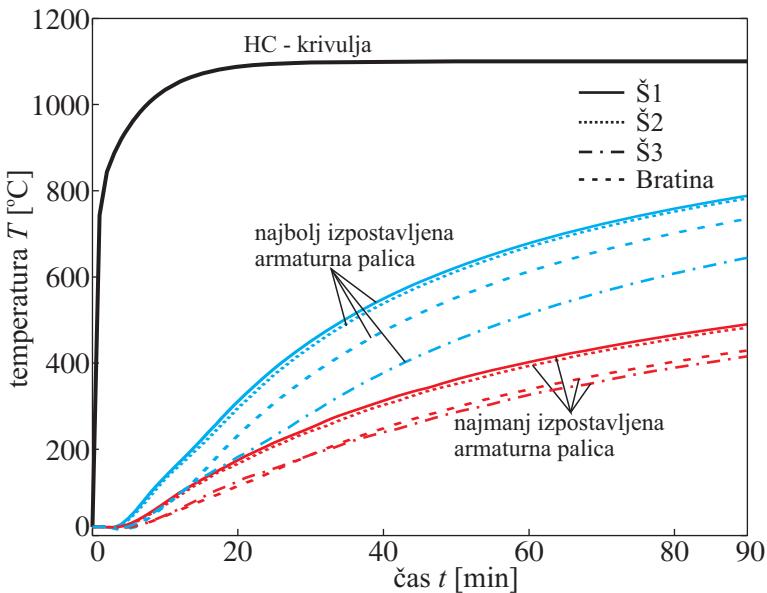
Upoštevamo, da gre za normalen in ne visokotrden beton. Vhodni podatki so naslednji: gostota betona $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$, gostota cementa $\rho_{cem} = 300 \text{ kg/m}^3$, začetna temperatura $T_0 = 20^\circ\text{C}$, začetni porni tlak $P_{G,0} = 0.1 \text{ MPa}$, začetna gostota vodne pare $\tilde{\rho}_{V,0} = 0.013 \text{ kg/m}^3$, gostota vodne pare na robu $\tilde{\rho}_{V,\infty} = 0.0104 \text{ kg/m}^3$, začetna poroznost betona $p_{or}^0 = 0.15$, prepustnost betona $K = 1 \cdot 10^{-16}$ in začetna količina proste vode $\bar{\rho}_{FW}^0 = 30 \text{ kg/m}^3$ za primer Š1 in $\bar{\rho}_{FW}^0 = 60 \text{ kg/m}^3$ za primer Š2. Skladno s standardom EN 1991-1-2 (2004) smo za prevodnostni koeficient privzeli vrednost $h_q = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$ ter emisivnost $e = 0.7$. Slika 5.16 prikazuje razvoj temperature po prerezu za primer Š1 v treh izbranih časovnih korakih (30, 60, 90 min). Ugotovimo lahko, da je ogrevanje betonskega nosilca razmeroma počasno. Po 90 minutah požara temperatura zgolj v plasti debeline 5 cm preseže vrednost 400°C , na



Slika 5.16: Razvoj temperature po prerezu za izbrane čase.
Figure 5.16: Distribution of temperature over the cross-section for chosen times.

preostalem delu prereza pa je temperatura nižja. Glede na segrevanje nosilca preko natezne cone pa je za požarno odpornost nosilca najpomembnejši podatek o temperaturi jeklene armature. Zato na sliki 5.17 prikazujemo časovni razvoj temperature za armaturno palico, ki je najbližje znanemu robu (vogalna palica), in palico, ki je najdlje od zunanjega roba (palica ob simetrijski osi prereza). Rezultate primerjamo tudi z rezultati Bratine in Planinca (2008). Kakor vidimo (slika 5.17), je razlika med našim modelom in rezultati Bratine in Planinca razmeroma velika. V prejšnjem računskem primeru smo videli, da v primeru, da v računu ne upoštevamo vlažnosti betona, dobimo višje temperature kakor ob upoštevanju vlažnosti (slika 5.12). Diagrami na sliki 5.17 pa kažejo raven nasprotno. Razlog za odstopanje in navidezno nelogičnost rezultatov je v tem, da smo v našem računu upoštevali spreminjanje specifične toplotne betona v odvisnosti od temperature skladno s predlogom Tencheva (enačba (2.48)), medtem ko Bratina in Planinc (2008) uporabita izraz, ki ga podaja standard EN 1992-1-2 (2005). Kot je razvidno iz slike 2.5, kjer je prikazana odvisnost specifične toplotne od temperature, je specifična toplota po EN 1992-1-2 (2005) bistveno večja od vrednosti po Tenchevu. Specifična toplota pove, koliko energije je potrebno, da ogrejemo 1 kg snovi (betona) za 1 K. Beton z manjšo specifično toploto se torej ogreva hitreje. Drugi faktor, ki prav tako pomembno vpliva na hitrost ogrevanja, je toplotna prevodnost betona. Bratina in Planinc (2008) sta v računu uporabila spodnjo mejo za prevodnost betona po EN 1992-1-2 (2005), v našem računu pa je upoštevana zgornja meja. Jasno je, da se beton z večjo toplotno prevodnostjo hitreje segreva. Obe razliki v lastnostih betona se torej odražata v odstopanju rezultatov na sliki 5.17. Po drugi strani primerjava rezultatov za primera Š1 in Š2 kaže, da začetna stopnja vlažnosti betona praktično nima vpliva na segrevanje armaturnih palic, saj so temperature pri bolj vlažnem betonu le malenkostno nižje. Od tod lahko sklepamo, da imata odločilen vpliv na segrevanje armature specifična

toplota in toplotna prevodnost betona, ne glede na to, ali v računu upoštevamo vlažnost betona ali ne.

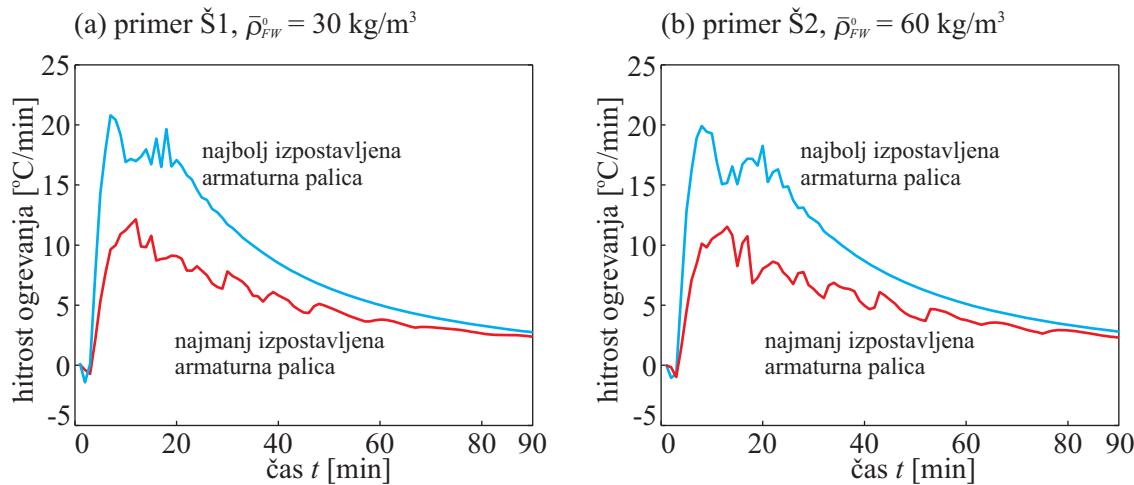


Slika 5.17: Razvoj temperature s časom za najbolj in najmanj izpostavljen armaturno palico.
 Figure 5.17: Distribution of temperature with time for the most and least exposed reinforcing bar.

Da bi dobili bolj objektivno primerjavo med našim računom in računom Bratine in Planinca (2008), smo naredili še dodatno analizo (primer Š3), pri kateri smo upoštevali spremenjanje specifične toplotne in prevodnosti betona s temperaturo po enakem zakonu kakor Bratina in Planic. Kakor je bilo pričakovati, so temperature v tem primeru nižje; odstopanje glede na rezultate Bratine in Planinca je za manj izpostavljen palico zanemarljivo, pri bolj izpostavljeni palici pa je razlika znatna (slika 5.17). Večje odstopanje se pojavi okrog 10. minute segrevanja, ko temperatura palice doseže približno 100°C. Razlika narašča vse do 50 minute, ko se ustali in se v nadaljevanju celo nekoliko zmanjša. Največja razlika znaša okoli 100°C. Tokrat je odstopanje posledica upoštevanja koncentracije proste vode v območju najbolj izpostavljenih palic (vogal), kar lahko razberemo iz slike 5.20. Tako mora na tem mestu izpareti več vode kot na mestu najbolj oddaljene armature palice. S tem se za izparevanje vode porabi več energije in beton se tam počasneje segreva. Račun brez upoštevanja vlažnosti zato logično daje višje temperature kot jih dobimo z našim povezanim modelom.

Pomemben podatek za oceno verjetnosti luščenja betona je hitrost ogrevanja. Ta parameter prikazujemo na sliki 5.18a za manj vlažen beton in na sliki 5.18b za bolj vlažen beton. Hitrost ogrevanja smo določili na mestu najbolj in najmanj izpostavljenih armaturnih palic. Vidimo, da je hitrost ogrevanja bolj izpostavljenih armaturnih palic opazno večja kot pri manj izpostavljeni palici. Rezultat je v skladu z ugotovitvijo Khouryja (2000), da je največja verjetnost eksplozivnega luščenja betona zaradi prehitrega naraščanja temperature na vogalih prereza. V našem primeru je hitrost segrevanja pri obeh začetnih vlažnostih nižja od 20°C / min, le pri manj vlažnem betonu okrog 8. minute na kratko preseže omenjeno vrednost. Nasprotno lahko s primerjavo rezultatov med primeroma Š1 (slika 5.18a) in Š2 (slika 5.18b) ugotovimo, da začetna vsebnost vlage nima pomembnejšega vpliva na hitrost segrevanja, saj je ta pri bolj vlažnem betonu le malo nižja kot pri betonu z nižjo začetno vlažnostjo. Opazimo tudi, da je hitrost naraščanja temperature najizrazitejša v začetni fazni HC požara. S časom, ko se temperatura okolice po 20. minutah ustali, začne hitrost ogrevanja upadati.

Drug pomemben dejavnik pri oceni možnosti luščenja betona je velikost pornih tlakov. Razvoj pornih tlakov po prerezu za izbrane čase prikazujemo na sliki 5.19a za primer Š1 in na sliki 5.19b za primer Š2. Razlika med obema primeroma je opazna. V primeru bolj vlažnega betona soporni tlaki večji. Prvih

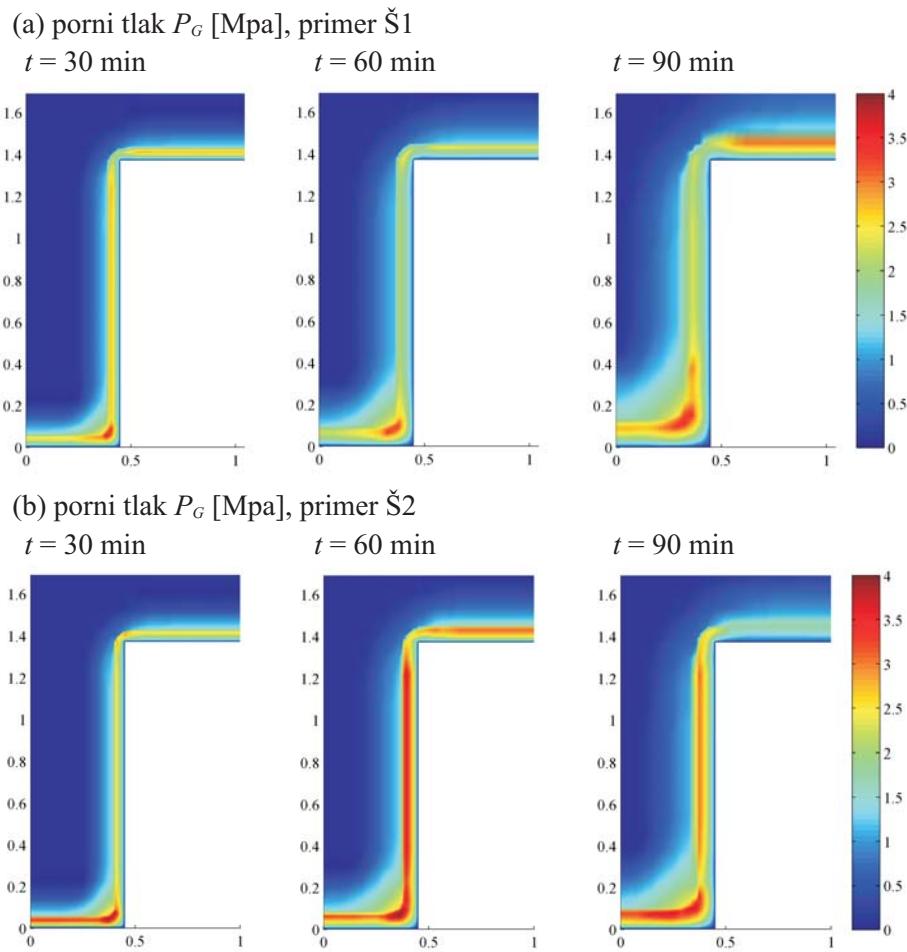


Slika 5.18: (a) Hitrost ogrevanja na mestu najbolj in najmanj izpostavljenih armaturnih palic v primeru Š1. (b) Hitrost ogrevanja na mestu najbolj in najmanj izpostavljenih armaturnih palic v primeru Š2.

Figure 5.18: (a) Heating rate at the position of most and least exposed reinforcing bar in case Š1. (b) Heating rate at the position of most and least exposed reinforcing bar in case Š2.

30 minut je ta razlika manjša, nato pa naraste. Tako je pri času 60 minut razlika na kritičnih mestih tudi do 90%, kar pomeni, da so na teh mestih porni tlaki v betonu z večjo začetno vlažnostjo skoraj dvakrat večji kot v manj vlažnem betonu. Opazimo lahko, da fronta pornih tlakov počasi potuje proti notranjosti prereza, njihova velikost pa se pri tem povečuje. Khoury (2000) ugotavlja, da lahko do eksplozivnega luščenja pride v prvih 20–30 minutah. Kot vidimo v naših rezultatih, je v bolj vlažnem betonu največja vrednost pornega tlaka pri tem času okoli 3 MPa (primer Š2). Razen tega Khoruy navaja, da do eksplozivnega luščenja betona pride tedaj, ko vrednost pornega tlaka preseže natezno trdnost betona. Obravnavani nosilec je narejen iz betona C25/30 z deklarirano natezno trdnostjo 1.8 MPa. Vendar slika 5.19 kaže, da največji porni tlaki nastopajo na zelo majhnem območju prereza, medtem ko raziskovalec Khoury (2000) razlagata, da se eksplozivno luščenje pojavi v večjih območjih visokih pornih tlakov, posebej v zaprtih prerezih, kot so na primer sovprežne plošče s profilirano trapezno pločevino. Po drugi strani pa številni raziskovalci (Hertz in Sørensen, 2005; Purkiss, 1996; Tenchev 2001) ugotavljajo, da so eksploziskemu luščenju betona izpostavljeni konstrukciji, ki so: (i) iz betonov z nadpovprečno vsebnostjo vlage (nad 3% ali celo nad 4% teže betona), (ii) iz betonov z nizko prepustnostjo in poroznostjo (betoni visokih trdnosti), (iii) na izpostavljenih delih konstrukcije, pretežno tlačno obremenjeni, (iv) iz betonov iz kremenčevega agregata in (v) ostrih in tankih geometrijskih oblik. Iz rezultatov (slika 5.19) vidimo, da je območje maksimalnega pornega tlaka na zelo majhnem območju, pas na katerem se pojavijo maksimalni porni tlaki je velikosti do 2cm, razen tega je območje maksimalnih pornih tlakov v delu nosilca, ki je natezno obremenjen. Če upoštevamo vse te ugotovitve, je možnost za nastop eksplozivnega luščenja v našem primeru praktično zanemarljiva. Zaradi lokalno povečanih pornih tlakov pa lahko pričakujemo manjše lokalne razpoke, ki povečajo prepustnost betona, s tem pa se porni tlaki zmanjšajo.

Zavedati se moramo, da prikazana ocena možnosti eksplozivnega luščenja betona upošteva zgolj izračune hitrosti segrevanja in velikosti pornih tlakov v primerjavi z izkušnjami in računskimi rezultati drugih raziskovalcev, razvidnimi iz dosegljive literature. Za bolj objektivno oceno bi bile vsekakor potrebne

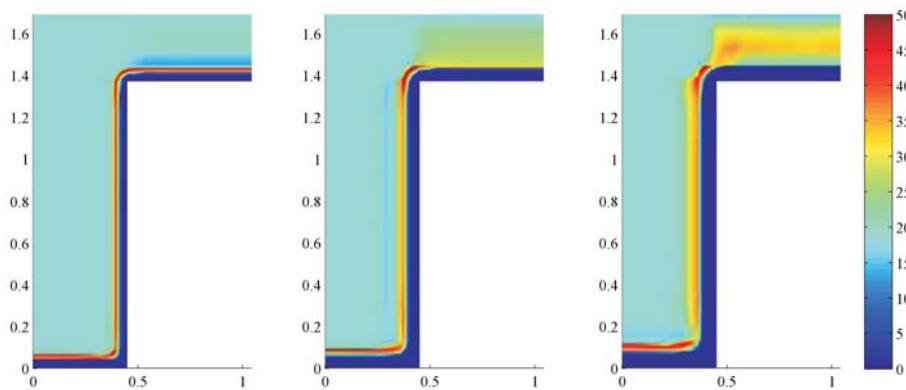


Slika 5.19: Razvoj pornih tlakov po prerezu za izbrane čase.
 Figure 5.19: Distribution of pore pressure over the cross-section for chosen times.

številne dodatne parametrične študije, predvsem pa vrsta eksperimentov, s katerimi bi pridobili zanesljive vrednosti najpomembnejših parametrov udeleženih snovi v realnih razmerah tunelskega požara.

Za boljšo predstavo o spremenjanju vlažnostnih razmer v nosilcu med požarom podajamo še razporeditev količine proste vode za primer Š1, kjer je v treh časovnih korakih (pri 30, 60, 90 min) prikazano, kako se nosilec z ogrevanjem suši in fronta proste vode potuje v notranjost prereza (slika 5.20).

(a) količina proste vode ρ_{FW} [kg/m³], primer Š1
 $t = 30$ min $t = 60$ min $t = 90$ min



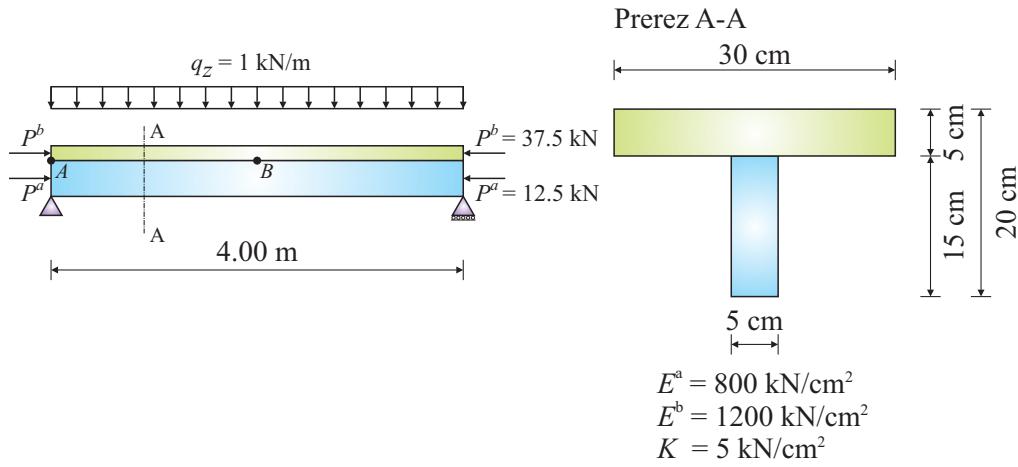
Slika 5.20: Razporeditev količine proste vode po prerezu za izbrane čase za primer Š1.

Figure 5.20: Distribution of free water content over the cross-section at chosen times for the Š1 case.

5.5 Girhammarjev nosilec

5.5.1 Konvergenčni testi

V tem računskem primeru analiziramo natančnost in konvergenco predstavljenega postopka za račun mehanskega odziva sovprežnih linijskih konstrukcij. Kot referenčni primer vzamemo prostoležeči dvo-slojni leseni nosilec, ki so ga obravnavali Girhammar s sodelavci (1993) in podali točne rešitve. Nosilec je obtežen z zvezno obtežbo in z vzdolžnimi vozliščnimi silami v težiščnih oseh spodnjega in zgornjega sloja (slika 5.21). Nosilec analiziramo z geometrijsko točno metodo (enačbe v oknu 3.2). Za konstitucijske enačbe sovprežnega nosilca uporabimo linearne zvezze. Vzdolžno kontaktno linijsko obtežbo izračunamo z izrazom $p_t(x) = K\Delta(x)$, kjer je K togost stika.



Slika 5.21: Geometrijski in materialni podatki Girhammarjevega nosilca ter podatki o obtežbi.

