Univerza v Ljubljani Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Jamova cesta 2 1000 Ljubljana, Slovenija http://www3.fgg.uni-lj.si/

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG http://drugg.fgg.uni-lj.si/

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Kolarič, M. 2013. Večfrakcijski pristop k modeliranju transporta plavin. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentor Žagar, D.): 54 str. University of Ljubljana Faculty of *Civil and Geodetic Engineering* 

Jamova cesta 2 SI – 1000 Ljubljana, Slovenia http://www3.fgg.uni-lj.si/en/

DRUGG – The Digital Repository http://drugg.fgg.uni-lj.si/

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Kolarič, M. 2013. Večfrakcijski pristop k modeliranju transporta plavin. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Žagar, D.): 54 pp.



Jamova 2 1000 Ljubljana, Slovenija telefon (01) 47 68 500 faks (01) 42 50 681 fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ GRADBENIŠTVA HIDROTEHNIČNA SMER

Kandidat:

# MATIJA KOLARIČ

## VEČFRAKCIJSKI PRISTOP K MODELIRANJU TRANSPORTA PLAVIN

Diplomska naloga št.: 3268/HS

## MULTI-FRACTION APPROACH TO MODELLING OF SEDIMENT TRANSPORT

Graduation thesis No.: 3268/HS

Mentor: doc. dr. Dušan Žagar **Predsednik komisije:** izr. prof. dr. Janko Logar

Član komisije: doc. dr. Andrej Kryžanowski doc. dr. Simon Schnabl izr. prof. dr. Vlatko Bosiljkov

Ljubljana, 25. 01. 2013

## STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

### IZJAVA O AVTORSTVU

Podpisani Matija Kolarič izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom »**Večfrakcijski** pristop k modeliranju transporta plavin«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Jereslavec, 5. 1. 2013

Matija Kolarič

### **IZJAVE O PREGLEDU NALOGE**

Nalogo so si ogledali naslednji profesorji:

#### BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	519.8:532.5(043.2)
Avtor:	Matija Kolarič
Mentor:	doc. dr. Dušan Žagar
Naslov:	Večfrakcijski pristop k modeliranju transporta plavin
Tip dokumenta:	Diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	54 str., 29 pregl., 12 sl., 43 en.
Ključne besede:	transport plavin, enofrakcijski model, večfrakcijski model, model
	PCFLOW3D, usedanje plavin

#### Izvleček

Gibanje trdih delcev znotraj tekočine imenujemo transport plavin. Nastopi takrat, kadar je hitrost toka večja od kritične za izbrani material dna, kar spravi delce v gibanje, pri počasnejšem gibanju vode pa se začnejo delci usedati na dno. Poznamo dva pristopa k modeliranju transporta sedimentov, enofrakcijski in večfrakcijski pristop. Pri enofrakcijskem pristopu obravnavamo ves material kot eno celoto, pri večfrakcijskem pristopu pa material razdelimo na več različnih frakcij in obravnavamo vsako frakcijo posebej. V diplomski nalogi prikazujemo princip delovanja enofrakcijskega modela PCFLOW3D in pregled obstoječih večfrakcijskih modelov. V programu MS Excel smo izdelali enostaven večfrakcijski model za napovedovanje usedanja plavin. Izdelani model uporablja dva različna pristopa, ki se razlikujeta glede izbire začetnega števila frakcij in vrednotenja prispevkov posamezne frakcije. Rezultate obeh večfrakcijskih pristopov smo grafično prikazali in jih primerjali med sabo in z rezultati enofrakcijskega modela. Razlike rezultatov, dobljenih po obeh izbranih večfrakcijskih pristopih so velike, zato brez ustreznih meritev, ki jih v nalogi predlagamo, ni mogoče izbrati ustreznih enačb za vgradnjo v model PCFLOW3D. V nalogi pa vseeno pokažemo, katere spremembe so v modelu PCFLOW3D potrebne, da ga bo mogoče uporabljati kot orodje za račun transporta plavin po večfrakcijskem pristopu.