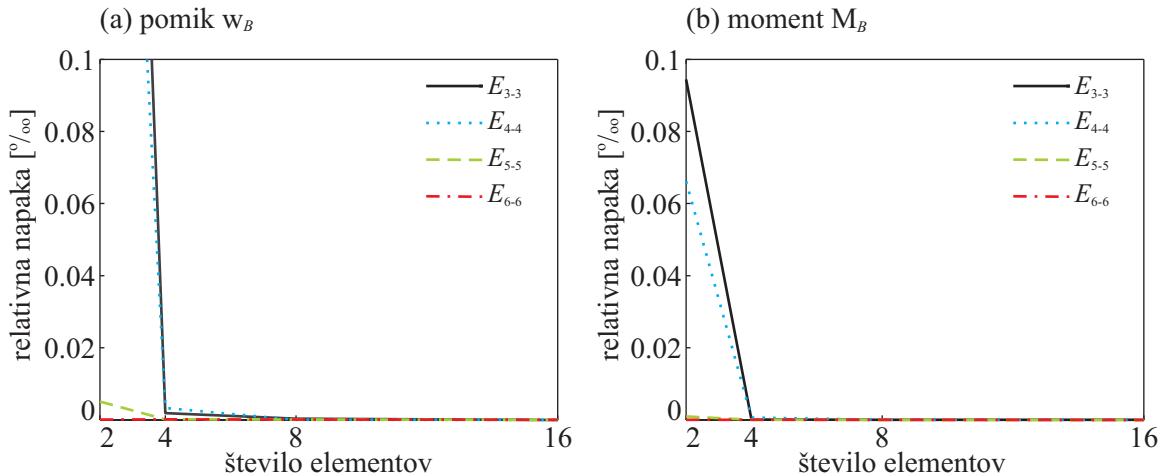
Figure 5.21: Geometrical, material and load data of Girhammar's beam.

Najprej preverimo konvergenco predstavljenih deformacijskih končnih elementov. Pri tem spreminja-
mo število interpolacijskih točk (vozlov) in število integracijskih točk ter število končnih elementov.

Upoštevamo, da je število vozlov enako številu integracijskih točk. Uporabimo Lobattov tip numerične integracije. Elemente označimo z E_i , pri čemer število interpolacijskih oziroma Lobattovih integracijskih točk i zavzame vrednosti $i = 3, 4, 5, 6$. Obravnavamo štiri razdelitve nosilca na 2, 4, 8 in 16 enakih končnih elementov. Konvergenco numeričnih rešitev ocenimo glede na relativno napako rel , kjer za primerjalne oziroma točne rezultate privzamemo rezultate, dobljene s šestnajstimi končnimi elementi E_6 . Relativno napako definiramo z izrazom:

$$rel = \left| \frac{y_{E_i^j} - y_{E_6^{16}}}{y_{E_6^{16}}} \right|. \quad (5.1)$$

Tukaj $y_{E_i^j}$ predstavlja poljubno količino, izračunano z razdelitvijo na j elementov tipa E_i , $y_{E_6^{16}}$ pa vrednost te količine pri razdelitvi na 16 elementov tipa E_6 . Na slikah 5.22a in 5.22b prikazujemo vpliv števila končnih elementov na velikost relativne napake pri navpičnem pomiku w_B in upogibnem momentu M_B na sredini nosilca. Vidimo, da se relativni napaki pri navpičnem pomiku in upogibnem momentu s povečevanjem števila končnih elementov hitro manjšata. Nasprotno so relativne napake zelo majhne, saj v nobenem primeru ne presežejo 0.1 %. Relativna napaka se ustali pri uporabi 4 elementov tipa E_5 ali več. To pomeni, da so že rezultati, izračunani s 4 elementi tipa E_5 , praktično točni.



Slika 5.22: (a) Analiza konvergencije za navpični pomik w_B . (b) Analiza konvergencije za upogibni moment M_B .

Figure 5.22: (a) Convergence analysis of vertical displacement w_B . (b) Convergence analysis of bending moment M_B .

5.5.2 Primerjava rezultatov

Rezultate dvoslojnega lesenega nosilca, ki ga izračunamo z 8 elementi tipa E_5 , primerjamo z rezultati Girhammarja s sodelavci (1993) in z rezultati, ki jih je podal Čas (2004). Girhammar s sodelavci (1993) podajajo razen rezultatov modificirane teorije drugega reda tudi rezultate za geometrijsko linearno teorijo. Zato smo tudi v naših računih razen nelinearne uporabili tudi linearizirano teorijo sovprežnega nosilca (enačbe v oknu 3.3). Primerjavo med rezultati za značilne količine podajamo v preglednici 5.6. Omenimo še, da je pomik w_B izvrednoten glede na referenčno os na stiku med spodnjim in zgornjim slojem. Momenta \mathcal{M}_B^a in \mathcal{M}_B^b ter osni sili \mathcal{N}_B^a in \mathcal{N}_B^b izvrednotimo glede na težiščni osi posameznih

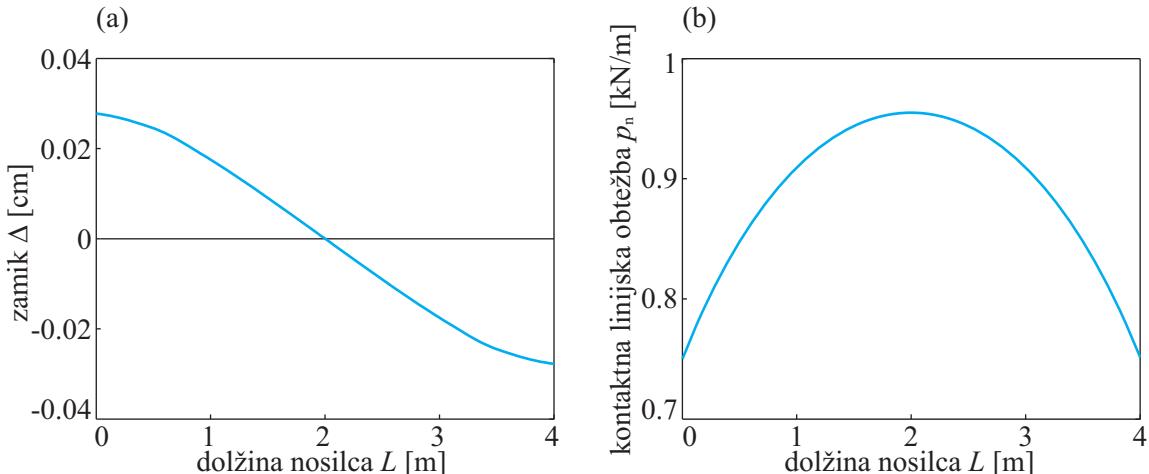
slojev sovprežnega nosilca. V preglednici 5.6 so rezultati geometrijsko linearne teorije označeni z ozako GLT, rezultati geometrijsko nelinearne teorije pa z GNT. V Girhammarjevem primeru GNT pomeni modificirano teorijo drugega reda.

Preglednica 5.6: Primerjava med točnimi in numeričnimi rezultati za značilne količine Girhammarjevega nosilca.

Table 5.6: Comparison between exact and numerical results of characteristic quantities for Girhammars beam.

količina	Girhammar <i>et al.</i> (1993)		Čas (2004)		8 KE E_5	
	GLT	GNT	GLT	GNT	GLT	GNT
w_B [mm]	7.560	9.276	7.560	9.273	7.560	9.275
N_B^a [kN]	0.863	3.897	0.863	3.924	0.863	3.920
N_B^b [kN]	-50.863	-53.897	-50.863	-53.920	-50.863	-53.920
M_B^b [kNm]	0.4977	0.6162	0.4978	0.6155	0.4978	0.6159
M_B^b [kNm]	0.1659	0.2054	0.1659	0.2052	0.1659	0.2053
$q_{t,A}^a$ [kN]	11.444	13.878	11.442	13.862	11.444	13.874

Iz preglednice vidimo, da med primerjanimi rezultati praktično ni razlik in to tako pri geometrijsko linearni kakor tudi pri geometrijsko linearni analizi. Očitne pa so velike razlike med rezultati, ki sledijo iz obeh teorij. Za navpični pomik w_B dobimo ob upoštevanju geometrijske nelinearnosti za 18.5 % večjo vrednost kot pri linearinem računu. Največja relativna napaka (78 %) nastopi pri osni sili v spodnjem sloju nosilca, kar pomeni, da z nelinearno analizo zajamemo vrvni učinek deformiranega nosilca. Za konec



Slika 5.23: (a) Potek zdrsa vzdlž nosilca. (b) Potek normalne komponente kontaktne linijske obtežbe vz dolž nosilca..

Figure 5.23: (a) Distribution of slip along the beam. (b) Distribution of normal component of contact force along the beam.

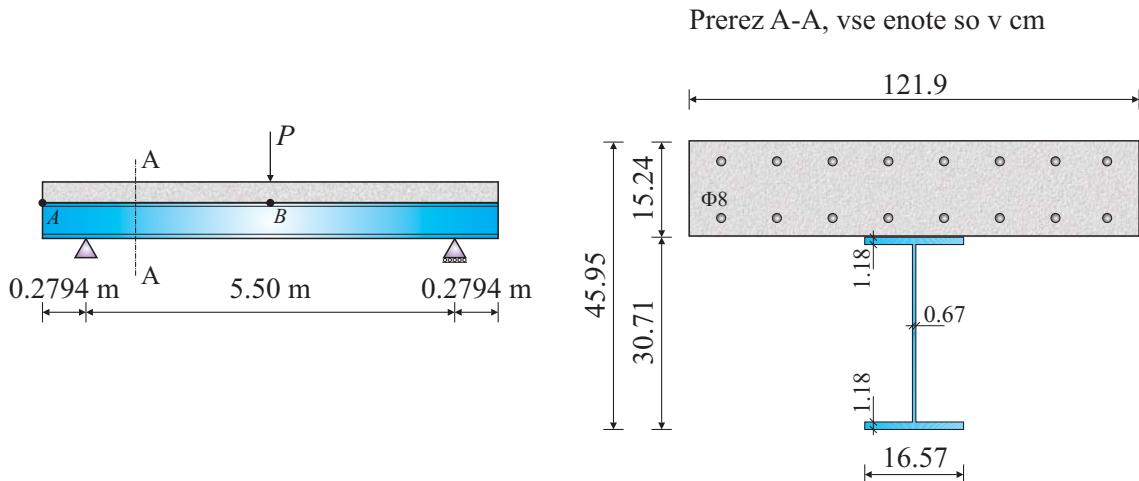
podajamo še grafični prikaz zdrsa Δ (slika 5.23a) in normalne komponente kontaktne linijske obtežbe p_n (slika 5.23b) vz dolž stika med obema slojema nosilca. Največji zdrsi nastopajo na obeh koncех

prostoležečega nosilca. Zaradi simetrije geometrije in obtežbe Girhammarjevega nosilca je potek zdrsov vzdolž nosilca antisimetričen (slika 5.23a). Normalna komponenta kontaktne linijske obtežbe je največja na sredini nosilca in za 30 % presega robno vrednost. Taka razporeditev je v skladu z deformirano obliko Girhammarjevega nosilca. Kot vemo, so zasuki prostoležečega nosilca, obteženega z linijsko obtežbo, največji na koncih, zato je tam vrednost normalne komponente kontaktne linijske obtežbe najmanjša.

Pri obravnavanem lesenem nosilcu smo vzeli, da se nosilec v materialnem pogledu obnaša linearno. Zato iz rezultatov obravnavanega primera ne moremo izpeljati splošnih sklepov o obnašanju sovprežnih konstrukcij iz jekla in betona. Dokazali pa smo, da je uporabljeni računski postopek natančen in učinkovit, saj že pri majhnem številu končnih elementov dobimo praktično točne vrednosti značilnih količin.

5.6 Sovprežni nosilec S1

Analiziramo mehanski odziv sovprežnega nosilca iz jekla in betona, za katerega so v literaturi objavljeni rezultati numerične analize Huang s sodelavci (1999) in eksperimentalni rezultati (Chapman in Balakrishnan, 1964). Eksperimenti so bili opravljeni pri sobni temperaturi za dva primera (S1-1 in S1-2), ki se med seboj razlikujeta glede na materialne lastnosti jekla in betona ter glede na število moznikov na stiku med jeklenim nosilcem in betonsko ploščo. Premer moznikov je bil v obeh primerih enak 19 mm. V obeh omenjenih primerih je bil nosilec obtežen s točkovno navpično silo v sredini razpetine. Podatki o geometriji in obtežbi nosilca so razvidni iz slike 5.24. Materialni parametri, upoštevani v obeh obrav-



Slika 5.24: Geometrijski podatki sovprežnega nosilca ter podatki o obtežbi.

Figure 5.24: Geometrical and load data of composite beam.

nnavanih primerih, in število moznikov so prikazani v preglednici 5.7. V računu upoštevamo simetrijo nosilca in obtežbe in modeliramo le polovico nosilca. Z numeričnimi testi ugotovimo, da se rezultati stabilizirajo, ko polovico sovprežnega nosilca modeliramo s štirimi končnimi elementi tipa E_5 . Pri tem smo za integracijo vzdolž elementa uporabili Gaussovo integracijsko shemo.

Da bi podobno kot pri Girhammarjevem nosilcu ugotovili vpliv geometrijske nelinearnosti, opravimo račun nosilca tako z geometrijsko linearnim kakor tudi z geometrijsko nelinearnim modelom. Materialno nelinearnost betona modeliramo skladno s standardom EN 1991-1-2 (2004). Mehanske lastnosti konstrukcijskega jekla in armature pa modeliramo z bilinearnim modelom, kjer za modul utrjevanja privzamemo vrednost 330 kN/cm^2 , to je okoli 1.5 % modula elastičnosti, ki znaša 21000 kN/cm^2 . Odnos

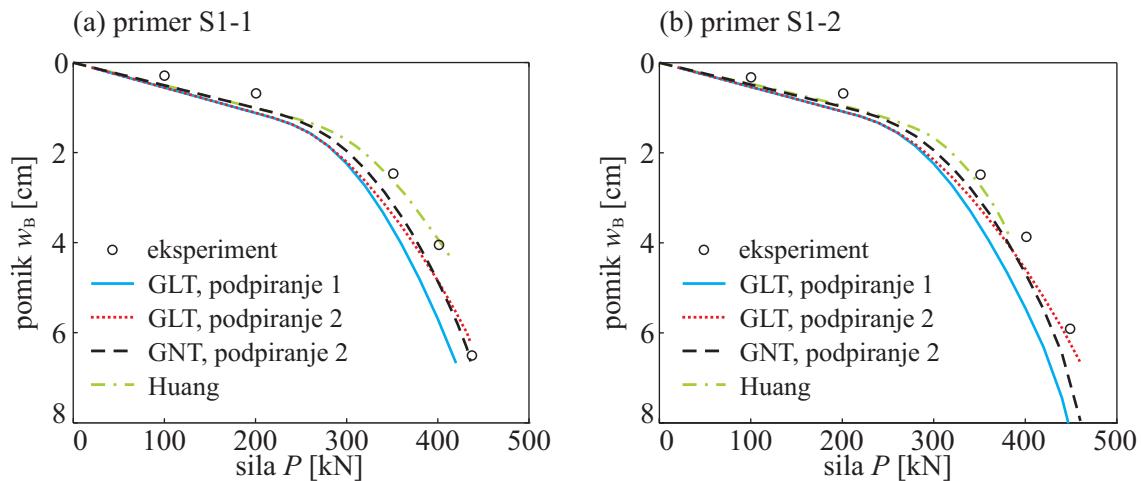
Preglednica 5.7: Materialne lastnosti in podatki moznikih.

Table 5.7: Material and stud properties.

Primer	$f_{y,s}$ [kN/cm ²]	f_c [kN/cm ²]	$f_{y,a}$ [kN/cm ²]	število moznikov	f_u [kN/cm ²]	$p_{t,max}$ [kN/cm]
S1-1	30.2	2.7	60	68	60	19.09
S1-2	29.0	4.3	60	44	60	12.35

med tangencialno silo v stiku in zdrsom privzamemo z zvezo $p_t = A p_{t,max}(1 - e^{-B\Delta})$. Pri tem sta parametra $A = 1$ in $B = 1.2789$. Največja nosilnost moznikov $p_{t,max}$ v preglednici 5.7 je določena z enačbama (3.114) in (3.115), pri čemer smo skupno nosilnost moznikov nadomestili z enakovredno enakomerno strižno odpornostjo stika po celi stični dolžini nosilca.

Na sliki 5.25 je za primera S1-1 in S1-2 prikazano spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca v odvisnosti od obtežbe P . Prikazana je primerjava naših rezultatov z rezultati, ki so jih predstavili Huang s sodelavci (1999) ter z eksperimentalnimi rezultati (Chapman in Balakrishnan, 1964). Ker pogojji podpiranja pri eksperimentu niso bili nedvoumni, smo najprej primerjali rezultate geometrijsko linearne teorije za dva tipa podpiranja, in sicer: (i) z idealno pomično desno podporo (podpiranje 1) in (ii) z idealno nepomicnima podporama na obeh koncih nosilca (podpiranje 2). Rezultati v obeh primerih (S1-1 in S1-2) kažejo boljše ujemanje naših rezultatov z eksperimentalnimi pri obojestransko nepomicno členkasto podprttem nosilcu. Če natančneje pogledamo razvoj pomika, opazimo, da se opazno odstopanje



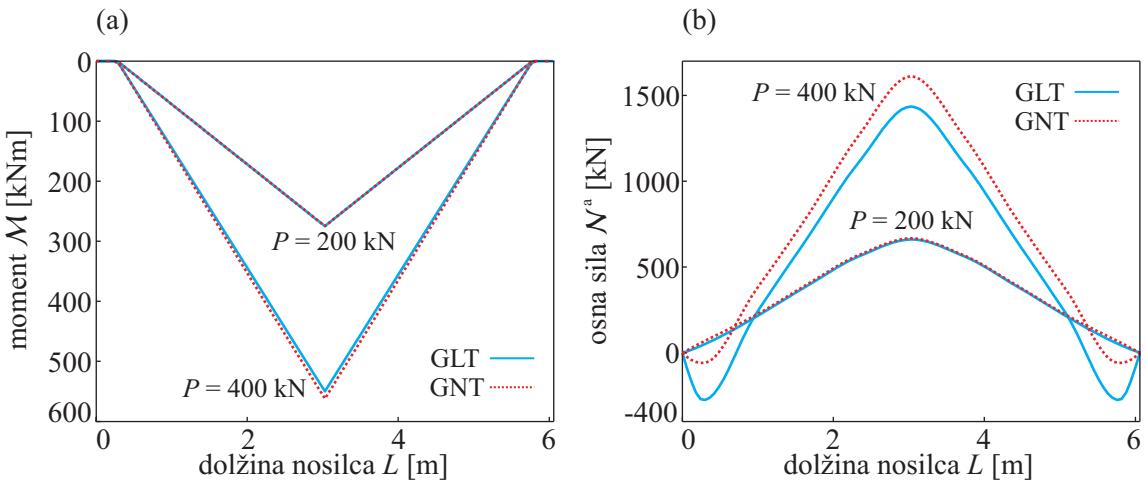
Slika 5.25: (a) Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-1. (b) Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-2.

Figure 5.25: (a) Mid-span deflection of beam S1-1. (b) Mid-span deflection of beam S1-2.

med rezultati obeh tipov podpiranja pojavi pri vrednostih sile P nad 250 kN. Sicer pa rezultati v obeh primerih (S1-1 in S1-2) kažejo boljše ujemanje naših rezultatov z eksperimentalnimi pri obojestransko nepomicno členkasto podprttem nosilcu. Zato smo pri računu z geometrijsko točno teorijo upoštevali, da je tudi desna podpora nepomicna. V primerjavi z GLT je končni pomik v primeru GNT nekoliko večji; v primeru S1-1 je razlika v končnem pomiku okoli 6 %, v primeru S1-2 pa 15 %. Globalno gledano je vpliv geometrijske nelinearnosti v tem primeru bistveno manjši kakor pri lesenem nosilcu, ki smo ga

obravnavali v prejšnjem računskem primeru. To je razumljivo, saj so relativni povesi glede na dolžino nosilca v obravnavanem primeru bistveno manjši, razen tega nosilec S1 ni obremenjen z osno silo, kot je to bilo v prejšnjem računskem primeru, s tem pa je manjši tudi vrvni učinek deformiranega nosilca.

Za primer S1-2 je na sliki 5.26a prikazan potek upogibnega momenta M , na sliki 5.26b pa potek osne sile vzdolž nosilca pri dveh vrednostih obtežbe P in to za geometrijsko linearno (GLT) in nelinearno (GNT) analizo. Geometrijska nelinearnost vpliva na potek notranjih statičnih količin. Na sliki 5.26a prikazujemo potek upogibnega momenta M , na sliki 5.26b pa potek osne sile N^a za geometrijsko linearno in nelinearno teorijo pri izbrani obtežbi. Pri nižjem nivoju obtežbe so razlike med obema teorijama neznatne. Upogibni momenti se tudi pri večji obtežbi zelo malo razlikujejo, pri osni sili N^a pa je razlika nekoliko opaznejša. Absolutne vrednosti obeh notranjih sil, določenih z nelinearno teorijo, so večje od tistih, ki jih dobimo v geometrijsko linearni analizi. To sicer pomeni, da rezultati linearne analize niso na varni strani, vendar je vpliv geometrijske nelinearnosti v primeru sovprežnih konstrukcij iz jekla in betona razmeroma majhen. Zato pri določanju nosilnosti sovprežnih konstrukcij na geometrijsko linearinem modelu ne naredimo omembe vredne napake. Bistveno večji pomen ima materialna nelinearnost, kar je



Slika 5.26: (a) Potek upogibnega momenta vzdolž nosilca. (b) Potek osne sile vzdolž nosilca.
Figure 5.26: (a) Development of beding moment along the beam. (b) Development of axial force along the beam.

še toliko bolj pomembno pri računanju sovprežnih nosilcev v požaru. Kakor kažejo tudi nadaljnje analize, je za računsko obravnavanje mehanskega obnašanja sovprežnih konstrukcij še posebej pomembna konstitucijska zveza stika. V primerjavi z rezultati raziskovalcev Huang s sodelavci (1999) lahko ugotovimo (slika 5.25), da smo z našim modelom v obeh obravnavanih primerih veliko natančneje določili mejno silo in pomike nosilca. V primeru S1-2 je ta razlika še toliko bolj opazna, saj se naš rezultat 460 kN le za 2.2 % razlikuje od eksperimentalno določene vrednosti 450 kN, medtem ko je razlika pri rezultatu Huanga okoli 390 kN, torej več kot 13 %.

5.6.1 Vpliv togosti stika na obnašanje sovprežnega nosilca S1-2

Kot vemo, ima togost stika velik vpliv na odziv sovprežnih konstrukcij že pri nizkem nivoju obtežbe. Zato v naslednjih analizah prikažemo vpliv togosti stika na obnašanje sovprežnega nosilca in to na primeru S1-2. Pri tem upoštevamo, da sta obe podpori nepomični in uporabimo geometrijsko linearen model. Različne togosti stika zajamemo s spremenjanjem največje nosilnosti moznikov $p_{t,\max}$. To praktično

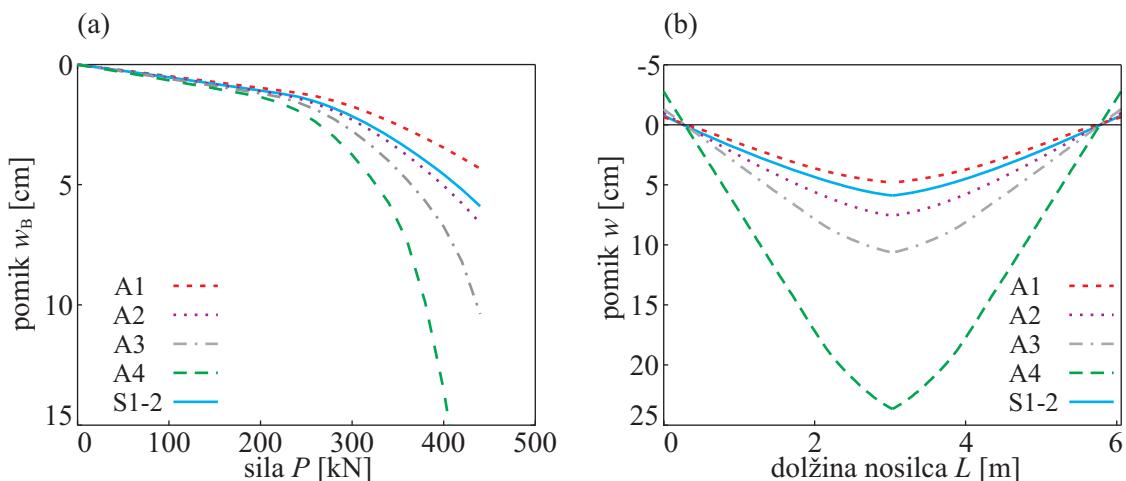
pomeni, da spremojamo število moznikov vzdolž stika med jeklenim in betonskim delom sovprežnega nosilca. Oznake primerov in podatke o največji nosilnosti moznikov podajamo v preglednici 5.8. Obrajanavamo 4 primere. V prvem primeru (A1) gre za obnašanje nosilca pri zelo togem stiku. s primeri A2–A4 pa zajamemo obnašanje sovprežnega nosilca pri manj togem stiku v primerjavi z osnovnim modelom S1-2.

Preglednica 5.8: Podatki o maksimalni nosilnosti moznikov.

Table 5.8: Data of maximum bearing capacity for shear studs.

Analiza	$p_{t,\max}$ [kN/cm]	ustrezno število moznikov
A1	57.28	204
A2	9.55	32
A3	5.62	20
A4	2.81	10

Na sliki 5.27a je prikazano spremjanje navpičnega pomika w_B na sredini razpetine sovprežnega nosilca v odvisnosti od sile P . Kakor vidimo, ima nad obtežnim nivojem okrog $P = 250$ kN togost stika

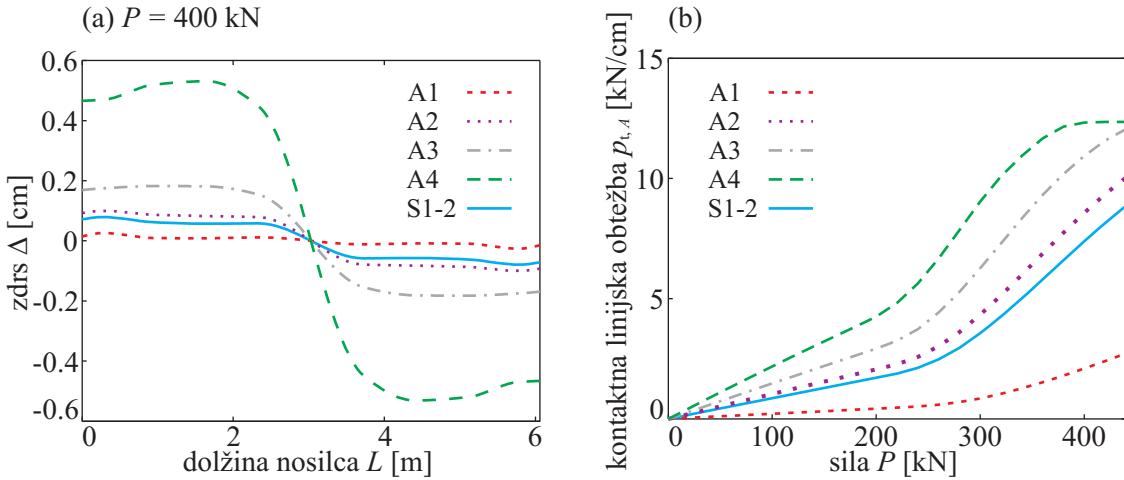


Slika 5.27: (a) Vpliv togosti stika na potek navpičnega pomika na sredini nosilca za primer S1-2. (b) Vpliv togosti stika na potek navpičnega pomika vzdolž nosilca pri sili $P = 400$ kN.

Figure 5.27: (a) Influence of the contact stiffness on mid-span deflection of S1-2 beam. (b) Influence of contact stiffness on vertical displacement along the beam at force $P = 400$ kN.

pričakovano velik vpliv na potek navpičnega pomika. z večanjem sile P in z zmanjševanjem togosti stika poves izrazito narašča. Pri obtežbi $P = 400$ kN dobimo ob upoštevanju zelo togega stika (primer A1) za 24 % manjši poves kakor z osnovnim računom S1-2. V vseh ostalih primerih (A2–A4) je poves seveda večji kakor pri osnovnem računu. Pri obtežbi $P = 400$ kN znaša povečanje v primeru A2 10 %, v primeru A3 48 % in v primeru A4 kar 191 %. Na sliki 5.27b, kjer prikazujemo potek povesov vzdolž nosilca, je omenjena razlika še lepše vidna. Splošna ugotovitev torej je, da se navpični pomiki nosilca z zmanjševanjem togosti stika povečujejo.

Vpliv togosti stika na potek zamika Δ vzdolž stika sovprežnega nosilca prikazuje slika 5.28a. Največji zamiki nastopajo pri najbolj podajnjem stiku, to je v primeru A4. Zaradi simetrije nosilca in obtežbe je potek zamikov vzdolž osi sovprežnega nosilca antisimetričen. Kot lahko opazimo, je zamik na previsnem delu sovprežnega nosilca nekoliko manjši kot v polju. Zelo majhen, vendar od nič različen zamik dobimo tudi pri najbolj togem stiku v primeru A1. Če bi torej hoteli doseči stik brez zdrsa, bi morali uporabiti večje število moznikov ali kakšno drugo, bolj togo vezno sredstvo.



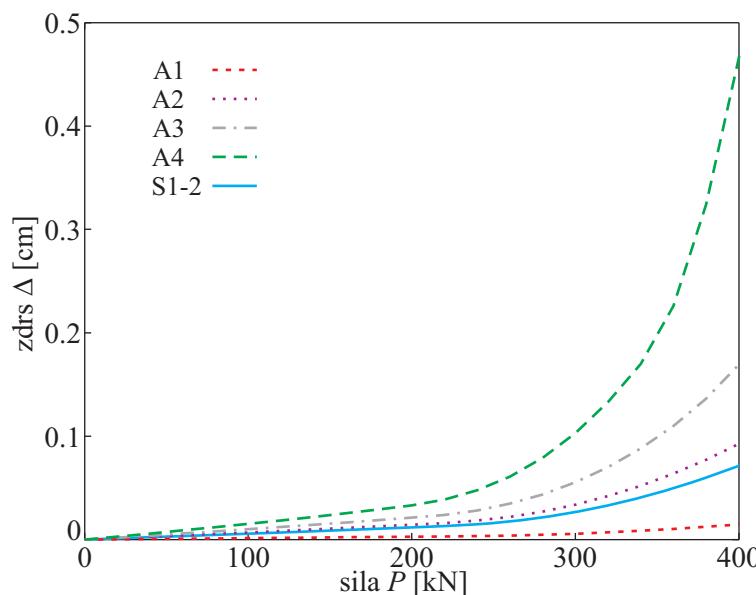
Slika 5.28: (a) Vpliv togosti stika na potek zamika vzdolž nosilca S1-2 pri sili $P = 400$ kN. (b) Vpliv togosti stika na poteke tangencialne komponente kontaktne linijske obtežbe v točki A nosilca S1-2.

Figure 5.28: (a) Influence of the contact stiffness on the slip along the beam S1-2 at force $P = 400$ kN.
(b) Influence of contact stiffness tangnetial component of contact force in point A of beam S1-2.

Da je stik v primeru A1 zelo tog v primerjavi z ostalimi primeri, je razvidno tudi iz slike 5.28b, kjer je prikazan razvoj tangencialne komponente linijske kontaktne obtežbe $p_{t,A}$ v krajišču A sovprežnega nosilca. V vseh primerih opazimo, da se začne nad obtežnim nivojem $P = 250$ kN tangencialna komponenta linijske kontaktne obtežbe izrazito povečevati. Očitno je, da sta povečanje zdrsa, ki je razvidno iz slike 5.28b, in naraščanje povesa, ki smo ga opazili na sliki 5.27a, medsebojno povezana. Odgovor na vprašanje, zakaj pride pri omenjeni obtežbi do povečanja zamikov, se skriva v uporabljenem konstitucijskem modelu, ki povezuje zdrs s strižno komponento kontaktne linijske obtežbe. Odnos med tangencialno obremenitvijo stika in zdrsom, kakor ga opisuje uporabljeni konstitucijski model, prikazuje slika 3.11b. Slika kaže, da se togost stika linearno spreminja glede na zdrs, pri vrednosti zdrsa okoli 0.04 m pa se začne nelinearno zmanjševati.

S to ugotovitvijo se ujemajo tudi rezultati obravnavanega računskega primera, kar potrjuje slika 5.29, ki tokrat prikazuje zdrs v odvisnosti od obtežbe P . Pri realnih togostih stika (A2, A3, S1-2) je ta zveza do vrednosti sile P okrog 250 in pripadajočega zdrsa okrog 0.04 m linearna, nato pa se začne zdrs nelinearno povečevati. Pri zelo podajnjem stiku A4 je zdrs $\Delta = 0.04$ m dosežen pri nekoliko manjši sili P , nelinearno povečevanje zdrsa nad to vrednostjo pa je zelo izrazito. Po drugi strani so pri nosilcu z zelo togim stikom (A1) zdrsi zelo majhni in veskozi približno linearne glede na obtežbo. Tak nosilec se torej obnaša praktično kakor homogen nosilec. Kakor vemo, je pri računanju sovprežnih konstrukcij brez upoštevanja zdrsa na stiku povečanje povesov in v končni faziji tudi porušitev praviloma posledica razvoja plastičnih deformacij v jeklenem nosilcu. To se izkaže tudi v našem primeru.

Sklenemo lahko z ugotovitvijo, da je pri sovprežnih nosilcih s podajnjim stikom vzrok za porušitev zdrsa med jeklenim in betonskim delom nosilca (Huang sodelavci, 1999); pri nosilcih z zelo togim stikom pa



Slika 5.29: Razvoj zdrsa na robu nosilca v odvisnosti od obtežbe P .

Figure 5.29: Development of end slip of the beam in dependency of load P .

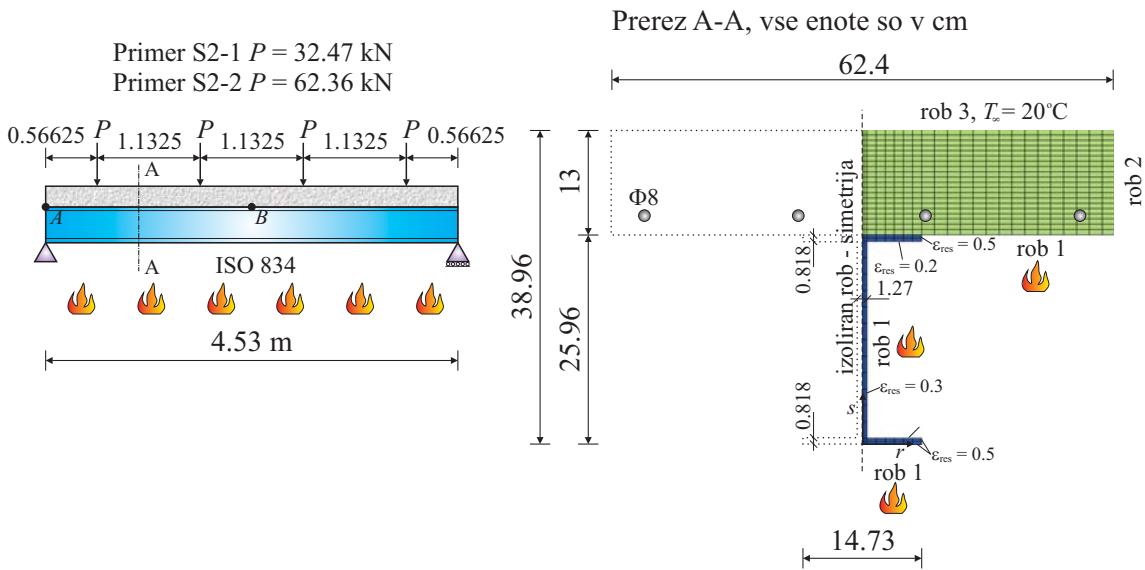
je porušitev posledica plastičnega deformiranja jeklenega dela nosilca. Ali bo prišlo do enega ali drugega načina porušitve, je odvisno od togosti stika, torej od vrste in količine veznih sredstev, ki zagotavljajo medsebojno sodelovanje jeklenega in betonskega dela nosilca. To pomeni, da je pri računski analizi mehanskega obnašanja sovprežnih konstrukcij, kjer je povezava med posameznimi sloji podajnejša, nujno upoštevati zdrs na stiku, veljavnost in točnost rezultatov pa je odvisna od tega, kako z uporabljenim konstitucijskim zakonom stika zadenemo njegovo dejansko obnašanje. Običajno je pri sovprežni nosilcih iz betona in jekla povezava med posameznima slojema solidna in je vpliv podajnosti stika na analize pri sobnih temperaturah manjši. Medtem, kot bomo videli v nadaljevanju, ima podajnost stika velik vpliv na obnašanje sovprežnih nosilcev v požaru.

5.7 Sovprežni nosilec S2

5.7.1 Toplotna in vlažnostna analiza sovprežnega nosilca S2

V tem računskem primeru obravnavamo obnašanje sovprežnega nosilca pri hkratnem vplivu mehanske obtežbe in požara. Rezultate primerjamo z eksperimentalnimi rezultati (Wainman in Kirby, 1988).

Na sliki 5.30 sta prikazana shema nosilca z mehansko obtežbo in prečni prerez z mrežo končnih elementov za izračun toplotnega in vlažnostnega polja. Betonski del prerezova je modeliran s 460, jekleni pa s 56 končnimi elementi, skupaj imamo torej 516 končnih elementov. Požarna obtežba je opisana s standardno požarno krivuljo ISO 834. Zaradi simetrije prerezova in obtežbe obravnavamo samo polovico prerezova. V računu upoštevamo pojav senčenja, ki ga omenja Purkiss (1996). Pri prerezih I oblike pride do tako imenovanega senčenja na območjih, ki niso neposredno izpostavljena požaru in jih ostali deli prerezova ščitijo pred direktnim sevanjem. Toplota pri požaru običajno seva od spodaj, pri čemer spodnja pasnica predstavlja oviro za sevanje na preostale dele I-profila (stojina in zgornja pasnica). Zato naj bi bilo segrevanje na zasenčenih območjih nekoliko počasnejše, kar ugodno vpliva na končno temperaturo



Slika 5.30: Skica obravnavanega nosilca in 2D mreža končnih elementov.

Figure 5.30: Scheme of treated beam and 2D finite element mesh.

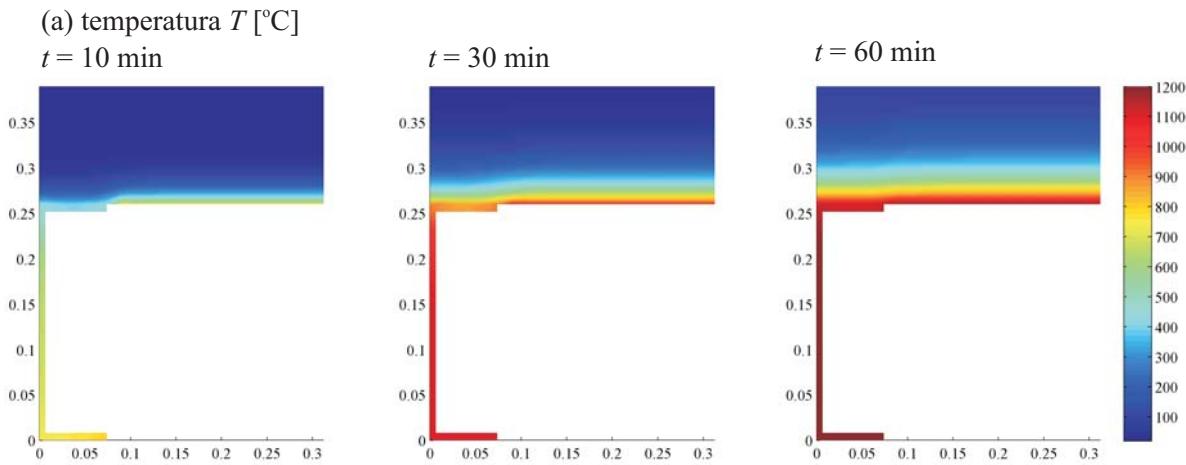
nosilca. Zasenčenje upoštevamo z zmanjšanjem toplotnega toka na zakriti površini nosilca. Vrednosti za faktorje emisivnosti privzamemo po literaturi (Purkiss, 1996) in so prikazane na računski shemi prereza 5.30. Na robu betonskega dela prereza privzamemo emisivnost $e = 0.6$, in prevodnostni koeficient $h_q = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$. Na robu 3, ki ni izpostavljen požaru, upoštevamo samo toplotni tok zaradi konvekcije s prestopnim koeficientom $h_q = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$. Na stiku med jeklenim nosilcem in betonsko ploščo upoštevamo, da je toplotni tok dovoljen, masni tok pa preprečen. Robni pogoji za osnovne količine so podani v preglednici (5.9).

Preglednica 5.9: Robni pogoji za primer sovprežnega nosilca S1 in S2.

Table 5.9: Boundary conditions for composite beam S1 and S2.

rob 1	rob 2 in simetrijska os	rob3	stik med jeklom in betonom
T $q_T = q_T (T_{ISO\ 834})$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$	$q_T = q_T (T_\infty = 20^\circ\text{C})$	$q_{T,c} = q_{T,s}$
P_G $P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$
$\tilde{\rho}_V$ $q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$

Potek temperature po prerezu za tri izbrane časovne korake (10, 30 in 60 min) je prikazan na sliki 5.31. Zaradi višje toplotne prevodnosti in manjše specifične toplote jekla je segrevanje jeklenega nosilca bistveno hitrejše kot segrevanje betonske plošče. Zaradi toplotnega toka z jeklenega dela v beton se tudi zgornji del jeklenega nosilca, predvsem zgornja pasnica in del stojine, počasneje ogreva od spodnje pasnice jeklenega nosilca. Na zaostajanje temperature v določeni meri vpliva zasenčenost zgornjega dela prereza, največji vpliv pa ima betonska plošča, ki pospešuje pretok toplote iz zgornjega dela nosilca, obenem pa predstavlja toplotno zaščito zgornjega robu I-nosilca. Razlika med temperaturo v spodnji in zgornji pasnici po 30 minutah požara znaša okrog 30 %, nato pa se začne zmanjševati in po 90 minutah



Slika 5.31: Časovni razvoj temperature po prerezu.

Figure 5.31: Distribution of temperature over the cross-section during time.

znaša le še okrog 9 %. To vidimo tudi na sliki 5.32, kjer je prikazan razvoj temperatur v izbranih točkah na spodnji pasnici (točka A), stojini (točka B), na stiku med jeklenim in betonskim delom (točka C) in v notranjosti betonske plošče (točka D). Koordinate točk so podane v preglednici 5.10.

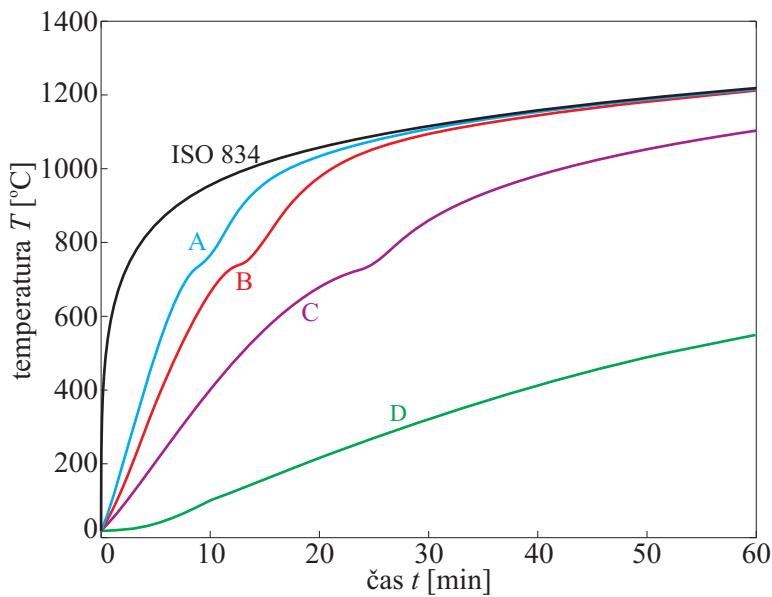
Preglednica 5.10: Koordinate točk A, B, C in D.