#### **BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION**

UDC:	519.8:532.5(043.2)
Author:	Matija Kolarič
Supervisor:	assist. prof. Dušan Žagar, Ph.D.
Title:	Multi-fraction approach to modelling of sediment transport
Document type:	Graduation Thesis — University studies
Scope and tools:	54 p., 29 tab., 12 fig., 43 eq.
Keywords:	sediment transport, single-fraction model, multi-fraction model,
	PCFLOW3D model, sediment deposition

#### Abstract

Sediment transport is movement of solid particles with the fluid. It occurs, when water velocities are higher than the critical velocities for the chosen type of river-bed material, In this case the solid particles enter into motion, while deposition occurs when water velocities decrease, There are two approaches to sediment transport modelling: the single-fraction and the multi-fraction approach. The single-fraction approach treats the bed-material as a wholeness, while with the multi-fraction approach the material is divided into several factions, each faction being treated separately. In this work we describe the principle of the single-fraction sediment transport model PCFLOW3D and review the existing multi fraction models. We created a simple MS Excel-based multi-fraction model for predicting sediment deposition. In this model we used two multi-fraction approaches, which differ in the initial number of fractions and the principle of evaluation of contribution of each fraction. The results of both multi-fraction approaches were compared to each other and to the results of the singlefraction model. The differences between the multi-fraction approaches were significant; therefore, we cannot propose adequate equations for upgrading the PCFLOW3D model without adequate measurements that are proposed in this work. Nevertheless, we were able to suggest the necessary changes in the PCFLOW3D model for upgrading the model with the multi-fraction sediment transport approach.

## ZAHVALA

Hvala dr. Dušanu Žagarju za mentorstvo in pomoč pri izdelavi diplomske naloge.

Hvala Žigi, Davorju in Jaki za neštete pavze ob kavi ter vso pomoč, ki so mi jo nudili tekom študija.

Hvala svojim staršem in bratu za podporo.

Hvala punci Anji za vso podporo ob živčnih dneh pri pisanju te diplome.

Hvala tudi vsem ostalim, ki so mi ob študiju tako ali drugače pomagali.

## **KAZALO VSEBINE**

IZJAVA O AVTORSTVU	STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA	I
IZJAVE O PREGLEDU NALOGE       III         BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK.       IV         BIBLIOGRAFSKO-DOCUMENTALISTIC INFORMATION       V         ZAHVALA       VI         KAZALO VSEBINE       VII         KAZALO VSEBINE       VII         KAZALO PREGLEDNIC       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI       XI         1       UVOD       1         1.1. Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja.       10         2.2.1       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Sonovna enačba       10         2.3.1       Osnovna enačba       11         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.4       Robni pogoji.       13         2.3.4       Robni pogoji.       13         2.3.4       Robni pogoji.       16      2	IZJAVA O AVTORSTVU	II
BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	IZJAVE O PREGLEDU NALOGE	III
BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION       V         ZAHVALA       VI         KAZALO VSEBINE       VI         KAZALO VSEBINE       IX         KAZALO PREGLEDNIC       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       10         2.2.1       Transportno disperzijski modul       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovne enačba       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	BIBLIOGRAFSKO-DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	IV
ZAHVALA       VI         KAZALO VSEBINE       VI         KAZALO SLIK       IX         KAZALO PREGLEDNIC       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Raču ndobeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	BIBLIOGRAPHIC-DOCUMENTALISTIC INFORMATION	V
KAZALO VSEBINE       VII         KAZALO SLIK       IX         KAZALO PREGLEDNIC.       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI.       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovna enačba       11         2.3.4       Robni pogoji       13         13.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	ZAHVALA	VI
KAZALO SLIK       IX         KAZALO PREGLEDNIC       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovne enačba       12         2.3.4       Robni pogoji       13         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	KAZALO VSEBINE	VII
KAZALO PREGLEDNIC.       X         OKRAJŠAVE IN SIMBOLI.       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.4       Robni pogoji       13         2.3.4       Robni pogoji       13         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	KAZALO SLIK	IX
OKRAJŠAVE IN SIMBOLI.       XI         1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe.       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja.       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba.       10         2.2.2       Metoda reševanja.       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovna enačba.       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	KAZALO PREGLEDNIC	X