Table 5.10: Coordinates of points A, B ,C and D.

točka	r [cm]	s [cm]
A	4	0
B	0.63	12.98
C	4	25.96
D	4	28.56

Slika 5.32 kaže razlike v hitrostih segrevanja med spodnjim in preostalim delom jeklenega nosilca. Po 60 minutah je temperatura v točkah A in B skoraj enaka. Upravičeno lahko domnevamo, da bi se pri daljši izpostavljenosti nosilca požaru tudi temperatura v točki C na stiku med zgornjo pasnico in betonom izenačila s temperaturo v točkah A in B. Pojav senčenja in toplotna kapaciteta betonske plošče očitno ugodno vplivata na razvoj temperatur jeklenega nosilca v začetni fazi požara. Segrevanje jeklenega nosilca je s tem zakasnjen, kasneje nastopi kritična temperatura nosilca, to pa dejansko pomeni večjo požarno odpornost sovprežne konstrukcije. Betonska plošča se v primerjavi z jeklenim nosilcem segreva razmeroma počasi, saj je v točki D, ki leži le 2.5 cm od roba plošče, po 60 minutah dosežena temperatura okoli 500°C , kar je za več kot 50 % manj kot v točkah A in B, kjer je temperatura okoli 1100°C . Pri segrevanju jeklenega nosilca je pri temperaturi okoli 730°C (točke A, B in C) opazna delna zakasnitev razvoja temperature glede na požorno krivuljo. Razlog je v tem, da pri omenjeni temperaturi jeklo preide iz ferit-perlitne v avstenitno kristalno strukturo. Za ta prehod je potrebna dodatna energija, ki jo v računu zajamemo s povečanjem specifične toplice (slika 2.6). Povečanje specifične toplice pa povzroči opazen zaostanek v razvoju temperature.

Razporeditev pornih tlakov in vlage po prerezu v izbranih časovnih korakih je prikazana na sliki 5.33. Na delu, kjer se stikata jeklen nosilec in betonska plošča, je prepričen masni pretok, zato se na tem



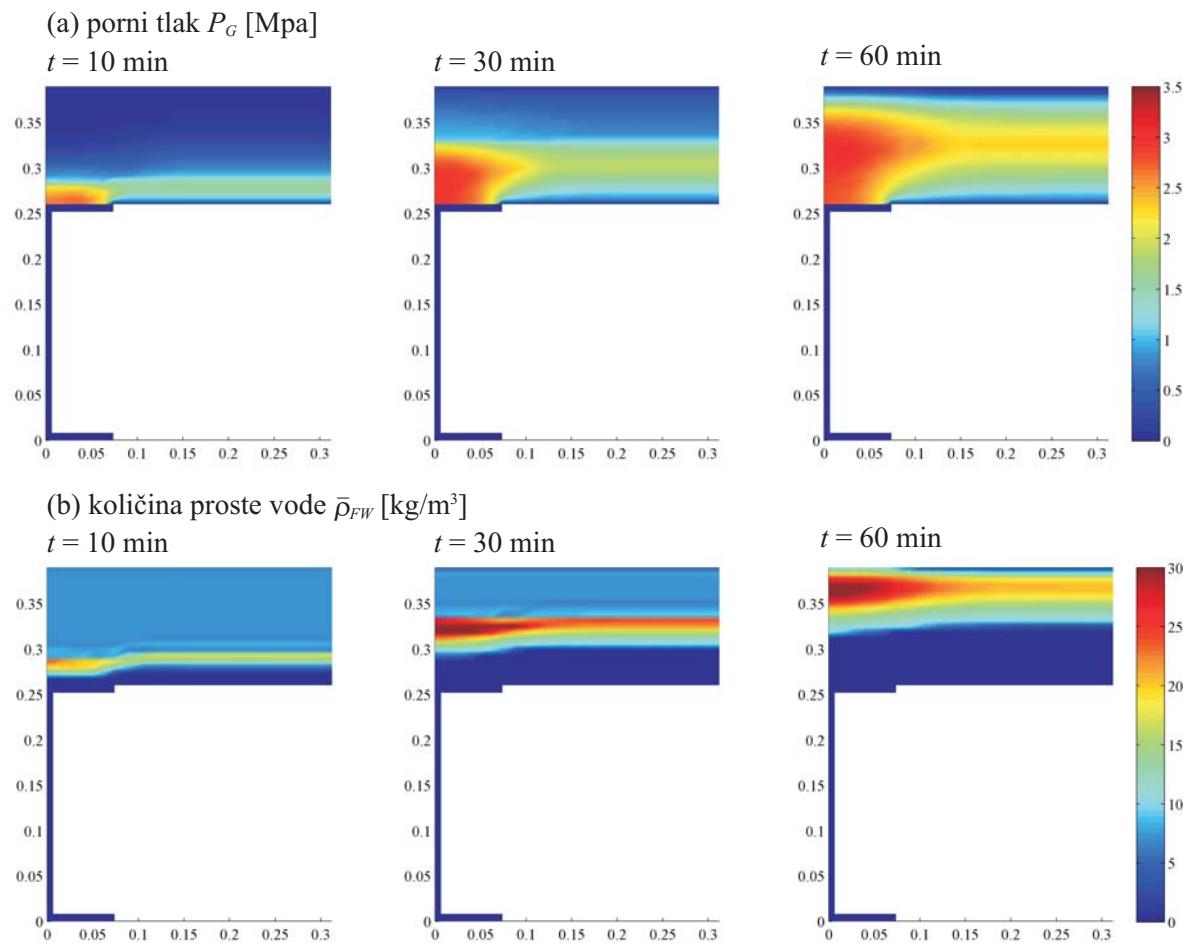
Slika 5.32: Razvoj temperature v točkah A, B, C in D v odvisnosti od časa.

Figure 5.32: Temperatures in points A, B, C and D in dependence of time.

območju pojavi povečana koncentracija proste vode, medtem ko se na prostem delu voda preko spodnjega roba (rob 2) lahko izloča v obliki vodne pare (slika 5.33b). Opazimo lahko, da fronta preostale proste vode, ki je ostala ujeta v notranjosti prereza in se ni mogla izločiti skozi spodnji rob, zaradi povečanega temperaturnega gradiента in gradiента pornih tlakov potuje proti prostemu zgornjemu robu, kjer se vodna para lahko izloča. Po 60 minutah požara je spodnja polovica betona suha, torej na tem območju ni več proste vode. Največji porni tlaki se pojavljajo na območju med suhim in še vlažnim delom betona (slika 5.33a). Fronta največjih pornih tlakov z majhnim zaostankom potuje za fronto proste vode. Opazimo tudi, da se na celotnem območju nad jeklenim nosilcem pojavi območje povečanega pornega tlaka, kar je posledica preprečenega masnega pretoka, saj se vodna para na tem mestu ne more izločati. Na slikah 5.33 prikazujemo rezultate za 10., 60. in 90. minuto požara. Glede na to, da je že pri času 60 minut temperatura jeklenega nosilca okoli 1100 °C, bi prišlo do porušitve sovprežnega nosilca že veliko prej. Zato so rezultati za 60. in 90. minuto zgolj hipotetični in prikazujejo možno stanje temperature, vlažnosti in pornih tlakov v primeru, da bi z dodatnim podpiranjem ali drugimi ukrepi preprečili, da bi prišlo do porušitve jeklenega nosilca. Rezultati za porne tlake in količino proste vode pri kasnejših časih požara (slika 5.33), so podani predvsem z namenom, da bi prikazali zmožnost programa MoistureHeat in možen scenarij dogajanja v betonski plošči.

5.7.2 Mehanska analiza sovprežnega nosilca S2

V prejšnjem razdelku smo za standardni požar ISO 834 določili časovno in prostorsko razporeditev temperatur po sovprežnem nosilcu ob upoštevanju povezanega razvoja vlažnosti in pornih tlakov v betonskem delu prereza. Izračunana razporeditev temperature predstavlja vhodni podatek za naslednjo fazo računskega postopka, v kateri moramo določiti mehanski odziv sovprežnega nosilca S2 na istočasno delovanje mehanske obtežbe in požara. Nosilec obravnavamo pri dveh nivojih zunanje obtežbe: v primeru S2-1 znaša velikost sile $P = 34.47 \text{ kN}$, v primeru S2-2 pa $P = 62.36 \text{ kN}$. Tako kot v primeru sovprežnega nosilca S1 oba primera izračunamo z geometrijsko linearnim in z geometrijsko nelinearnim



Slika 5.33: (a) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih. (b) Razporeditev proste vode po prerezu v izbranih časih.

Figure 5.33: (a) Distribution of pore pressure over the cross-section at chosen times. (b) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times.

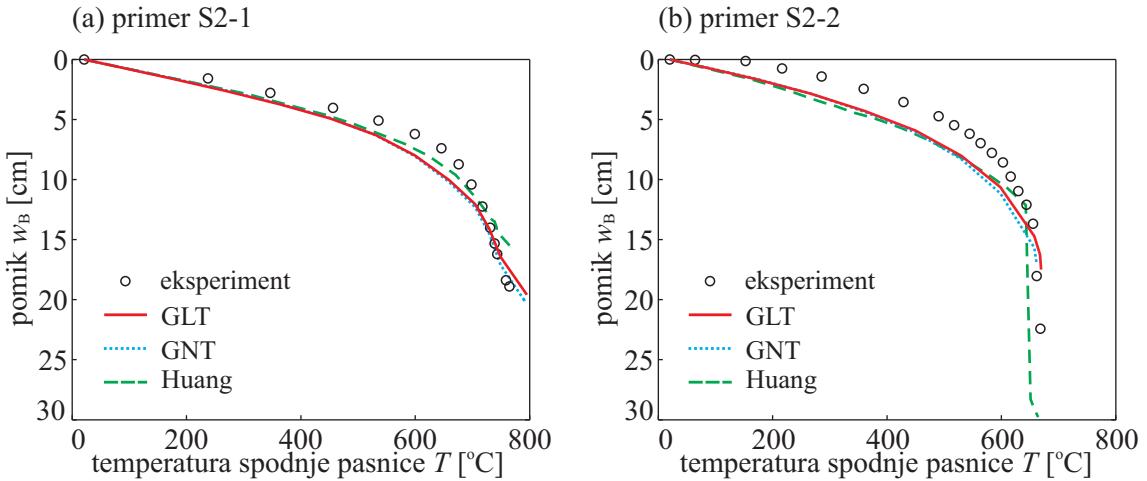
modelom. Skica nosilca in podatki o prerezu so prikazani na sliki 5.30. V obeh računih nosilec modeliramo s 4 elementi tipa E_5 . Za integracijo vzdolž prereza uporabimo Lobattovo numerično shemo.

Eksperimentalne rezultate povzamemo po članku Wainmana in Kirbyja (1988). Materialni podatki pri sobni temperaturi so naslednji: trdnost betona je $f_{c,20} = 3 \text{ kN/cm}^2$, meja tečenja za jeklen nosilec je $f_{ys,20} = 25.5 \text{ kN/cm}^2$, meja tečenja armature $f_{ya,20} = 60 \text{ kN/cm}^2$ in trdnost čepov $f_{u,20} = 35 \text{ kN/cm}^2$. Napetostno-deformacijsko zvezo za jeklo privzamemo skladno z standardom EN-1993-1-2 (2004), ki eksplicitno ne upošteva viskoznega tečenja jekla. Za beton vzamemo, da je narejen iz kremenčevega agregata, njegov konstitucijski zakon pa upoštevamo skladno z EN 1992-1-2 (2004).

Ker v eksperimentu (Wainman in Kirby, 1988) temperatura na mestu stika ni bila merjena, privzamemo, da je temperatura na mestu stika 75 % temperature v zgornji pasnici. Enako predpostavko so uporabili Huang s sodelavci (1999), s katerimi tudi primerjamo naše rezultate. Sovprežnost jeklenega nosilca in betonske plošče zagotavlja 32 čepov tipa Nelson, enakomerno razporejenih po celotni dolžini stika. Konstitucijski zakon stika privzamemo skladno z enačbama (3.113) in (3.115), kakor predlagajo Huang in sodelavci (1999). Spreminjanje temperaturno odvisnih parametrov A in B je podano v preglednici (3.2). Odnos med silo in zdrsom pri povišani temperaturi smo že prikazali na sliki 3.11b. Računska

maksimalna nosilnost moznikov pri sobni temperaturi znaša $p_{t,\max} = 7 \text{ kN/cm}$.

Na slikah 5.34a in 5.34b prikazujemo spreminjanje navpičnega pomika na sredini razpetine nosilca v odvisnosti od temperature spodnje pasnice za oba nivoja mehanske obtežbe. Prikazana je primerjava



Slika 5.34: Spreminjanje navpičnega pomika na sredini nosilca v odvisnosti od temperature. Primer S2-1, a; primer S2-2, b.

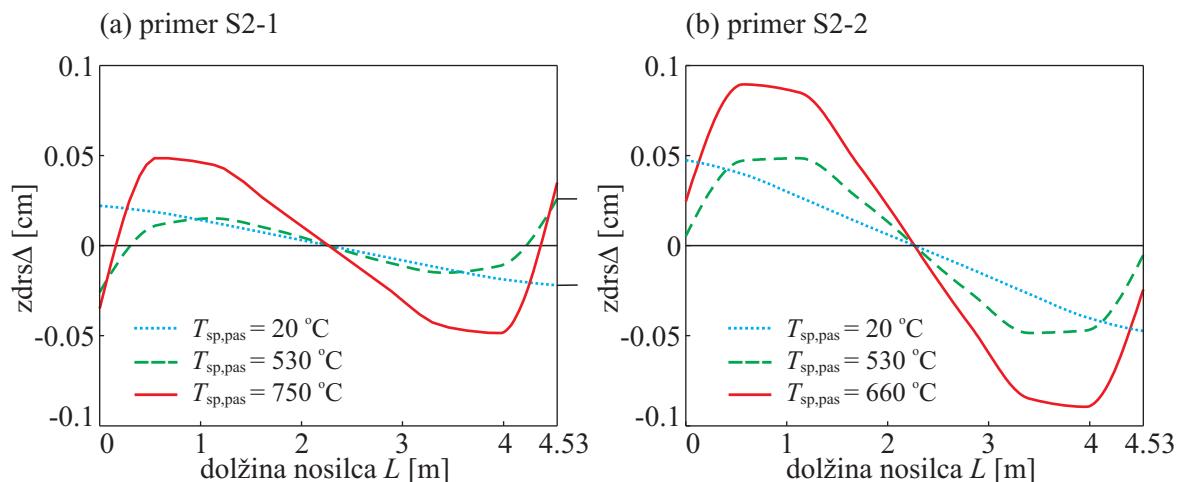
Figure 5.34: The mid-span deflection in dependence on temperature. Case S2-1, a; case S2-2, b.

z eksperimentalnimi rezultati, ki sta jih podala Wainman in Kirby (1988), ter z numeričnimi rezultati Huang s sodelavci (1999). V obeh primerih lahko ugotovimo dobro ujemanje računskih in eksperimentalnih rezultatov. Še posebej v primeru S2-2 so tako naši kot tudi Huangovi izračunani povesi v začetni fazi nekoliko večji od eksperimentalno določenih povesov. To pomeni, da je dejanski nosilec bolj tog od računskega modela. V zaključni fazi pred porušitvijo pa je ujemanje računskih in eksperimentalnih rezultatov tako v kvalitativnem kakor tudi v kvantitativnem pogledu zelo dobro.

V primeru S2-1 pride do porušitve nosilca zaradi materialne nestabilnosti. Tudi v primeru S2-2, pri višjem nivoju obtežbe, naša računska vrednost mejne temperature spodnje pasnice praktično povpada z eksperimentalno določeno vrednostjo, vendar je izračunani mejni pomik nekoliko manjši kot pri eksperimentu. Pri temperaturi 670°C začne poves na sredini nosilca strmo naraščati, kar pripelje do porušitve nosilca. V numeričnem smislu je porušitev indicirana s singularnostjo togovne matrike konstrukcije. Zanimiv razvoj povesa na sredini nosilca so dobili Huang s sodelavci (1999) (slika 3.11b). Vidimo, da v njihovem primeru poves strmo pada nekoliko prej kot v našem računu in eksperimentu, tik pred porušitvijo pa se spet ujame. Huang in sodelavci (1999) razlagajo ta rezultat kot posledico odpovedi veznih sredstev, pri čemer pride do povečanega zdrsa na stiku in s tem do izrazitega povečanja povesov.

Primerjava rezultatov, določenih z geometrijsko linearno teorijo (GLT) in z geometrijsko nelinearno teorijo (GNT) potrjuje ugotovitev, da je pri mehanskem odzivu sovprežnih konstrukcij iz jekla in betona vpliv materialne nelinearnosti neprimerno večji od vpliva geometrijske nelinearnosti. Kakor je razvidno iz slike 5.34, so povesi, določeni z GNT, pričakovano nekoliko večji od povesov, določenih z GLT, vendar je razlika minimalna, za malenkost se poveča le tik pred porušitvijo nosilca.

Na sliki 5.35 prikazujemo potek zdrsov med jeklenim nosilcem in betonsko ploščo za oba obtežna primera pri treh izbranih temperaturah spodnje pasnice $T_{sp,pas}$. Zaradi simetrije nosilca in obtežbe je potek zdrsov vzdolž stika antisimetričen. Pri višji obtežbi (primer S2-2) je zdrs pri vseh izbranih temperaturah približno dvakrat večji kakor pri nižji obtežbi. Rezultat je v skladu s približno dvakratno



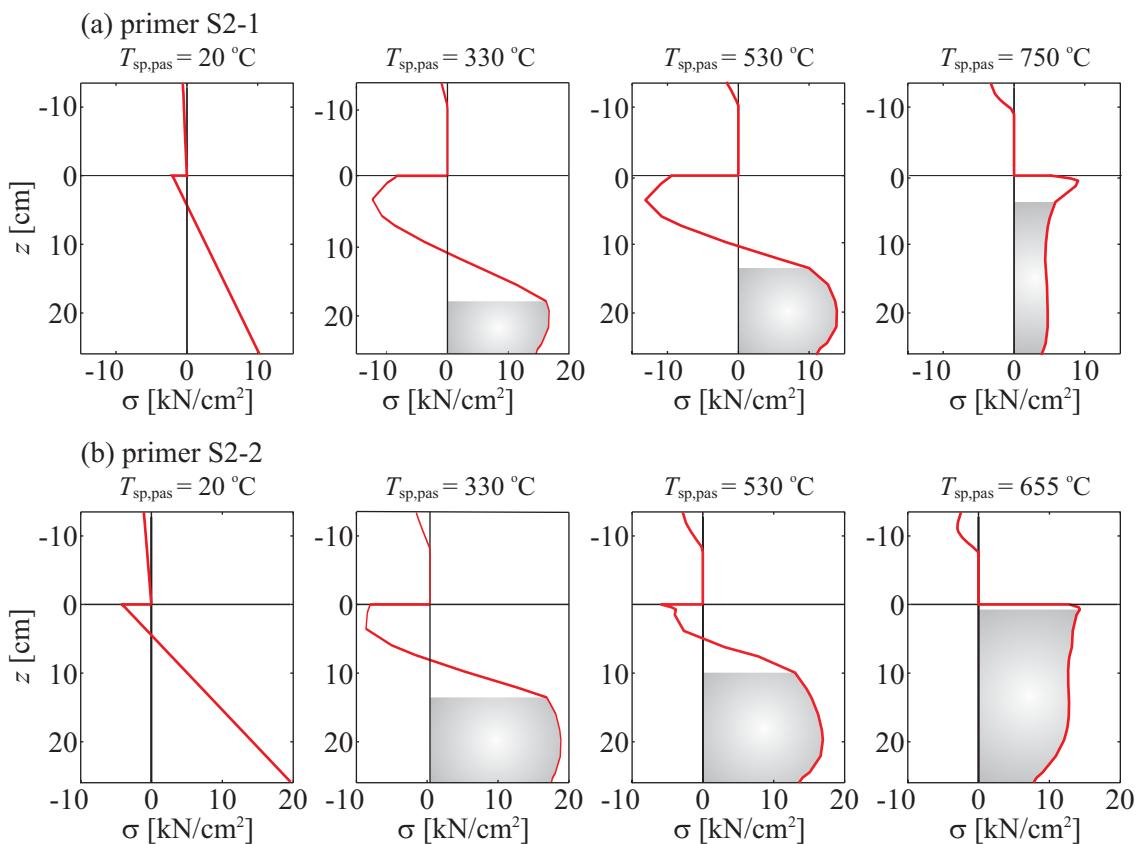
Slika 5.35: (a) Potek zdrsa vzdolž nosilca v primeru S2-1. (b) Potek zdrsa vzdolž nosilca v primeru S2-2.

Figure 5.35: (a) Development of slip along the beam in case S2-1. (b) Development of slip along the beam in case S2-2.

razliko v obtežnih nivojih. Opazimo tudi, da se s povečevanjem temperature spreminja oblika diagrama zdrsa vzdolž nosilca. Pri sobni temperaturi je največji zdrs na koncu nosilca. Z naraščanjem temperature pa se največja vrednost zdrsa pomakne nekoliko proti sredini nosilca. Tako se največji zdrs pri $T_{sp,pas} = 530 \text{ } ^\circ\text{C}$ v obeh obtežnih primerih pojavi približno 1 m od roba nosilca. Pri najvišji temperaturi pa se območje največjih zdrsov spet premakne proti zunanjemu robu, približno 0.5 m od krajišča.

Slika 5.36 prikazuje potek vzdolžne normalne napetosti po sovprežnem prečnem prerezu na sredini nosilca. Pri sobni temperaturi je celoten betonski del prereza ter zgornji del jeklenega prereza v tlaku, preostali del jeklenega prereza pa je v nategu. Največje napetosti so v primeru S2-2 zaradi višjega nivoja zunanje mehanske obtežbe seveda večje kakor v primeru S2-1. Z naraščanjem temperature se v jeklenem nosilcu pojavijo plastične deformacije, kar povzroči znatno prerazporeditev napetosti po prerezu. Z višanjem temperature se togost jekla zmanjšuje, s tem pa se na bolj ogretem delu prereza zmanjšuje tudi napetost. Zato največja napetost v jeklu ne nastopa na spodnjem robu, temveč v stojini I-profila. Kakor kaže slika 5.31, je temperatura najvišja na spodnjem robu, nato pa se vzdolž stojine opazno zmanjšuje, tako da razlika v temperaturi doseže do $150 \text{ } ^\circ\text{C}$. Pri temperaturi $T_{sp,pas} = 530 \text{ } ^\circ\text{C}$ je plastificiran že velik del jeklenega dela prereza. V primeru S2-1 je plastificirana spodnja polovica, v primeru S2-2 pa že dobri dve tretjini jeklenega nosilca. Okoli mejne temperature pa je v primeru S2-2 praktično ves jekleni prerez v plastičnem območju. Z višanjem temperature se zmanjša tudi tlačna cona v betonu. Pri sobni temperaturi je betonska plošča v celoti v tlaku. Z višanjem temperature se to območje zmanjša, povečajo pa se robne tlačne napetosti.

Izredno zanimiv pojav pri odzivu sovprežnih nosilcev ob hkratnem delovanju mehanske in požarne obtežbe prikazujeta sliki 5.35a in 5.35b. Kot vidimo na omenjenih slikah, so zamiki med slojema nosilca med požarom ob podporah manjši kot v polju. Vendar tak potek zamikov lahko zasledimo tudi pri sovprežnih nosilcih pri sobni temperaturi, kakor so s spremenjanjem napetostnega in deformacijskega stanja sovprežnega nosilca pokazali Čas in sodelavci (2004). Rezultate si lahko razlagamo z odvisnostjo zamikov od deformacijskega stanja nosilca. Na to stanje pa med požarom ob upoštevanju aditivnega razcepna deformacij razen mehanskih in temperturnih vplivajo tudi viskozne deformacije jekla in betona ter prehodne deformacije betone. Pri tem pride tako v prečnem prerezu kakor tudi vzdolž nosilca do izrazitih



Slika 5.36: (a) Potek napetosti po prerezu za prerez na sredini nosilca v primeru S2-1. (b) Potek napetosti po prerezu za prerez na sredini nosilca v primeru S2-2.

Figure 5.36: (a) Development of the stresses over the cross-section fort the cross-sesction in the middle of the beam for case S2-1. (b) Development of the stresses over the cross-section fort the cross-sesction in the middle of the beam for case S2-1.

prerazporeditev deformacij in napetosti, o katerih ne moremo soditi zgolj po analogiji s hladnim dvoslojnim nosilcem. Prerazporeditev deformacij je posebej povdarjena v polju nosilca, kar je verjeten razlog za povečanje zamikov v polju v primerjavi z zamikom ob podpori. Vsekakor pa je smiselno v nadaljnjih raziskavah z obsežnejšimi parametričnimi študijami podrobneje analizirati ta zanimiv problem.

Končno se še vrnimo k sliki 5.34, iz katere sledi, da je bila kritična temperatura v spodnji pasnici v primeru S2-1 okoli 760 °C in v primeru S2-2 okoli 670 °C. Glede na standardno požarno krivuljo ISO834 bi to pomenilo, da je kritični čas sovprežnega nosilca S2-1 enak 12 minut, kritični čas sovprežnega nosilca S2-2 pa 8.5 minut. V tem pogledu bi bila požarna odpornost obravnavanega nosilca očitno neustrezna. Kakor vemo, pa se temperature pri realnih požarih razvijajo bistveno počasneje in tudi ne dosežejo nujno tako visokih vrednosti kot pri standardnem požaru. Zato je za objektivno oceno požarne odpornosti konstrukcije treba v prvi fazi določiti požarni scenarij, ki ustreza dejanskim razmeram, in pripadajočo požarno obtežbo konstrukcije.

Prikazane rezultate in primerjave lahko povzamemo z ugotovitvijo, da smo glede na veliko število parametrov, ki nastopajo v požarni analizi, dobili zelo dobro ujemanje naših računskih rezultatov z rezultati eksperimentov. Od tod lahko sklepamo, da so predstavljeni računski modeli in numerični algoritmi za določanje mehanskega odziva sovprežnih konstrukcij v požaru ustrezni, učinkoviti in razmeroma

natančni. Videli smo tudi, da ima geometrijska nelinearnost zanemarljiv vpliv na računsko analizo sovprežnih konstrukcij v požaru, vpliv materialne nelinearnosti in materialnih lastnosti nasprotno pa igra v teh analizah bistveno vlogo.

5.7.2.1 Vpliv materialnih modelov na rezultate računske analize sovprežnega nosilca S2-1 v požaru

Večkrat smo že omenili, da ima materialna nelinearnost velik vpliv na rezultate mehanske analize sovprežnih konstrukcij v požaru. Da bi prikazali vpliv materialne nelinearnosti, obravnavamo sovprežni nosilec S2-1 ob upoštevanju več različnih materialnih modelov jekla in betona pri povišani temperaturi. V računski analizi upoštevamo bodisi napetostno-deformacijsko zvezo za jeklo pri povišani temperaturi skladno z EN-1993-1-2 (2005) ali pa bilinearni materialni model jekla pri povišani temperaturi, kakor ga je predstavil Srpič (1991). Pri Srpičevem modelu je spremenjanje mehanskih lastnosti jekla v odvisnosti od temperature upoštevano s francoškim predpisom (Construction métallique, 1976). Razen tega je pri bilinearnem modelu upoštevamo tudi viskozno tečenje za več vrst konstrukcijskega jekla, za katere je parametre tečenja podal Williams-Leir (1983). Lastnosti betona pri povišani temperaturi upoštevamo skladno s standardom 1992-1-2 (2005). V nekaterih primerih upoštevamo tudi vpliv viskoznega tečenja betona, in sicer s Harmathyjevim modelom (Srpič, 1991).

Oznake primerov in ključni spremenljivi parametri so podani v preglednici 5.11.

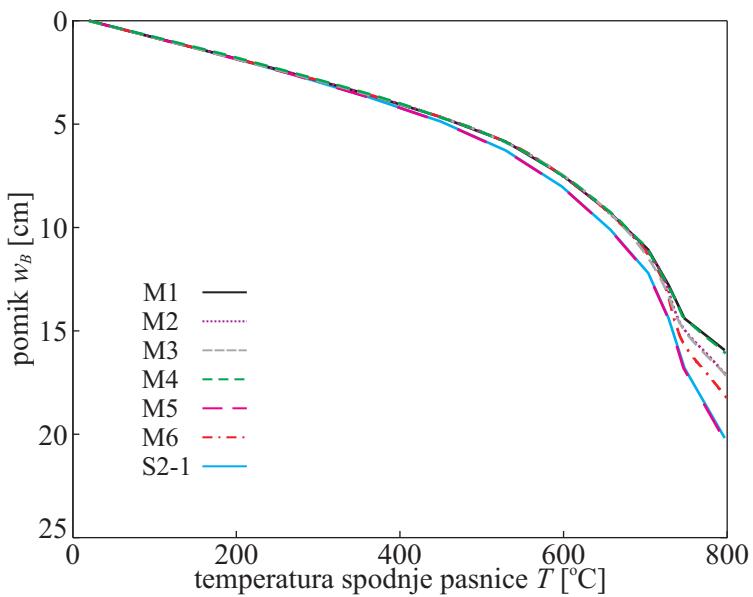
Preglednica 5.11: Oznake analiz in podatki o konstitucijskih modelih za jeklo in beton pri povišani temperaturi.

Table 5.11: Examps label and constitutional models data for steel and concrete at elevated temperatures.

Primer	materialni model jekla	materialni model betona	viskozno tečenje jekla	viskozno tečenje betona
M1	francoški predpis	EN 1992-1-2	NE	NE
M2	francoški predpis	EN 1992-1-2	Austen 50	NE
M3	francoški predpis	EN 1992-1-2	Austen 50	DA
M4	francoški predpis	EN 1992-1-2	NE	DA
M5	EN 1993-1-2	EN 1992-1-2	NE	DA
M6	francoški predpis	EN 1992-1-2	X-60	NE
S2-1	EN 1993-1-2	EN 1992-1-2	NE	NE

Vpliv materialnih modelov prikazujemo s primerjavo spremenjanja navpičnega pomika w_B na sredini nosilca v odvisnosti od temperature spodnje pasnice (slika 5.37). Do temperturnega nivoja okrog 400°C so odstopanja med posameznimi modeli zelo majhna. Zmanjševanje elastičnega modula in meje tečenja jekla pri zviševanju temperature je v skladu s francoškimi predpisi (Construction métallique, 1976) nekoliko počasnejše kot pri standardu EN 1993-1-2 (2005), zato se vsi bilinearni modeli obnašajo nekoliko bolj togo.

Pri temperaturah nad 400°C je pri modelih, ki upoštevajo vpliv viskoznega tečenja, opazno hitrejše povečevanje povesov kot pri tistih, ki viskoznega tečenja ne upoštevajo. Očitno je, da je pomemben zgolj viskozni prispevek jekla, saj med primeroma M2 in M3 praktično ni razlike. To ugotovitev potrjujeta tudi



Slika 5.37: Potek vertikalnega pomika na sredini nosilca za primer S2-1.
 Figure 5.37: Development of mid-span deflection of beam S2-1.

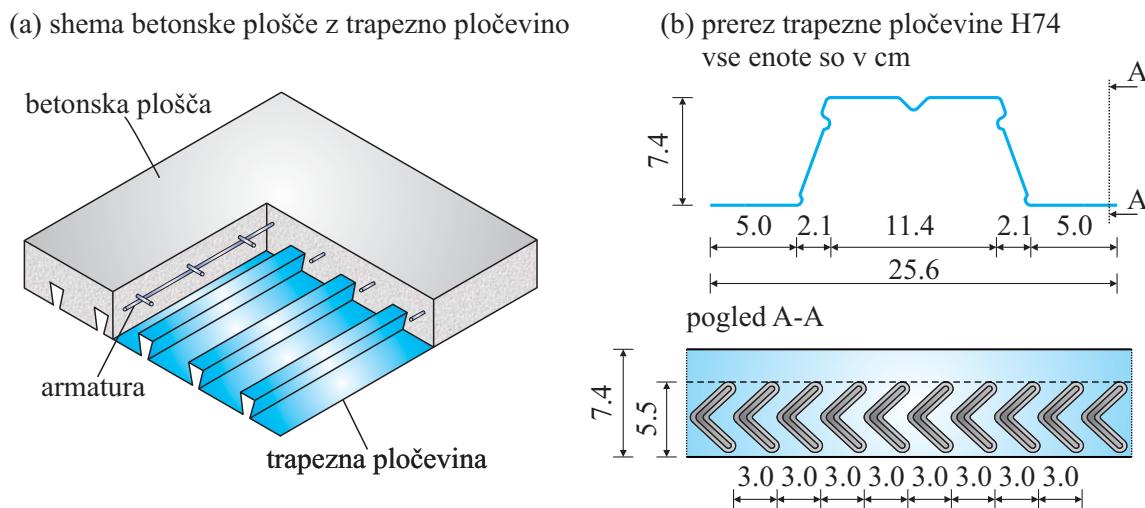
primera M4 in M5, kjer je upoštevano le viskozno tečenje betona. V primeru M6 je uporabljeno jeklo X-60, za katero je značilno intenzivnejše viskozno tečenje kot pri jeklu Austen 50. To se odraža v primerjavi med primeroma M2 in M6, saj je poves v primeru M6 opazno večji kot v primeru M2. V obravnavanem primeru je bil porušni čas 12 minut. V primeru, da bi bil nosilec dalj časa izpostavljen temperaturam nad 400°C , pri katerih nastopijo izrazite viskozne deformacije jekla, bi bil vpliv viskoznosti na poves še bistveno večji.

V tem delu smo v skladu z določili standarda EN 1993-2-1 (2005) vzeli, da so viskozne deformacije že zajete v nelinearnem delu temperaturno odvisnega napetostno-deformacijskega zakona za jeklo. To pomeni, da časovno odvisnih deformacij v prikazanih računskih analizah nismo eksplisitno upoštevali. Glede na zgoraj navedeno se moramo torej zavedati, da so rezultati naših analiz veljavni le v okviru predpostavk o hitrostih segrevanja konstrukcij, kakršne navaja standard EN 1993-2-1 (2005). Pri realnih požarih, za katere bi lahko pričakovali daljše časovne intervale pri temperaturah nad 400°C , bi vsekakor morali v računu eksplisitno upoštevati tudi prispevek časovno odvisnih deformacij.

5.8 Sovprežna plošča H74

Analiziramo topotno-vlažnostni in mehanski odziv požaru izpostavljenih sovprežnih betonskih plošč s trapezno profilirano jekleno pločevino. Tovrstne konstrukcije so zelo razširjen konstrukcijski element v visokogradnjah. Njihova uporaba je v slovenskem gradbenem prostoru zaenkrat veliko manj razširjena kakor sicer v razvitem svetu. Za primer navedimo, da je v Veliki Britaniji večina stropov v visokogradnji zgrajena z uporabo sovprežnih plošč s profilirano jekleno pločevino. Razlog za njihovo razširjenost je v njihovi zasnovi (slika 5.38a). V fazi gradnje jeklena trapezna pločevina služi kot opaž, po strditvi betona pa skupaj delujeta kot sovprežna plošča, kjer ima jeklena pločevina funkcijo zunanje natezne armature. Sovprežnost med jekleno pločevino in betonom lahko dosežemo na več načinov, bodisi s klasičnimi sovprežnimi sredstvi (čepi) ali z različnimi utori na jekleni pločevini (Hi-bond stropovi).

Zaradi boljšega raznosa obtežb in preprečevanja razpok v betonu so sovprežne plošče običajno dodatno armirane, navadno kar z mrežno armaturo. Uporaba močnejše rebraste armature za povečanje upogibne nosilnosti pri takih ploščah ni pogosta. Če upoštevamo možno izpostavljenost tovrstnih konstrukcijskih elementov požaru, pa je dodatno armiranje z rebrastimi palicami praktično nujno. To je posledica dejstva, da je jeklena pločevina neposredno izpostavljena požaru in zaradi nizke specifične toplotne jekla z le neznatno zakasnitvijo sledi temperaturi požarnega prostora. Kakor vemo, se nosilnost jekla z višanjem temperature hitro zmanjšuje, razen tega pa se pri temperaturah nad 400°C pojavi izrazito viskozno tečenje jekla. Sprva je razvoj viskoznih deformacij počasen, z višanjem temperature pa se



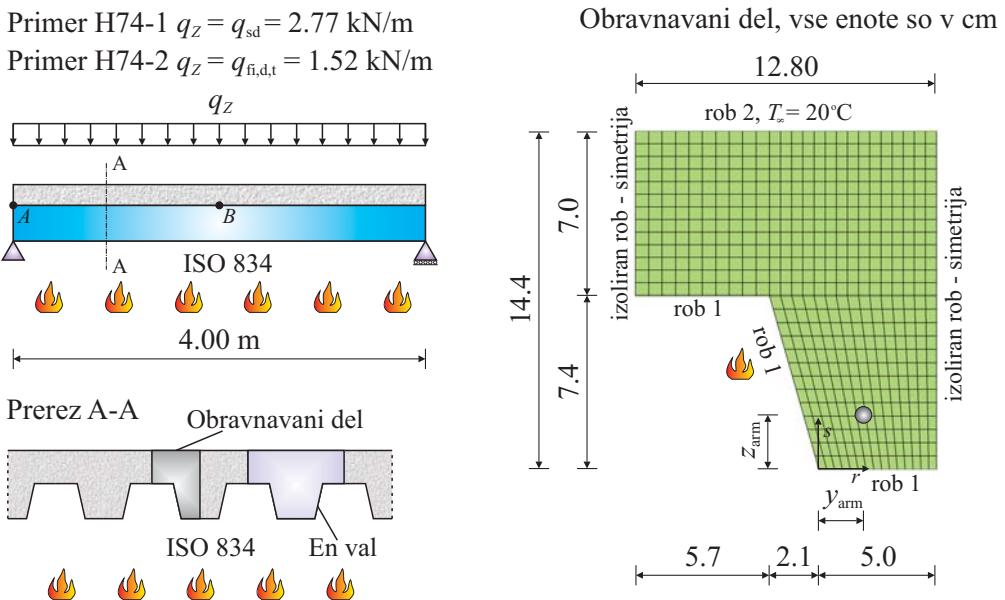
Slika 5.38: (a) Shema betonske plošče z trapezno pločevino, (b) prerez svoprežne plošče H74.
Figure 5.38: (a) Scheme of concrete plate with trapezoidal steel sheet, (b) cross-section of composite concrete plate H74.

hitrost naraščanja viskoznih deformacij eksponentno poveča. Sovprežni učinek jeklene pločevine se s tem praktično izgubi, zato od te faze naprej predstavljajo dodatne armaturne palice v rebrih betonske plošče edino ojačitev betonskega prerezja. Pri trapezno profiliranih jeklenih ploščah gre običajno za eno do dve palici v vsakem valu plošče. Palice morajo biti dovolj oddaljene od izpostavljene površine, da se zmanjša hitrost naraščanja njihove temperature pri segrevanju požarnega prostora.

Podjetje Trimo d.d. že proizvaja Hi-Bond profilirano trapezno pločevino. Trenutno se Hi-Bond profilirana pločevina uporablja le kot opaž za betonsko ploščo. Z željo, da bi razširili in optimirali uporabo tovrstnih konstrukcij, so se v podjetju skupaj s UL, FGG (Beg s sodelavci, 2005) lotili razvojne naloge z ciljem, razviti novo profilirano trapezno pločevino, ki bi imela razen opažne tudi nosilno funkcijo. Ena izmed takih pločevin je jeklena trapezna pločevina z oznako H74. Zato smo tako poimenovali tudi naš računski primer. Na sliki 5.38b je prikazan prerez trapezne pločevine H74 z geometrijo utorov (zobov) na straneh trapezne pločevine. Utori so namenjeni za zagotovitev sovprežnosti med jekleno pločevino in betonsko ploščo. Pločevina je zasnovana tako, da je nosilna v vzdolžni smeri. To nam dovoljuje, da sovprežno ploščo modeliramo z linijskim modelom sovprežnega nosilca. Najprej prikažemo topotni in vlažnostni odziv sovprežne betonske plošče z jekleno profilirano pločevino H74 v požaru ISO 834. V nadaljevanju pa analiziramo mehanski odziv sovprežne plošče H74 pri sobni temperaturi in pri požaru ISO 834.

5.8.1 Toplotna in vlažnostna analiza sovprežne plošče H74

Obravnavana sovprežna plošča H74 je izpostavljena standardnemu požaru ISO 834. Na sliki 5.39 sta prikazana shema obremenjenega nosilca ter prečni prerez z mrežo končnih elementov za izračun toplotnega in vlažnostnega polja. Zaradi simetrije sovprežne plošče v analizi celotni prerez sovprežne plošče nadomestimo z obravnavanim delom, ki predstavlja polovico enega vala (slika 5.39). Obravnavani prečni prerez modeliramo s 520 končnimi elementi. Prečni prerez je glede na osnovno geometrijo, ki je veliko bolj razgibana, zaradi lažjega modeliranja nekoliko poenostavljen. Analiziramo dva primera. V prvem



Slika 5.39: Skica obravnavane sovprežne plošči H74 in 2D mreža končnih elementov.

Figure 5.39: Scheme of treated composite plate H74 and 2D finite element mesh.

primeru (A1) upoštevamo jekleno ploščo, ki predstavlja zaporo za masni tok in je zato masni pretok na robu 1 enak 0. V drugem primeru (A2) jeklene pločevine na spodnjem robu v računu ne upoštevamo, zato je masni tok na robu 1 dovoljen. Prav tako je masni pretok v obeh primerih omogočen na zgornjem robu (rob 2). Plošča je ogrevana le s spodnje strani (rob1) s standardnim požarom ISO 834. Na zgornjem robu (rob 2) pa je temperatura okolice v obeh primerih konstantna in znaša $T_{\text{rob } 4,\infty} = 20^\circ\text{C}$.

Robni pogoji za oba primera so podani v preglednici 5.12. Preostali vhodni podatki so naslednji: gostota betona $\rho_c = 2400 \text{ kg/m}^3$, gostota cementa $\rho_{\text{cem}} = 300 \text{ kg/m}^3$, začetna temperatura $T_0 = 20^\circ\text{C}$, začetni porni tlak $P_{G,0} = 0.1 \text{ MPa}$, začetna gostota vodne pare $\tilde{\rho}_{V,0} = 0.0111 \text{ kg/m}^3$, gostota vodne pare na robu $\tilde{\rho}_{V,\infty} = 0.0089 \text{ kg/m}^3$, začetna poroznost betona $p_{or}^0 = 0.15$, prepustnost betona $K = 1 \cdot 10^{-16}$ in začetna količina proste vode $\bar{\rho}_{FW}^0 = 10 \text{ kg/m}^3$. Prevodnostni koeficient in emisivnost na robu 1 sta $h_q = 25 \text{ W/m}^2\text{K}$ in $e = 0.6$. Na robu 2, ki ni izpostavljen požaru, pa upoštevamo samo prevodnost, $h_q = 9 \text{ W/m}^2\text{K}$. Velikost časovnega koraka znaša 0.5 sekunde.