1       UVOD       1         1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovna enačba       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.4       Robni pogoji       13         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	OKRAJŠAVE IN SIMBOLI	XI
1.1       Opis problema       1         1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3       Sedimentacijski modul       12         2.3.1       Osnovna enačba       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	1 UVOD	1
1.2       Dosedanje delo       2         1.3       Hipoteza in cilji naloge       4         2       MODEL PCFLOW3D       5         2.1       Hidrodinamični modul       5         2.1.1       Osnovne enačbe       5         2.1.2       Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3       Metoda reševanja       9         2.2       Transportno disperzijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.2.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       10         2.2.1       Osnovna enačba       10         2.3.1       Osnovna enačba       10         2.3.2       Metoda reševanja       11         2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	1.1 Opis problema	1
1.3 Hipoteza in cilji naloge       4         2 MODEL PCFLOW3D       5         2.1 Hidrodinamični modul       5         2.1.1 Osnovne enačbe.       5         2.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija       8         2.1.3 Metoda reševanja       9         2.2 Transportno disperzijski modul       10         2.2.1 Osnovna enačba.       10         2.2.2 Metoda reševanja       11         2.3 Sedimentacijski modul       11         2.3.1 Osnovne predpostavke       12         2.3.2 Osnovna enačba.       12         2.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4 Robni pogoji       16         2.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	1.2 Dosedanje delo	2
2 MODEL PCFLOW3D52.1 Hidrodinamični modul52.1.1 Osnovne enačbe52.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija82.1.3 Metoda reševanja92.2 Transportno disperzijski modul102.2.1 Osnovna enačba102.2.2 Metoda reševanja112.3 Sedimentacijski modul112.3 Sedimentacijski modul122.3.1 Osnovna predpostavke122.3.2 Osnovna enačba122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	1.3 Hipoteza in cilji naloge	4
2.1 Hidrodinamični modul52.1.1 Osnovne enačbe52.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija82.1.3 Metoda reševanja92.2 Transportno disperzijski modul102.2.1 Osnovna enačba102.2.2 Metoda reševanja102.2.3 Sedimentacijski modul112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovna predpostavke122.3.2 Osnovna enačba122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2 MODEL PCFLOW3D	5
2.1.1 Osnovne enačbe.52.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija82.1.3 Metoda reševanja.92.2 Transportno disperzijski modul102.2.1 Osnovna enačba.102.2.2 Metoda reševanja.112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba.122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.1 Hidrodinamični modul	5
2.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija82.1.3 Metoda reševanja92.2 Transportno disperzijski modul102.2.1 Osnovna enačba102.2.2 Metoda reševanja112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.1.1 Osnovne enačbe	5
2.1.3 Metoda reševanja92.2 Transportno disperzijski modul102.2.1 Osnovna enačba102.2.2 Metoda reševanja112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija	
2.2Transportno disperzijski modul102.2.1Osnovna enačba102.2.2Metoda reševanja112.3Sedimentacijski modul112.3.1Osnovne predpostavke122.3.2Osnovna enačba122.3.3Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4Robni pogoji162.3.5Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.1.3 Metoda reševanja	9
2.2.1 Osnovna enačba.102.2.2 Metoda reševanja.112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba.122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.2 Transportno disperzijski modul	
2.2.2 Metoda reševanja.112.3 Sedimentacijski modul112.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba.122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.2.1 Osnovna enačba	
2.3       Sedimentacijski modul       11         2.3.1       Osnovne predpostavke       12         2.3.2       Osnovna enačba       12         2.3.3       Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin       13         2.3.4       Robni pogoji       16         2.3.5       Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala       18	2.2.2 Metoda reševanja	
2.3.1 Osnovne predpostavke122.3.2 Osnovna enačba122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.3 Sedimentacijski modul	
2.3.2 Osnovna enačba.122.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin132.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.3.1 Osnovne predpostavke	
<ul> <li>2.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin</li></ul>	2.3.2 Osnovna enačba	
2.3.4 Robni pogoji162.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala18	2.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin	
2.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala 18	2.3.4 Robni pogoji	
	2.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala	

	2.4	Biogeokemični modul	. 19
3	VE	ČFRAKCIJSKI MODEL	20
	3.1	Opis različnih pristopov	20
	3.2	Opis modela v Excel-u	21
	3	.2.1 Zrnavostna krivulja	21
	3	.2.2 Delitev na frakcije	23
	3	.2.3 Določitev Egiazaroffovega korekcijskega faktorja	25
	3	.2.4 Račun usedanja materiala	29
	3	.2.5 Vhodni podatki	29
		3.2.5.1 Chézyev koeficient	. 30
		3.2.5.2 Parameter zrna in parameter mobilnosti	. 30
		3.2.5.3 Kritična strižna hitrost ob dnu	31
		3.2.5.4 Strižna hitrost ob dnu, odvisna od karakteristike zrn	32
		3.2.5.5 Transportni parameter	33
		3.2.5.6 Referenčna koncentracija in delež lebdečega materiala	. 35
	3	.2.6 Vrednotenje rezultatov modela	39
		3.2.6.1 Primerjava pristopov po van Rijnu ter po Martinezu in Harbaughu	39
		3.2.6.2 Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa	43
4	ZA	KLJUČKI	49
V	IRI .		51

## KAZALO SLIK

Slika 1: Zrnavostni krivulji	. 22
Slika 2: Egiazaroffov korekcijski faktor za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu	. 26
Slika 3: Egiazaroffov korekcijski faktor za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh	. 27
Slika 4: Egiazaroffov korekcijski faktor za S-granulacijo, delitev po van Rijnu	. 28
Slika 5: Egiazaroffov korekcijski faktor za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh	. 28
Slika 6: Delež frakcij v suspenziji za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu	. 40
Slika 7: Delež frakcij v suspenziji za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh	. 41
Slika 8: Delež frakcij v suspenziji za S-granulacijo, delitev po van Rijnu	. 42
Slika 9: Delež frakcij v suspenziji za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh	. 42
Slika 10: Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa za linearno granulacijo	. 45
Slika 11: Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa za S-granulacijo	. 46
Slika 12: Algoritem računa po večfrakcijskem in enofrakcijskem pristopu	. 48

## **KAZALO PREGLEDNIC**

Preglednica 1: Delitev na frakcije po van Rijnu in verjetnost pojava posamezne frakcije
Preglednica 2: Lastnosti materiala
Preglednica 3: Delitev na frakcije po van Rijnu
Preglednica 4: Delitev na frakcije po Martinez in Harbaugh
Preglednica 5: Parameter zrna in kritična strižna hitrost ob dnu pri različnih izbirah srednjega zrna
frakcij za material z linearno granulacijo
Preglednica 6: Parameter zrna in kritična strižna hitrost ob dnu pri različnih izbirah srednjega zrna
frakcij za material z S-granulacijo
Preglednica 7: Odstopanje vrednosti parametra zrna in kritične strižne hitrosti ob dnu za različna
materiala
Preglednica 8: Parameter mobilnosti, delitev po van Rijnu
Preglednica 9: Parameter mobilnosti, delitev po Martinez in Harbaugh
Preglednica 10: Kritične strižne hitrosti ob dnu, delitev po van Rijnu
Preglednica 11: Kritične strižne hitrosti ob dnu, delitev po Martinez in Harbaugh
Preglednica 12: Strižne hitrosti ob dnu za linearno granulacijo
Preglednica 13: Strižne hitrosti ob dnu za S-granulacijo
Preglednica 14: Transportni parameter za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu
Preglednica15: Transportni parameter za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh 34
Preglednica 16: Transportni parameter za S-granulacijo, delitev po van Rijnu
Preglednica 17: Transportni parameter za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh35
Preglednica 18: Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] pri linearni granulaciji, delitev po van Rijnu 36
Preglednica 19: Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] pri linearni granulaciji, delitev po Martinez in
Harbaugh
Preglednica 20: Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] pri S-granulaciji, delitev po van Rijnu
<b>Preglednica 21:</b> Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] pri S-granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh
Preglednica 22: Delež lebdečega materiala [%] pri linearni granulaciji, delitev po van Rijnu
Preglednica 23: Delež lebdečega materiala [%] pri linearni granulaciji, delitev po Martinez in
Harbaugh
Preglednica 24: Delež lebdečega materiala [%] pri S-granulaciji, delitev po van Rijnu
Preglednica 25: Delež lebdečega materiala [%] pri S-granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh 38
Preglednica 26: Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] in delež lebdečega materiala [%] pri
enofrakcijskem pristopu, linearna granulacija
Preglednica 27: Referenčna koncentracija [m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ] in delež lebdečega materiala [%] pri
enofrakcijskem pristopu, S-granulacija

Preglednica 28: Referenčna koncentracija, material z linearno granulacijo	. 44
Preglednica 29: Referenčna koncentracija, material z S-granulacijo	. 44

## OKRAJŠAVE IN SIMBOLI

a	referenčna globina, privzamemo vrednost H/10 pri čemer je H globina vode
Α	tlorisna površina obravnavane celice
В	spodaj (bottom)
<i>C</i> ′	Chézyjev koeficient, odvisen od zrnavosti plavin
С	koncentracija poljubnega nekonservativnega onesnažila, koncentracija plavin
$C_0$	koncentracija v celici v prejšnjem časovnem koraku
$C_{ae}$	Referenčna koncentracija celotnega materiala pri dani hitrosti
$C_{aei}$	Referenčna koncentracija posamezne frakcije pri dani hitrosti
$c_p$	specifična toplota
$D_*$	parameter zrna plavin
$D_{16}$	premer zrna plavin, od katerega je manjših 16 % zrn
$D_{50}$	srednji premer zrna (premer zrna plavin, od katerega je manjših 50 % zrn)
$D_{84}$	premer zrna plavin, od katerega je manjših 84 % zrn
$D_{90}$	premer zrna plavin, od katerega je manjših 90 % zrn
$D_h$	difuzijski koeficient v horizontalni smeri
$D_i$	premer srednjega zrna posamezne frakcije
$D_s$	reprezentativni premer zrna
$D_v$	difuzijski koeficient v vertikalni smeri
f	parameter Coriolisove sile
g	težnostni pospešek
h	debelina posameznega sloja
$h_a$	gladina vode v površinskem sloju
$k_{por}$	koeficient poroznosti oziroma zbitosti
$M_i^d$	vpliv disperzije
$M_i^a$	vpliv advekcije
$M_T^s$	vpliv usedanja delcev iz celice nad obravnavano
Ν	število horizontalnih slojev v z smeri
$N_h$	koeficient horizontalne turbulentne viskoznosti
$N_{v}$	koeficient vertikalne turbulentne viskoznosti
р	tlak
$p_a$	atmosferski tlak na površini vode
$p_i$	verjetnost pojava posamezne frakcije
$q_b$	skupni transport materiala
$q_{b,i}$	transport materiala posamezne frakcije
R	penetracija kratkovalovnega sevanja preko vodne gladine