Na sliki 5.40 je prikazana razporeditev temperature po prerezu v izbranih časih $t = 15 \text{ min}$, $t = 30 \text{ min}$, $t = 60 \text{ min}$. Vidimo, da je ogrevanje sovprežne plošče dokaj počasno, čeprav upoštevamo standardni požar ISO 834, pri katerem v začetni fazi temperatura zelo hitro narašča. Po eni uri požara je območje 2 cm od ogrevanega roba ogreto nad 600°C . Izolinija, ki določa temperaturo 500°C , pa je okoli 2.5 cm od ogretega roba. Ta izolinija je zanimiva s stališča nosilnosti betonskega prereza v požaru. Skladno z

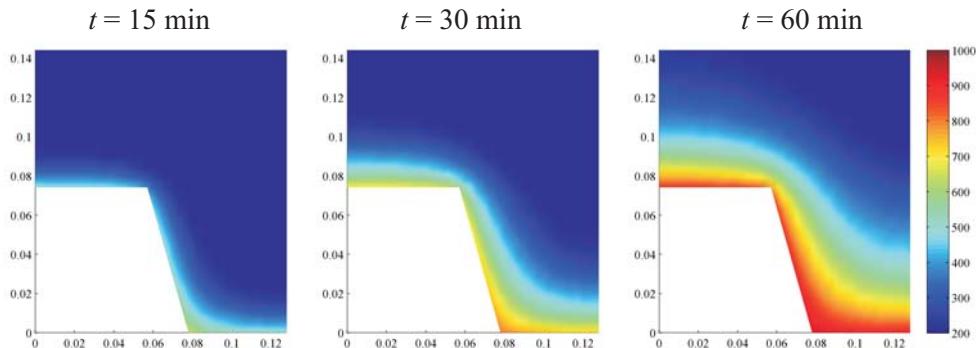
Preglednica 5.12: Robni pogoji za primer sovprežne plošče H74.

Table 5.12: Boundary conditions for composite plate H74.

	rob 1	rob 2	simetrijska os
primer 1	$T \quad q_T = q_T (T_{ISO\ 834})$	$q_T = q_T (T_\infty = 20^\circ C)$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$
	$P_G \quad \frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$
	$\tilde{\rho}_V \quad \frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$
primer 2	$T \quad q_T = q_T (T_{ISO\ 834})$	$q_T = q_T (T_\infty = 20^\circ C)$	$\frac{\partial T}{\partial n} = 0$
	$P_G \quad P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$P_G = 0.1 \text{ MPa}$	$\frac{\partial P_G}{\partial n} = 0$
	$\tilde{\rho}_V \quad q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$q_V = q_V (\tilde{\rho}_{V,\infty})$	$\frac{\partial \tilde{\rho}_V}{\partial n} = 0$

EN 1992-1-2 (2005) lahko namreč nosilnost betonskega prereza, izpostavljenega požaru, določimo tako, da dela betona, kjer je temperatura večja od $500^\circ C$, ne upoštevamo. Nosilnost torej ocenimo glede na preostali, hladnejši betonski prerez.

(a) temperatura $T [^\circ C]$, analiza 1



Slika 5.40: Razporeditev temperature po prerezu v izbranih časih.

Figure 5.40: Distribution of temperature over the cross-section at chosen times.

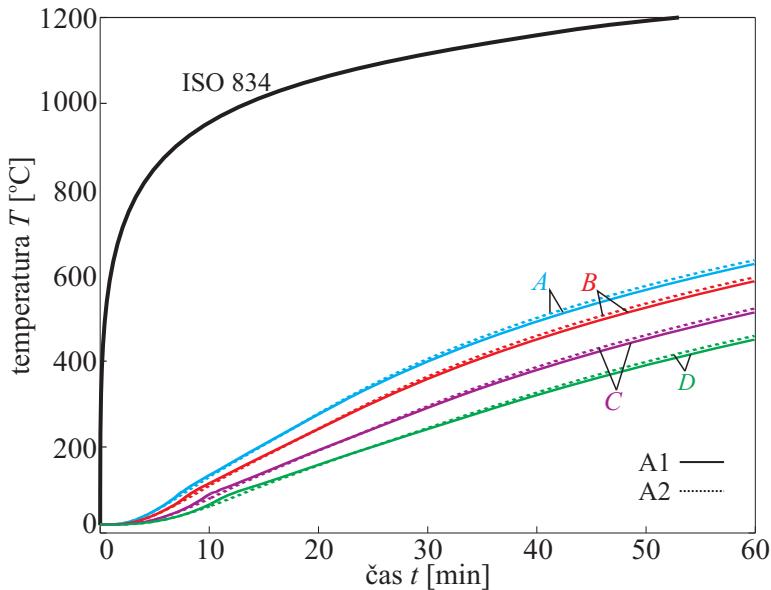
V primeru prostoležeče sovprežne plošče je tlačna cona v zgornjem delu prereza. Iz rezultatov (slika 5.40) vidimo, da je zgornji del betona tudi po 60 minutah požara praktično še hladen. To pomeni, da lahko pri oceni požarne nosilnosti take sovprežne plošče upoštevamo polno nosilnost betona v tlačni coni tudi po času 60 minut požara ISO 834. To priporoča tudi Wang (2002). V rebru, kjer je običajno nameščena dodatna ojačilna armatura, s katero zagotavljamo ustrezno požarno varnost sovprežne betonske plošče, pa je temperatura bistveno višja. Za določitev požarne odpornosti sovprežnega sestava je odločilna temperatura v ojačilni armaturi, za katero vzamemo, da je enaka temperaturi v betonu na mestu armaturne palice.

Na sliki 5.41 prikazujemo časovni razvoj temperature za različne pozicije armaturne palice. Rezultati so prikazani za vodoravni odmak armature $y_{arm} = 2.5 \text{ cm}$. Oznake primerov in vertikalne koordinate pozicije armature z_{arm} so podane v preglednici 5.13. Slika 5.41 prikazuje tudi primerjavo med primeroma A1 in A2. Iz rezultatov (slika 5.41) vidimo, da se hitrost naraščanja temperature z večanjem navpične razdalje z_{arm} zmanjšuje; to je tudi pričakovano, saj ima armatura, ki se nahaja globje v notranjosti prereza, večji zaščitni sloj betona. Iz primerjav med rezultati primerov A1 in A2 ugotovimo, da se ar-

Preglednica 5.13: Koordinate točk A, B, C in D.

Table 5.13: Coordinates of points A, B, C and D.

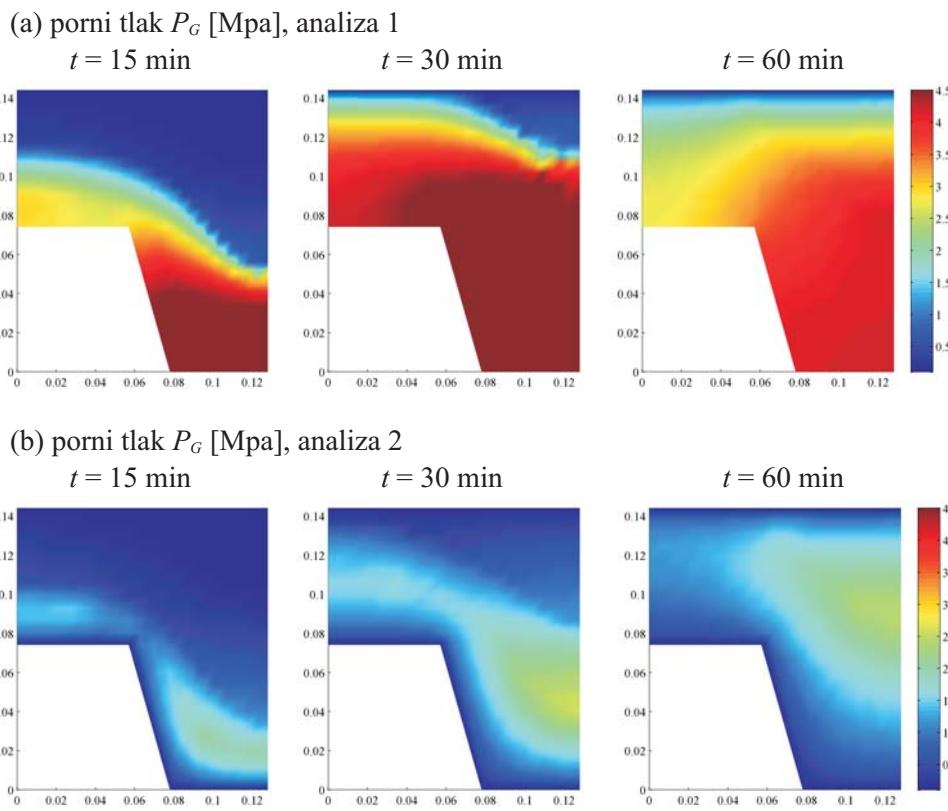
točka	y_{arm} [cm]	z_{arm} [cm]
A	2.5	2.5
B	2.5	3
C	2.5	4
D	2.5	5



Slika 5.41: Razvoj temperature s časom v točkah A, B, C in D.

Figure 5.41: Distribution of temperature with time in points A, B, C and D.

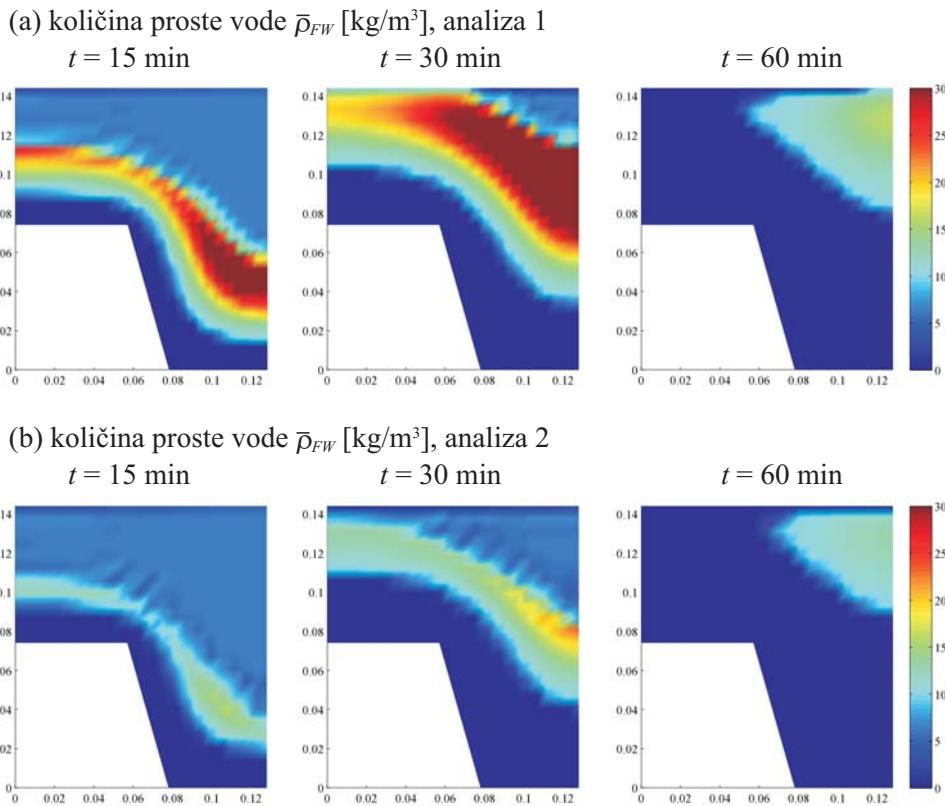
maturne palice v primeru A2 nekoliko hitreje segrevajo, vendar razlika med primeroma A1 in A2 ni velika. Odstopanje lahko razložimo ob upoštevanju ugotovitev iz prejšnjih analiz; v primeru A1 je vsebnost vode v betonu nekoliko večja kot v primeru A2, pri katerem je ogrevani rob prost in vodna para lahko izpareva tudi na tem robu. Slika 5.42 prikazuje razporeditev pornih tlakov po prerezu v obeh obravnavanih primerih. V primeru A1, pri katerem je na spodnjem robu prepričen masni pretok in se vodna para ne more izločati iz plošče, se porni tlaki na spodnjem robu sprva hitro povečujejo. Ker je v tem primeru edini prost rob 2, mora praktično vsa prosta voda in vodna para zaradi povečane temperature potovati proti temu robu (slika 5.43a). Kot vemo, je beton razmeroma slabo prepusten, razen tega pa se pri temperaturi nad 200°C začne izločati kemijsko vezana voda, ki dodatno zapolni prazen prostor v porah. Zato v določenem trenutku pride do zasičenosti por, kar povzroči povišan porni tlak v betonu. V prvem primeru je ta pojav zelo izrazit in vidimo, da je po 60 minutah ves spodnji del prereza praktično pod enakim pornim tlakom (slika 5.42a). V drugem primeru, pri katerem je na spodnjem robu dovoljen masni pretok, pa je območje največjih pornih tlakov približno v sredini oziroma bliže prostemu zgornjemu robu prereza (slika 5.42b); to je razumljivo, saj se spodaj vodna para lahko izloča, s tem pa se porni tlak v spodnjem delu rebra zmanjšuje. Razporeditev količine proste vode je prikazana na sliki 5.43. S podrobnejšim opazovanjem lahko razporeditev vsebnosti vode smiselno



Slika 5.42: (a) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih za primer A1. (b) Razporeditev pornih tlakov po prerezu v izbranih časih za primer A2.

Figure 5.42: (a) Distribution of pore pressures over the cross-section at chosen times in case A1. (b) Distribution of pore pressures over the cross-section at chosen times in case A2.

povežemo z razporeditvijo pornih tlakov. V obeh primerih je na spodnjem, ogrevanem robu količina proste vode po določenem času enaka nič, kar pomeni, da je to območje že suho. V primeru A1, pri katerem je spodnji rob zaprt s pločevino, je suho območje nekoliko manjše kot v primeru A2, kjer se zaradi odprtrega spodnjega roba betonska plošča nekoliko hitreje suši. Kot vidimo na sliki 5.42b, so pri sovprežnih nosilcih iz betona in profilirane trapezne pločevine porni tlaki po celotnem območju rebra betonskega nosilca zelo visoki, kar bi lahko povzročilo eksplozivno luščenje betona. Vendar eksperimentalne raziskave tega pojava ne potrjujejo. Najverjetnejše je razlog v tem, da stik med trapezno pločevino in betonom med požarom ni idealen. To pa pomeni, da se lahko del pare na nepopolnem stiku odzrači, s tem pa se zmanjšajo tudi porni tlaki. Po drugi strani pa številne raziskave kažejo, da velikost pornih tlakov ni glavni razlog za pojav eksplozijskega luščenja betona (Gawin s sodelavci, 2003). Da bi lahko tak nepopolni stik sovprežnega nosilca med požarom ustrezno modelirali, bi morali prikazani numerični model dopolniti. V tem primeru bi morali sovprežni nosilec modelirati kot povezan termični, vlažnostni in mehanski problem, ki bi ga morali glede na zahtevnost validirati z eksperimentalnimi rezultati. Kot vidimo, je območje največje količine proste vode v obeh primerih približno na enakem mestu. Bistvena razlika med obema primeroma pa je ta, da je pri upoštevanju spodnje pločevine na spodnjem, zaprtem robu vsebnost proste vode in vrednost pornih tlakov veliko večja od primera A2, pri katerem spodnji rob ni zaprt. Iz prikazanega lahko ugotovimo, da je vpliv jeklene pločevine kot parne zapore na potek pornih tlakov in količine proste vode zelo pomemben, medtem ko je njen vpliv na razvoj temperature praktično zanemarljiv.



Slika 5.43: (a) Razporeditev količine proste vode po prerezu v izbranih časih za primer A1. (b) Razporeditev količine proste vode po prerezu v izbranih časih za primer A2.

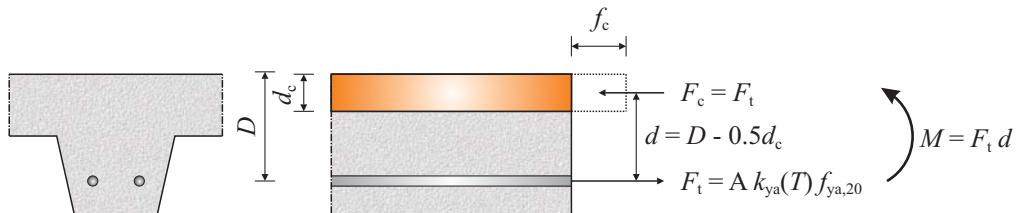
Figure 5.43: (a) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times in case A1. (b) Distribution of free water content over the cross-section at chosen times in case A2.

5.8.2 Mehanska analiza sovprežne plošče H74

V nadaljevanju določimo mehanski odziv sovprežne plošče, obremenjene z zvezno obtežbo pri sobni (primer H74-1) in pri povišani temperaturi (primer H74-2). V računu mehanskega odziva upoštevamo en val trapezne spodnje pločevine. Temu primerno reduciramo zunanjou obtežbo, ki jo sicer določimo skladno s standardi EN 1990 (2004), EN 1991-1-1 (2004) in EN 1991-1-2 (2004) za požarno projektno stanje. Pri obtežnih kombinacijah in velikosti obtežbe upoštevamo, da gre za poslovne prostore. Razen lastne teže sovprežne plošče upoštevamo še stalno obtežbo v iznosu 1.5 kN/m² in spremenljivo obtežbo 3.5 kN/m². Skupna zvezna obtežba za en val pri sobni temperaturi tako znaša $q_{sd} = 2.77 \text{ kN/m}$, pri povišani temperaturi pa $q_{fi,d,t} = 1.52 \text{ kN/m}$. Obravnavamo sovprežno ploščo dolžine 4m. Trapezna pločevina je debeline 1 mm. Materialni podatki pri sobni temperaturi so naslednji: trapezna pločevina je iz jekla S280 ($f_{ys,20} = 28 \text{ kN/cm}^2$), betonska plošča iz betona C30/37 ($f_{c,20} = 3 \text{ kN/cm}^2$) in dodatna vzdolžna armatura iz jekla S400 ($f_{ya,20} = 40 \text{ kN/cm}^2$). Računska os sovprežne plošče je v težišču idealnega prereza sovprežne plošče.

Kot smo že omenili, trapezna pločevina pri požaru hitro izgubi nosilnost, zato požarno odpornost zagotavljamo z dodatno vzdolžno armaturo v rebrih. V našem primeru (H74-2) zahtevamo požarno odpornost F60, kar pomeni, da mora nosilnost sovprežne plošče zadoščati vsaj za 60 minut požara. Običajno v vsak val položimo po eno ali dve dodatni vzdolžni armaturni palici. V našem primeru upoštevamo, da sta v valu dve enaki vzdolžni palici. Potrebni prerez dodatne vzdolžne armature določimo s postopkom, ki

ga za primer, da je sovprežna plošča obremenjena s pozitivnim upogibnim momentom, predlaga Wang (2002). To pomeni, da je spodnji del sovprežne plošče v nateznem, zgornji del pa v tlačnem napetostnem



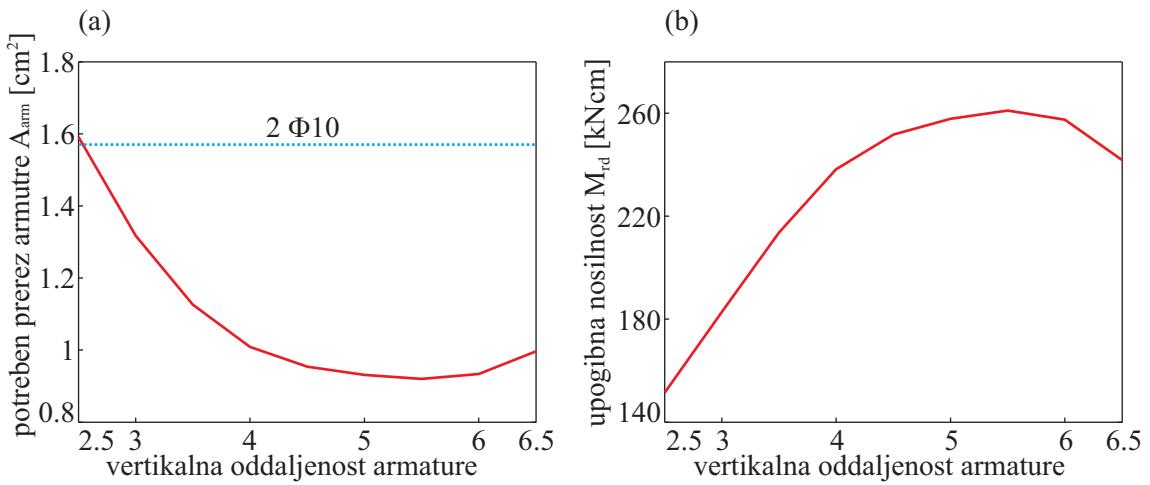
Slika 5.44: Računska shema za določitev nosilnosti sovprežne plošče.
Figure 5.44: Calculathion method for bending moment capacity of composite plate.

območju. Računsko shemo za določitev upogibne nosilnosti sovprežne plošče prikazujemo na sliki 5.44. Pri računu nosilnosti betona upoštevamo, da je beton polnonosilen. Običajno je potrebna tlačna cona pri takih tipih konstrukcij in obtežbah manj kot 2 cm od zgornjega roba; kakor smo ugotovili v topotni analizi, je to območje tudi po eni uri požara ISO 834 relativno hladno. Nosilnost armature določimo glede na temperature pri času 60 min za različne vertikalne razdalje z_{arm} (slika 5.45a). Horizontalna oddaljenost armature je za vse vertikalne razdalje z_{arm} enaka in znaša $y_{\text{arm}} = 2.5 \text{ cm}$. Potrebno količino armature A_{arm} v odvisnosti od vertikalne razdalje armature z_{arm} prikazujemo na sliki 5.45. S črtkano črto je prikazana skupna ploščina prerezov dveh armaturnih palic $\phi 10$, ki znaša 1.57 cm^2 . Opazimo, da je ta količina armature zadostna praktično za vse vertikalne razdalje armature, večje od 2.5 cm od spodnjega roba. Običajno znaša kritje armature z betonom vsaj 3 cm. Iz diagrama na sliki 5.41a sledi, da se potrebna količina armature do vertikalne razdalje $z_{\text{arm}} = 5.5 \text{ cm}$ zmanjšuje, pri večjih vertikalnih razdaljah pa se začne povečevati.

Z večanjem vertikalne razdalje armature se zmanjšuje statična višina nosilca, kar pri konstantni normalni temperaturi pomeni, da moramo prerez armature povečati. Pri povišanih temperaturah pa vemo, da se temperatura v armaturi z večanjem vertikalne razdalje zmanjšuje, kar pomeni večjo nosilnost in s tem manjši potrebnii prerez armature. Kot vidimo, to pravilo velja le do določenega vertikalnega odmika armature, nato pa vpliv zmanjšane statične višine prevlada nad vplivom hladnejše armature. Kakor je prikazano v delu Hozjan s sodelavci (2008) s povečanjem vertikalne razdalje armature dosežemo tudi večjo požarno odpornost. Na sliki 5.41b je prikazano spremicanje upogibne nosilnosti sovprežne plošče v odvisnosti od vertikalnega položaja armature r_{arm} pri izpostavljenosti požaru ISO 834. Pri tem je bila skupna ploščina prereza vzdolžne armature ves čas enaka ($2\phi 10$). Kakor vidimo, upogibna nosilnost sovprežne plošče narašča do razdalje $z_{\text{arm}} = 5.5 \text{ cm}$, nato pa se začne zmanjševati zaradi premajhne statične višine. Rezultati torej kažejo, da z relativno majhnim umikom armature v notranjost rebara sovprežne plošče lahko dosežemo povečanje upogibne nosilnosti in s tem požarne odpornosti sovprežne plošče in hkrati zmanjšanje potrebne količine vzdolžne armature.

Za nadaljnje račune privzamemo, da je vsak val zaradi doseganja požarne odpornosti armiran z vzdolžno armaturo $2\phi 10$ na razdalji 4 cm od spodnjega roba. To pomeni, da je segrevanje armature opisano s krivuljo C/A1 na sliki 5.41.

V nadaljevanju prikažemo mehanski odziv sovprežne plošče H74 pri sobni temperaturi (primer H74-1) in mehanski odziv sovprežne plošče pri požaru ISO 834 (primer H74-2). Iz dosedanjih računskih primerov smo se naučili, da so rezultati računske analize obnašanja sovprežnih konstrukcij v veliki meri odvisni od privzetega konstitucijskega modela za zdrs. Ker je obravnavana sovprežna pločevina še v razvojni fazi, vsi potrebni podatki za natančen račun še niso na razpolago. V dosedanjih raziskavah je bilo pri sobni temperaturi narejenih nekaj 'push out' testov, ki so osnova za formulacijo zvezne med



Slika 5.45: (a) Potreben prerez vzdolžne armature v odvisnosti od vertikalne razdalje aramture od spodnjega roba sovprežne plošče. (b) Upogibna nosilnost sovprežne plošče.

Figure 5.45: (a) Required area of longitudinal reinforcement bar in dependence on vertical position of reinforcement bar from lower edge of composite plate. (b) Bending moment capacity of composite plate.

tangencialno obremenitvijo stika in zdrsom (Beg s sodelavci, 2008). V eksperimentu so bili testirani 3 vzorci. Izkušnje nas učijo, da je omenjeno število preizkušancev za pridobitev zanesljivih podatkov, s katerimi bi lahko umerili kolikor natančen matematični model stika, veliko premajhno. Tudi avtorji omenjenih raziskav (Beg s sodelavci, 2008) omenjajo velik raztros rezultatov pri poskusih, tudi do več kot 100 %. Ne glede na to smo se odločili za konstitucijski zakon stika, kakor ga opisuje krivulja tipa B, ki je prikazana na sliki 3.11a. Ob upoštevanju eksperimentalnih rezultatov (Beg s sodelavci, 2008) smo za največjo strižno nosilnost stika privzeli nosilnost drugega preizkušanca $\tau_{max} = 0.0230$ kN / cm². Preračunano na enoto dolžine je to $p_{t,max} = 0.59$ kN / cm.

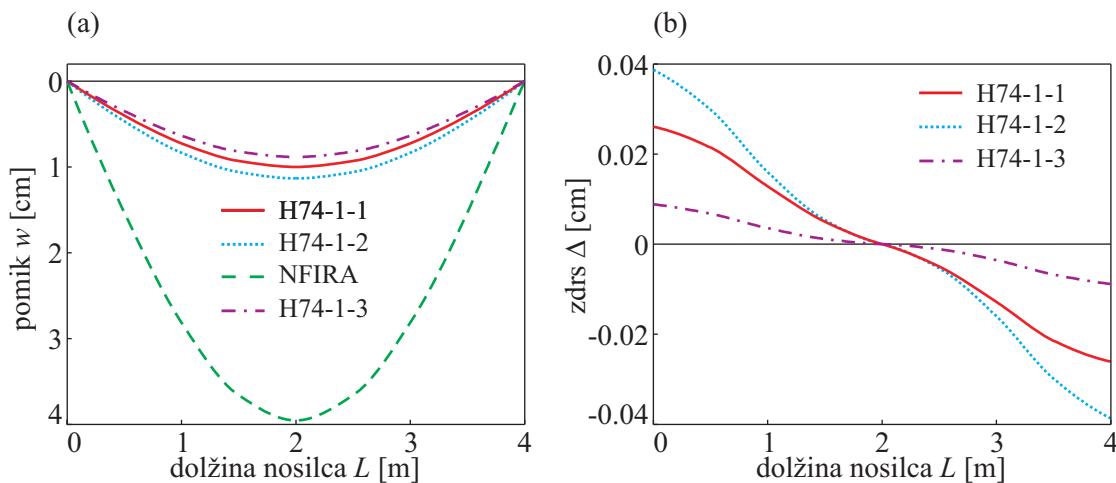
Glede na to, da so računske metode za analizo obnašanja sovprežnih plošč s profilirano pločevino še v fazi razvoja, skušamo z naslednjima računskima primeroma prikazati obsežnost in kompleksnost potrebnih računskih postopkov za račun linijskih sovprežnih konstrukcij pri konstantni normalni (sobni) temperaturi 20 °C in v požaru. Kakor smo lahko ugotovili v dosedanjih primerih mehanske analize sovprežnih nosilcev, je vpliv geometrijske nelinearnosti na njihovo obnašanja praktično nepomemben. Zato v mehanski analizi sovprežne plošče H74 uporabimo geometrijsko linearen model.

5.8.2.1 Mehanska analiza sovprežne plošče H74 pri sobni temperaturi

Pri računski analizi sovprežne plošče H74-1 upoštevamo simetrijo geometrije in obtežbe ter sovprežni nosilec modeliramo s 4 elementi tipa E_5 . Z numeričnimi testi smo ugotovili, da se rezultati pri tem številu elementov stabilizirajo. Za vzdolžno integracijo uporabimo Lobattovo integracijsko shemo. Obravnavamo dva primera. V prvem primeru (H74-1-1) upoštevamo dodatno vzdolžno armaturo $2\phi10$ za zagotovitev požarne odpornosti. V drugem primeru (H74-1-2) dodatne vzdolžne armature ne upoštevamo. Zaradi preglednosti podajamo tudi rezultate, dobljene s programom NFIRA (Bratina, 2003). Ta program med drugim omogoča geometrijsko in materialno nelinearno analizo armiranobetonskih linijskih konstrukcij pri mehanski obtežbi. S programom NFIRA smo določili nosilnost samo betonskega dela sovprežne plošče, ki je armiran z vzdolžne armaturo $2\phi10$. Da bi ugotovili vpliv togosti stika, dodamo še tretji primer (H74-1-3), pri katerem glede na primer H74-1-1 s faktorjem 2 povečamo največjo strižno

nosilnost stika ($p_{t,\max} = 1.18 \text{ kN/cm}$).

Na sliki 5.46a prikazujemo potek navpičnega pomika vzdolž sovprežne plošče. Vidimo, da je navpični pomik najmanjši, če v računu razen sodelovanja trapezne pločevine upoštevamo tudi dodatno vzdolžno armaturo (primer H74-1-1). Povečanje navpičnega pomika v primeru, kadar dodatne vzdolžne armature ni (H74-1-2), je opazno, a razmeroma neizrazito. Pri povesu na sredini nosilca w_B znaša razlika okoli 10 %. Zanimiv rezultat dobimo, če trapezne pločevine v računu nosilnosti sovprežne plošče ne upoštevamo (primer NFIRA). Največji navpični pomik je v tem primeru 4 krat večji kakor v primeru H74-1-1. S stališča nosilnosti prereza predstavlja trapezna pločevina vzdolžno armaturo, ki bistveno poveča nosilnost sovprežne plošče. Pri sobni temperaturi torej ni potrebno dodatno armiranje reber z armaturnimi palicami. Žal pa te prednosti trapezne pločevine ne moremo izkoristiti v primeru, da moramo zagotoviti tudi požarno odpornost sovprežne konstrukcije, kjer je dodatno armiranje nujno.



Slika 5.46: (a) Deformirana lega sovprežne plošče. (b) Potek zdrsov vzdolž sovprežne plošče.
Figure 5.46: (a) Deformed shape of composite plate. (b) Development of slip along the length of of composite plate.

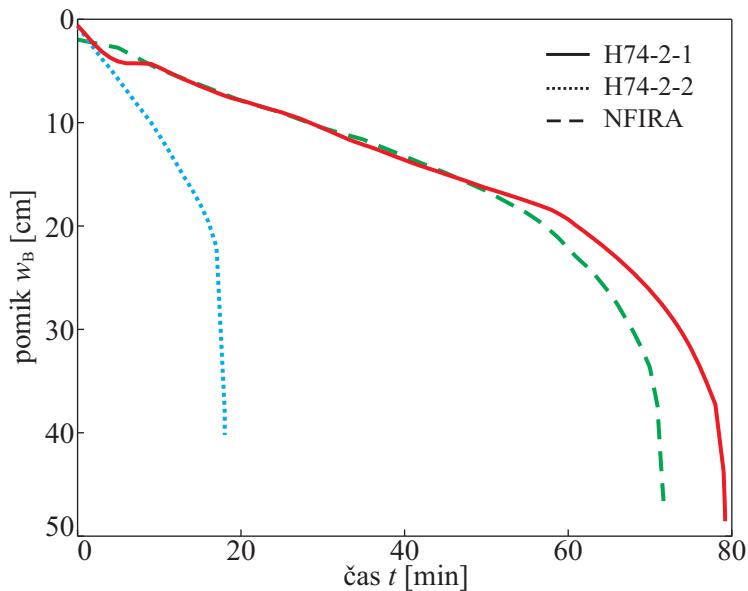
Slika 5.46b prikazuje razporeditev zdrsov vzdolž sovprežne plošče. Diagram zdrsov vzdolž nosilca je antisimetričen. Podobno kot poves je tudi zdrs v primeru, da ne upoštevamo dodatne vzdolžne armature, večji. To je smiselno, saj sta zdrs na stiku med posameznima slojema in navpični pomik tesno povezani količini. Kakor kaže slika 5.46b, pride do največjega zdrsa na koncu sovprežnega nosilca. V primeru H74-1-2 se vrednost zdrsa proti sredini sovprežne plošče hitreje zmanjšuje proti 0, kakor v primeru H74-1-1.

V primeru H74-1-3, pri katerem smo za 100 % povečali strižno nosilnost stika, se največji poves v sredini nosilca zmanjša za približno 10 %. Bistveno pa se spremenijo zdrsi, saj se zdrs na koncu sovprežne plošče zmanjša skoraj za 3 krat. S povečanjem strižne nosilnosti torej občutno zmanjšamo zdrse, kar nedvomno ugodno vpliva na nosilnost sovprežnih konstrukcij tudi pri drugih načinih obremenjevanja. Na togost stika in s tem na nosilnost sovprežne plošče razen osnovne geometrije prereza trapezne pločevine odločilno vpliva oblika, velikost in orientacija utorov v bočnih stranicah reber, ki v tem primeru prevzamejo vlogo moznikov. Pri tem je seveda pomembna tudi tehničko ugodna zasnova utorov s čim manjšo možnostjo napak v izdelavi.

5.8.2.2 Mehanska analiza sovprežne plošče H74 v požaru

Tako kot pri sobni temperaturi nosilec H74-2 tudi v primeru, da je izpostavljen požaru, modeliramo s 4 elementi tipa E_5 . Za integracijo vzdolž elementa privzamemo Lobattovo numerično shemo. Ker eksperimentalnih podatkov o spremjanju strižne nosilnosti stika pri povišani temperaturi nismo imeli, smo pojav zdrsa pri povišani temperaturi opisali z enakim matematičnim modelom kakor pri sovprežnem nosilcu S2. Uporabili smo torej enačbo (3.113) s to razliko, da je nad temperaturo 500°C nosilnost stika enaka 0. Za največjo strižno nosilnost stika pri sobni temperaturi privzamemo vrednost $p_{t,\max,20} = 0.59 \text{ kN/cm}$. Predpostavimo, da je temperatura stika in temperatura jeklene trapezne pločevina konstantna po celi površini in da je enaka temperaturi na robu betona, ki smo jo izračunali v topolotno-vlažnostni analizi (slika 5.40). Za opis mehanskega obnašanja betona pri povišani temperaturi privzamemo materialni model skladno s standardom EN 1992-1-2 (2005). Za trapezno pločevino in armaturo pa uporabimo materialni model za jeklo pri povišani temperaturi skladno z EN 1993-1-2 (2005). Razen osnovnega primera H74-2-1, kjer v računu upoštevamo tako trapezno pločevino kakor tudi dodatno armaturo, obravnavamo še dodatna dva primera. V primeru H74-2-2 izračunamo nosilnost sovprežne plošče v požaru brez upoštevanja dodatne armature, tako kot pri sobni temperaturi pa izračunamo še nosilnost betonske plošče z računalniškim programom NFIRA (Bratina, 2008). Pri tem zanemarimo vpliv trapezne pločevine, upoštevamo pa dodatno vzdolžno armaturo za zagotovitev požarne odpornosti nosilca. Namen teh računskih primerov je, pokazati vpliv trapezne pločevine in dodatne vzdolžne armature na nosilnost sovprežne plošče v požaru.

Razvoj povesa w_B na sredini razpetine prostoležeče sovprežne plošče prikazujemo na sliki 5.47. Prikazana je primerjava med posameznimi računskimi primeri. Rezultati kažejo, da je obnašanje sovprežne plošče z upoštevanjem trapezne pločevine in armature (primer H74-2-1) zelo podobno obnašanju plošče brez upoštevanja trapezne pločevine (primer NFIRA). Kot vidimo, je v primeru H74-2-1 poves w_B prvih nekaj minut manjši kot v primeru NFIRA, vendar kmalu postaneta praktično enaka. V začetni



Slika 5.47: Razvoj vertikalnega pomika na sredini sovprežne plošče s časom.
 Figure 5.47: Development of mid-span vertical displacement of composite plate with time.

fazi požara, ko je temperatura še relativno nizka, prispevek trapezne pločevine vidno vpliva na nosilnost sovprežne plošče. Vendar se učinek sovprežnosti med trapezno pločevino in betonsko ploščo hitro

zmanjuje zaradi hitrega naraščanja temperature okolice in s tem segrevanja trapezne pločevine. Že v 5. minuti požara ISO 834 praktično ne moremo več govoriti o sovprežnem delovanju betona in jekla. Kakor vidimo na sliki 5.47, se tedaj poves w_B za približno 4 minute ustali, nato pa se diagram povesa praktično pokrije s primerom NFIRA, v katerem sodelovanja trapezne plošče sploh ne upoštevamo. Od te faze naprej je nosilnost sovprežne plošče odvisna zgolj od sodelovanja dodatne vzdolžne armature. Rezultati primera H74-2-1 se vse do 50. minute požara ujemajo z rezultati, ki jih dobimo s programom NFIRA, torej brez upoštevanja trapezne pločevine. Pri omenjenem času lahko v diagramu C/A1 na sliki 5.41 odčitamo temperaturo armature okrog v 450°C , pri kateri se v uporabljenem materialnem modelu EN 1993-1-2 (2005) togost jekla izrazito zmanjša. Povesi nosilca se zato hitro povečujejo vse do porušitve sovprežnega nosilca. Zahteva po požarni odpornosti F60 je izpolnjena, saj v računskem primeru H74-2-1 pride do porušitve pri času 79 minut, v primeru NFIRA pa v 72. minut. Razlika med modeloma je na prvi pogled nelogična. S podrobnejšo analizo napetostnega stanja v obeh primerih pa lahko najdemo racionalno razlago: v časovnem intervalu med 9. in 50. minuto je vpliv sovprežnosti zanemarljiv, prispevek trapezne pločevine k upogibni nosilnosti nosilca pa je zelo majhen v primerjavi s prispevkom ojačilne armature.

Ko temperatura v armaturi po 50. minuti požara preseže vrednost 450°C , pa se armatura znatno zmehča in prispevek trapezne pločevine k nosilnosti nosilca se relativno poveča. Od tod lahko sklepamo, da je požarna odpornost sovprežne plošče s trapezno pločevino in ojačilno vzdolžno armaturo vendarle nekoliko večja kakor pri enako armirani čisti betonski plošči.

V primeru, da sovprežna plošča s profilirano trapezno pločevino ni dodatno armirana z vzdolžno armaturo v rebrih, je požarna odpornost bistveno manjša. Rezultati računskega primera H74-2-2 kažejo (slika 5.47), da začne poves w_B na sredini nosilca že na začetku požara strmo naraščati in do porušitve sovprežne plošče pride okoli 18 minute.

Iz prikazanega lahko povzamemo, da je obnašanje sovprežne plošče s trapezno pločevino v požaru zelo podobno obnašanju enake čiste armiranobetonske plošče, kar je bilo tudi pričakovati.

Ob ocenjevanju dobljenih računskih rezultatov se moramo zavedati, da so bili dobljeni ob vrsti predpostavk, ki so le deloma podprtne z ustrezнимi eksperimentalnimi podatki. Predvsem gre za parametre konstitucijskega modela stika pri povisanih temperaturah, za katere praktično ni verodostojnih eksperimentalnih podatkov. Vsekakor pa lahko trdimo, da so prikazani računski postopki, numerični algoritmi in programska oprema dobro orodje za nadaljnje parametrične raziskave obravnavanih problemov.

6 ZAKLJUČKI

V disertaciji je predstavljen nov numerični model za nelinearno požarno analizo sovprežnih linjskih konstrukcij iz jekla in betona z upoštevanjem zdrsa med slojema. Računski postopek je razdeljen v tri fizikalno smiselne vendar matematično nepovezane faze. V prvi fazi smo s pomočjo požarnih krivulj modelirali časovno spreminjanje temperatur v požarnem prostoru. Osrednjo temo disertacije predstavljata druga in tretja faza požarne analize. V drugi fazi smo na osnovi zakonov ireverzibilne termodynamike določili časovno spreminjanje temperatur sovprežnega nosilca med požarom. Zaradi različnih struktur betona in jekla smo temperaturno stanje jeklenega dela sovprežnega nosilca določili z rešitvijo Fourierjeve parcialne diferencialne enačbe prevajanja toplotne po trdni snovi, razmere v betonskem delu pa smo obravnavali kot povezan problem prevajanja toplotne in vlage (proste vode in zmesi suhega zraka ter vodne pare) po porozni snovi. Pri tem smo upoštevali izparevanje vode in utekočinjenje vodne pare ter dehidratacijo kemijsko vezane vode. Dobljene enačbe smo rešili z metodo končnih elementov in razvili računalniški program *MoistureHeat* v programskem okolju *MatLab*. Program omogoča določitev dvo-dimenzionalnega časovnega spreminjanja temperatur, pornih tlakov in gostote vodne pare v prečnem prerezu betonskega dela sovprežnega nosilca med požarom. Uporabili smo 4-vozliščni ravninski izoparametrični končni element. Celotni čas trajanja požara $[0, t^n]$ smo razdelili na n časovnih podintervalov z dolžinami Δt , znotraj katerih smo predpostavili, da se osnovne neznanke problema spremnjajo linearno s časom. S primerjavo med numeričnimi in dostopnimi eksperimentalnimi rezultati iz literature ter s parametričnimi študijami smo ugotovili:

- da je predstavljeni numerični model primeren za določitev vlage (proste vode ter zmesi suhega zraka in vodne pare), pornih tlakov in temperature v sovprežnih nosilcih iz betona in jekla med požarom,
- da s povečevanjem števila končnih elementov in zmanjševanjem časovnega inkrementa najhitreje konvergirajo temperature, nekoliko počasneje pa porni tlaki in gostota vodne pare,
- da se z naraščanjem temperatur sovprežnega nosilca med požarom beton postopoma suši, kar na stiku med suhim in vlažnim betonom povzroči znatno povečanje vsebnosti proste vode. Posledica tega pojava, ki ga imenujemo vodna zapora (ang. ‘moisture clog zone’), je bistveno povečanje pornih tlakov v betonu,
- da vsebnost vlage v betonu bistveno vpliva na časovno spreminjanje temperatur betona med požarom in praviloma povzroči časovno zakasnitev naraščanja temperatur v betonu (ugoden vpliv),
- da se temperature v betonu povišujejo s povečevanjem poroznosti in prepustnosti betona,
- da se porni tlaki v betonu povečujejo z zmanjševanjem prepustnosti in poroznosti betona ter s povečevanjem začetne količine proste vode,

- da predstavlja jeklena pločevina parno zaporo na stiku z betonom, kar povzroči bistveno povečanje pornih tlakov v betonu, nima pa bistvenega vpliva na časovno spreminjanje temperatur betona med požarom.

V tretji fazi predstavljenega računskega postopka smo analizirali mehanski odziv sovprežnih nosilcev na hkratno delovanje požarne in mehanske obtežbe. Pri tem smo rezultate druge faze požarne analize uporabili kot vhodne podatke. Pomembne novosti predstavljenega numeričnega modela za tretjo fazo požarne analize so: (i) z modelom lahko analiziramo vpliv zamika na stiku med jeklenim nosilcem in armiranobetonsko ploščo, (ii) jekleni nosilec in armiranobetonsko ploščo ločeno modeliramo z geometrijsko točnim Reissnerjevim modelom ravninskega nosilca, (iii) materialni modeli jeklenega nosilca, armiranobetonske plošče in stika med slojema so nelinearni in odvisni od temperature, (iv) razen mehanskih deformacij so pri jeklenem delu upoštevane tudi temperaturne deformacije in deformacije zaradi viskoznega tečenja pri povišanih temperaturah, pri betonskem delu pa temperaturne deformacije, deformacije zaradi lezenja betona pri povišanih temperaturah in prehodne deformacije in (v) posplošene ravnotežne enačbe sovprežnega nosilca rešimo z uporabo modificiranega deformacijskega končnega elementa, pri katerem interpoliramo deformacijske količine (specifični spremembi dolžine referenčnih osi jeklenega nosilca in armiranobetonske plošče ter psevdoukrivljenost referenčne osi sovprežnega nosilca) ter normalno kontaktno linijsko obtežbo na stiku. Nelinearni algebrajski sistem diskretnih posplošenih ravnotežnih enačb sovprežnega nosilca, ki določa obnašanje sovprežnega nosilca med požarom, smo rešili z Newton-Raphsonovo inkrementno-iteracijsko metodo. Ustreznost in primernost prikazanega numeričnega modela za mehansko analizo sovprežnih nosilcev v požaru smo utemeljili s parametričnimi študijami in s primerjavo dobljenih numeričnih rezultatov z rezultati drugih raziskovalcev in z eksperimentalnimi rezultati. Glavne ugotovitve so:

- da so uporabljeni modificirani deformacijski končni elementi zelo natančni in primerni za požarno analizo sovprežnih linijskih konstrukcij iz jekla in betona,
- da je vpliv geometrijske nelinearnosti na togost, duktilnost in nosilnost sovprežnih linijskih nosilcev iz jekla in betona pri sobni temperaturi in povišanih temperaturah med požarom razmeroma majhen. Bistveno večji je vpliv materialne nelinearnosti, najizrazitejši je vpliv viskoznega lezenja jekla pri povišanih temperaturah,
- da ima togost stika velik vpliv na deformiranje sovprežnega linijskega nosilca tako pri sobni temperaturi kakor tudi pri povišanih temperaturah med požarom,
- da požarno odpornost nezaščitenih sovprežnih plošč s trapezno jekleno pločevino bistveno povečamo z dodatno vzdolžno armaturo v rebrih betonskega dela. Zaradi viskoznega lezenja jekla pri povišanih temperaturah je optimalna lega te armature odvisna od razmerja med statično višino sovprežnega prečnega prereza in doseženo temperaturo ojačilnih armaturnih palic.

Na koncu še na kratko predstavimo glavne prispevke te doktorske disertacije k znanosti. Glavna novost disertacije je prav gotovo nova numerična metoda za geometrijsko in materialno nelinearno požarno analizo sovprežnih nosilcev iz jekla in betona z upoštevanjem zdrsa med slojema, ki je v takem obsegu predstavljena prvič. Razen tega tudi posamezni sestavni elementi prikazane numerične metode predstavljajo določene novosti: (i) pri povezanem problemu prehoda vlage in topote je bila v disertaciji pri uporabi adsorbskih krivulj za določitve proste količine vode v porah betona namesto linearne interpolacije uporabljena interpolacija s polinomom višje stopnje med zasičenim in delno zasičenim betonom, kar je omogočilo boljšo konvergenco metode, (ii) implementacija deformacijskih končnih elementov za

požarno analizo sovprežnih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med slojema, (iii) ločeno modeliranje obeh slojev sovprežnega nosilca z geometrijsko točnim Reissnerjevim modelom nosilca, (iv) upoštevanje majhnih zamikov na stiku med slojema sovprežnega nosilca z upoštevanjem vmesnega sloja z debelino nič, kar bistveno poenostavi analizo in (v) materialno nelinearno in temperaturno odvisno obnašanje obeh slojev sovprežnega nosilca ter stika med slojema.

VIRI

- Abrams, M.S., Cruz, C.R. 1961. The Behaviour at High Temperature of Steel Strand for prestressed Concrete. *J. PCA Res. and Development Laboratories*, 3: 8–19.
- Ahmed, G.N., Huang, C.L.D., Best, C.H. 1991. Heat and moisture transfer in concrete slabs. *Int. J. Heat. Mass Transfer*, 22: 257–266.
- Ahmed, G.N., Hurst, J.P. 1999. Modeling Pore Pressure, Moisture and Temperature in High-Strength Concrete Columns Exposed to fire. *Fire Technology*, 35, 3: 232–262.
- Anderberg Y. 1997, Spalling Phenomena of HPC and OC. *Int. Workshop on Fire Performance of High-Strength Concrete*, NIST Spec. Publ. 919, Gaithersburg, MD, 69–73.
- Amadio, C., Fedrigo, C., Fragiacomo, M., Macorini L. 2004. Experimental evalution of effective width in stee-concrete composite beam. *J. Const. Steel Res.*, 60: 199–220.
- ASTM E119-00a, 2000. Standard Test Methods for Fire Tests of Building Construction and Materials. ASTM International: 21f.
- Atkison, A., Nickerson, A.K. 1984. The diffusion of ions through water-saturated cement. *J. Materials Science*, 19: 3068–3078.
- Bailey, CG. 2004. Membrane action of slab/beam composite floor system in fire. *Eng. Struct.*, 26: 1691–1703.
- Baroghel-Bouny, V., Mainguy, M., Lassabatere, T., Coussy, O. 1999. Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementious materials. *Cem. Conc. Res.*, 29: 1225–1238.
- Bažant, Z.P., Kaplan M.F. 1996. Concrete at high temperatures: material properties and mathematical models. Longman, Harlow: 412 f.
- Beg, D., Hladnik, L., Skuber, P., Pavlovčič, L., Može, P., Klopčič, J., Kuder, S. 2005. Nova profilirana pločevina za sovprežne stropove. Razvojna raziskovalna naloga, sofinancirana v okviru programa EUREKA. Končno poročilo. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 135 f.
- Beg, D., Skuber, P., Rugelj, T. 2008. Nova profilirana pločevina za sovprežne stropove. Poročilo o pull-out testih. Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana: 17 f.
- Benedetti, A., Mangoni, E. 2007. Analytical prediction of composite beams response in fire situtation. *J. Const. Steel Res.*, 63: 221–228.
- Bratina, S. 2003. Odziv armiranobetonskih linijskih konstrukcij na požarno obtežbo. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 159f.
- Bratina, S., Saje, M., Planinc, I. On materially and geometrically non-linear analysis of reinforced concrete planar beams. *Int. J. Solids Struct.*, 41: 7181–7207.
- Bratina, S., Saje, M., Planinc, I. The effects of different strain contributions on the response of RC beams in fire. *Eng. struct.*, 29, 3: 418–430.

- Bratina, S., Planinc, I. 2008. Ocena požarne odpornosti značilnega AB nosilca v galeriji Šentvid skladno s standardom SIST EN 1992-1-2:2005 z uporabo napredne računske metode. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 27f.
- British Standard Institute, 2003. BS5950-8: Structural use of steelwork in building part 8: Code of Practice for fire resistance design. London: British Standards Institutions: 44f.
- Buchanan A. H. 2002. Structural design for fire safety. John Wiley & Sons Ltd, London: 421 f.
- Cadorin, J.F., Franssen, J.M., 2003. A tool to design steel elements submitted to compartment fires - OZone V2. Part 1: pre- and post-flashover compartment fire model. Fire Saf. J., 38, 5: 395-427.
- Cadorin, J.F., Pintea, D., Dotreppe, J.C., Franssen, J.M., 2003. A tool to design steel elements submitted to compartment fires - OZone V2. Part 1: Methodology and application. Fire Saf. J., 38(5): 429-451.
- Cadorin, J.F. 2003. Compartment fire Models for Structural Engineering. These doctora. Liege, Belgium, Universite de Liege.
- Castro, J.M., Elghazouli, A.Y., Izzudin, B.A. 2007. Assessment of effective slab widths in composite beams. J. Const. Steel Res., 63,10 : 1317–1327.
- Chapman, J.C., Balakrishnan, S. 1964. Experiments on composite beams. Struct. Eng., 42, 11: 369–383.
- Cengel, Y. A. 1998. Heat transfer: A practical approach. WCB/McGraw-Hill, Co., Boston: 1006 f.
- Chung, J.H., Consolazio, G.R. 2005. Numerical modeling of transport phenomena in reinforced concrete exposed to elevated temperatures, Cem. Conc. Res. 35: 597–308.
- Construction métallique, 1976. Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en acier, Document technique unifié.
- Cruz, C.R. 1968. Apparatus for measuring creep of concrete at high temperatures, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, 10, 3: 36–42.
- Čas, B. 2004. Nelinearna analiza kompozitnih nosilcev z upoštevanjem zdrsa med sloji. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 136f.
- Čas, B., Bratina, S., Saje, M., Planinc, I. 2004. Non-Linear analysis of composite steel-concrete beams with incomplete interaction. Steel & Comp. Struct., 4, 6: 489–507.
- Dal Pont, S., Schrefeler, B.A., Ehrlacher, A. 2005. Intrinsic Permeability Evolution in High Temperature Concrete. An experimental and Numerical Analysis. Transp Porous Med, 60: 43–74.
- Davie, C.T., Pearce, C.J., Bićanić N. 2006. Coupled heat and moisture transport in concrete at elevated temperatures - Effects of capillary pressure and adsorbed water. Num. Heat Transfer Part A, 49: 733–763.
- Dissanayake, U.I., Davison, J.B., Burgess, I.W. 1999. Composite beam behaviour in braced frames. J. Const. Steel Res., 49: 271–289.
- Dissanayake, U.I., Burgess, I.W., Davison, J.B. 2000. Modeling of plane composite frames in unpropped construction. Eng. Struct. 20: 287–303.
- Duh, D., Leskovar, R.T., Žarnić, R., Bokan-Bosiljkov, V. 2006. Validacija in avtomatizacija linjske mikroskopske analize kot metode za oceno ustreznosti vnešenih por v betonu. Zbornik 28. zborovanja gradbenih konstruktorjev Slovenije. Bled, 19.-20. oktober 2006. Ljubljana, Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev: 197–206.

- ECCS, 1985. Design Manual on the European Recommendations for the Fire Safety of Steel Structures. Amsterdam-Oxford-New York, : Elsevier: 202 f.
- Elghazouli, A.Y., Izzuddin, B.A., Richardson, A.J. 2000. Numerical modelling of the structural fire behaviour of composite buildings. *Fire Saf. J.*, 35: 279–297.
- Faust, T. 1996, Headed studs in composite structures with LWAC, Leipzig annual civil engineering report, Leipzig: 209–219.
- Foster, S., Chaldna, M., Hsieh, C., Burgess, I., Plank, R. 2007. Thermal and structural behaviour of a full-scale composite building subject to a severe compartment fire. *Fire Saf. J.*, 42(3): 183–199.
- Gams, M. 2003. Povezan prenos vlage in topote v poroznem materialu. Diplomsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 79f.
- Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B.A. 2002. Simulation of damage-permeability coupling in hygro-thermo-mechanical analysis of concrete at high temperature. *Commun. Numer. Meth. Eng.*, 18: 113–119.
- Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B.A. 2003. Modelling of hygro-thermal behaviour of concrete at high temperature with thermo-chemical and mechanical material degradation. *Com. Meth. in App. Mech. and Eng.*, 192, 13–14: 1731–1771.
- Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B.A. 2003. Towards prediction of the thermal spalling risk through a multi-phase porous media model of concrete. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 195: 5707–5729.
- Gawin, D., Pesavento, F., Schrefler, B.A. 2007. Comments to the paper "An application of a damage constitutive model to concrete at high temperature and prediction of spalling" by Rosen Tenchev and Phil Purnell [Int. J. Solids Struct. 42 (26), 2005: 6550–6565]. *Int. J. Solids and Struct.*, 44, 11–12: 4234–4237.
- Girhammar, U.A., Gopu, V.K.A. 1993. Composite beam-columns with interlayer slip—Exact analysis. *J. Struct. Eng., ASCE* 119, 4: 1265–1282.
- Harmathy, T.Z. 1967. A Comprehensive Creep Model. *J. Basic Eng.*, 89(D-3): 496–502.
- Harmathy, T.Z. 1993. Fire Safety Design and Concrete. Longman, London: 412 f.
- Hertz, K.D. 2003. Limits of spalling of fire-exposed concrete. *Fire Saf. J.*, 38: 103–116.
- Hertz, K.D., Sørensen, L.S. 2005. Test method for spalling of fire exposed concrete, *Fire Saf. J.*, 40: 466–476.
- Hosser, D., Dorn, T., Elnesr, O. 1994. Experimental and numerical-studies of composite beams exposed to fire. *J. Struct. Eng.*, 120: 2871–2892.
- Hozjan, T. 2004. Mehansko obnašanje linijskih jeklenih konstrukcij v požaru. Diplomsko delo. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 84f.
- Hozjan, T., Bratina, S., Srpič, S. 2007. Nelinearna požarna analiza jeklenih konstrukcij. *Gradbeni Vestnik*, 4:86–94.
- Hozjan, T., Turk, G. Srpič, S. 2007. Fire Analysis of Steel Frames with the use of Artificial Neural Networks. *J. Const. Steel Res.*, 63, 10: 1396–1403.

- Hozjan, T., Planinc, I., Saje M., Srpičič, S. 2008. Analiza obnašanja sovprežne betonske plošče med požarom. Kuhljevi dnevi 2008, Cerkle na Gorenjskem, 25.–26. sept. 2008. Zbornik del. Ljubljana: Slovensko društvo za mehaniko: 73–80.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. 1999. The influence of shear connectors on the behaviour of composite steel-framed buildings in fire. *J. Const. Steel Res.*, 51: 219–237.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. 2000. Three-dimensional analysis of composite steel-framed buildings in fire. *J. Struct. Eng.*, 126: 389–397.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. 2000. Effective stiffness modelling of composite concrete slabs in fire. *Eng. Struct.*, 22:1133-1144.
- Ichikawa, Y., England, G.L. 2004. Prediction of moisture migration and pore pressure build-up in concrete at high temperatures. *Nuclear Eng. and Design*, 228, 1–3: 245–259.
- Incorpora, F.P., Dewitt, D.P. 2002. Introduction to heat transfer. John Wiley & Sons, Inc., New York: 892 f.
- ISO-834. 1975. Fire resistance tests-elements of building construction. International Standard Organization, Geneva.
- Kalifa P., Menneteau, F.-D., Quenard, D. 2000. Spalling and pore pressure in HPC at high temperatures. *Cem. Conc. Res.*, 30: 1915–1927.
- Khoury, G.A. 2000. Effect of fire on concrete and concrete structures. *Prog. Struct. Engng Mater.*, 2: 429–447.
- Khoury, G.A., Majorana, C.E., Presavento, F., Schrefler, B.A. 2002. Modelling of heated concrete. *Mag. Conc. Res.*, 54, 2: 77–101.
- Kirby, B.R., Preston, R.R. 1988. High temperature properties of hot-rolled, structural steels for use in fire engineering design studies. *Fire Safety J.*, 13:27–37.
- Kladnik R. 1991. Visokošolska fizika. Del 1. Mehanski in toplotni pojavi. Državna založba slovenije, Ljubljana: 231 f.
- Krauberger, N. 2008. Vpliv požara na obnašanje ojačanih betonskih linjskih konstrukcij. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 109f.
- Lamont, S., Usmani, A.S., Drysdale, D.D. 2001. Heat transfer analysis of the composite slab in the Cardington frame fire test. *Fire Saf. J.* 36: 815–839.
- Lamont, S., Gillie, M., Usmani, A.S. 2007. Composite steel-framed structures in fire with protected and unprotected edge beams. *J. Const. Steel Res.*, 63, 8: 1138–1150.
- Li, L-y, Purkiss, J. 2005. Stress strain constitutive equations of concrete material at elevated temperatures. *Fire Safety J.*, 40: 669–686.
- Luikov, A.V. 1975. Systems of differential equations of heat and mass transfer on capillary-porous bodies (review). *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18: 1–14.
- Ma, Z.C., Mäkeläinen, P. 2000. Parametric temperature-time curves of medium compartment fires for structural design. *Fire Saf. J.*, 34: 361–375.
- Mehta, P.K. 1986, Concrete: structure, properties, and materials. Prentice-Hall, Inc., New Jersey: 450 f.

- Newman, G.M., Robinson, J.T., Bailey, C.G. 2001. Fire safe design: A new approach to multy-storey steel- framed buildings. The Steel Construction Institute, Berkshire: 95 f.
- Obeid, W., Mounajed, G., Alliche, A. 2001. Mathematical formulation of thermo-higro-mechanical coupling problem in non-saturated porous material. Comp. Meth .Appl. Mech. and Eng., 190: 5105-5122.
- Ollgaard, J.G., Slutter, R.G., Fisher, J.W. 1971. Shear strength of stud connectors in lightweight and normal weight concrete. AISC Eng. Journal, 8, 55–64.
- Özisik, M.N. 1985. Heat transfer. A basic approach. McGraw-Hill Book Company, Singapore: 780f.
- Özisik, M.N. 1985. Finite difference methods in heat transfer. CRC Press, Boca Raton, Florida, USA: 412f.
- Pope, N.D., Bailey, C.G. 2006. Quantitative comparison of FDS and parametric fire curves with post-flashover compartment fire test data. Fire Saf. J., 41: 99–110.
- Purkiss, J.A. 1996. Fire safety engineering design of structures, Butterworth-Heinemann, Oxford, 342 f.
- Planinc, I. 1998. Račun kritičnih točk konstrukcij s kvadratično konvergentnimi metodami. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 83 f.
- Reissner, E. 1972. On one-dimensional finite-strain beam theory: the plane problem. J. Appl. Math. Physics (ZAMP), 23: 795–804.
- Saje M., Turk., G. 1987. HeatC, program za račun nelinearnega in nestacionarnega prevajanja topote. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Schnabl, S., Planinc, I., Saje, M., Čas, B. in Turk, G. 2006. An analytical model of layered continuous beams with partial interaction. Structural Engineering and Mechanics 22, 3: 263–278.
- Schnabl, S. 2007. Analiza obnašanja kompozitnih nosilcev pri požaru. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 109 f.
- Simo, J.C. 1985. A finite strain beam formulation. The three-dymensional dynamic problem. Part I. Computher methods in applied mechanics and engineering 49: 55–70.
- Simo J.C., Hughes, T.J.R. 1998. Computational Inelasticity. New York, Springer: 392f.
- SIST EN 1990, 2004. Evrokod – Osnove projektiranja. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana: 74 f.
- SIST EN 1991-1-1, 2004. Evrokod 1: Vplivi na konstrukcije – 1-1. del: Splošni vplivi – Gostote, lastna teža, koristne obtežbe stavb. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana: 44 f.
- SIST EN 1991-1-2, 2004. Evrokod 1: Vplivi na konstrukcije – 1-2. del: Splošni vplivi – Vplivi požara na konstrukcije. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana: 56 f.
- SIST EN 1992-1-2, 2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij – 1-2. del: Splošna pravila – Projektiranje požarnovarnih konstrukcij. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana: 97 f.
- SIST EN 1993-1-2, 2005. Evrokod 3: Projektiranje jeklenih konstrukcij – 1-2. del: Splošna pravila – Požarnoodporno projektiranje. Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana: 78 f.

- Srpčič, S. 1991. Račun vpliva požara na jeklene konstrukcije. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Oddelek za gradbeništvo, Konstrukcijska smer: 104 f.
- Srpčič, S., Vratinar, B. 1997. The development of residual stresses in a I-beam due to concentrated heat source. *Z. angew. Math. Mech.*, 77: 319–320.
- Tenchev, R.T., Li, L.Y., Purkiss, J.A. 2001. Finite element analysis of coupled heat and moisture transfer in concrete, subjected to fire. *Num. Heat Transfer Part A*, 39: 685–710.
- Tenchev, R.T., Li, L.Y., Purkiss, J.A., Khalafallah, B.H. 2001, Finite element analysis of coupled heat and mass transfer in concrete when it is in a fire., *Mag. Conc. Res.* 53, 2: 117–125.
- Tenchev, R., Purnell, P. 2005. An application of a damage constitutive model to concrete at high temperatures and prediction of spalling. *Solids and Struct.* 42: 6550–6565.
- Tenchev, R., Purnell, P. 2007. Reply to comments to the paper "An application of a damage constitutive model to concrete at high temperature and prediction of spalling" by Rosen Tenchev and Phil Purnell [Int. J. Solids Struct. 42 (26) (2005) 6550-6565]. *Int. J. Solids and Struct.*, 44, 11–12: 4238-4241.
- Ulm, F.J., Coussy, O., Bažant Z.P. 1999. The Čunnel"fire. I: Chemoplastic softening in rapidly heated concrete. *J. Eng. Mech. ASCE*, 125, 3: 272–282.
- Ulm, F.J., Coussy, O., Bažant Z.P. 1999. The Čunnel"fire. II: Analysis of concrete damage . *J. Eng. Mech. ASCE*, 125, 3: 283–289.
- Wald, F., da Silva, L.S., Moore, D.B., Lennon, T., Chaldna, M., Santiago, A., Benes, M., Borges, L. 2006. Experimental behaviour of a steel structure under natural fire. *Fire Saf. J.*, 41: 509–522.
- Wang, Y.C. 1998. Composite beams with partial fire protection. *Fire Saf. J.*, 30: 315–332.
- Wang, Y. C. 2002. Steel and composite structures, Behaviour and design for fire safety. Spon Press/Taylor&Francis Group, New York: 332 f.
- Washizu, K. 1981. Variational methods in elasticity and plasticity. 3rd. edition. New York, Elsevier: 540f.
- Wainman, D.E., Kirby, B.R. 1987. Compendium of UK standard fire test data, unprotected structural steel – 1. Ref. No. RS/RSC/S10328/1/87/B. Rotherham (UK): Swinden Laboratories, British Steel Corporation.
- Williams-Leir, G. 1983. Creep of structural steel in fire: Analytical expressions. *Fire and Materials*, 7, 2:73–78.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R. L. 1991. The finite element method. Vol. 2, Solid and fluid mechanics Dynamics and non-linearity. McGraw-Hill, London: 807 f.