$R_b$	hidravlični radij, ki ga lahko aproksimiramo z globino H
S	slanost
SRC	izvorno/ponorni člen
S <sub>s</sub>	relativna gostota delcev plavin
t	čas
Т	temperatura, transportni parameter, zgoraj (top)
$T_i$	transportni parameter posamezne frakcije
и	komponenta hitrosti v x smeri
ū	povprečena hitrost po vertikalni
$u_{b,w}$	strižna hitrost ob dnu zaradi vpliva valovanja
$u_{*}^{'}$	strižna hitrost ob dnu zaradi vpliva tokov
$u_{*,cr}$	kritična strižna hitrost ob dnu
v	komponenta hitrosti v y smeri
$V_{cell}$	volumen obravnavane celice
$v_k$	kinematična viskoznost vode
Vol	prostornina celotnega prenešenega materiala
$Vol_{ks}$	prostornina posamezne frakcije prenesenega materiala
W	vertikalna hitrost
W, E, S, N	smeri (W - zahod, E - vzhod, S - jug, N - sever)
W <sub>b</sub>	komponenta hitrosti v $z$ smeri na spodnjem robu kontrolnega volumna
$W_s$	sedimentacijska hitrost (hitrost usedanja delcev plavin)
W <sub>so</sub>	sedimentacijska hitrost brez upoštevanja vpliva koncentracije lebdečih plavin na
	hitrost usedanja
W <sub>t</sub>	komponenta hitrosti v z smeri na zgornjem robu kontrolnega volumna
<i>x,y,z</i>	koordinatne smeri
$Z_{s}$	višina vodne gladine
$\mathcal{E}_{ks}$	delež posamezne frakcije v prostornini celotnega materiala
ζ	kota gladine v obravnavanem času
$ heta_c$	parameter mobilnosti
$\xi_i$	Egiazaroff korekcijski faktor
ρ	gostota
$ ho_s$	gostota plavin
$\sigma_s$	geometrijska standardna deviacija
$ au_{bx}$	strižna napetost na dnu spodnjega sloja vode zaradi hrapavosti v $x$ smeri
$ au_{by}$	strižna napetost na dnu spodnjega sloja vode zaradi hrapavosti v y smeri
$ au_{bw}$	strižne napetosti ob dnu zaradi vpliva valovanja
$ au_{wx}$	strižna napetost na površini zaradi vetra v x smeri

strižna napetost na površini zgornjega sloja vode zaradi vetra v y smeri

 $au_{wy}$ 

#### 1 UVOD

#### 1.1 Opis problema

Transport plavin lahko opišemo kot gibanje trdih delcev znotraj tekočine, do katerega pride zaradi delovanja gravitacijske sile ali sil, ki so posledica gibanja tekočine. Pojav navadno opazujemo v naravnih sistemih, kjer so trdi delci kamnine, tekočina pa voda, zrak ali led. Zgodovinsko gledano se je želja po napovedovanju transporta plavin pojavila zaradi potrebe po zagotovitvi nemotenega transporta plovil v rekah in estuarjih (Gilmour in sod., 1992).

Tradicionalno so se s transportom sedimentov in plavin ukvarjali znanstveniki in inženirji, primarno z vidika erozije in odlaganja sedimentov, navigacije in obrambe pred poplavami. V zadnjih letih pa se je pojavila želja po preučevanju drugih vidikov dinamike sedimentov v priobalnem morju in rečnih ustjih, vključujoč dolgoročne geomorfološke procese, stabilnost obal in rečnih ustij ter transport na delce vezanih toksičnih kovin in strupenih odpadov. Zaradi tega so se pojavile težnje po boljšem razumevanju transportnih procesov lebdečih plavin in zmožnosti modeliranja teh procesov. Natančno numerično modeliranje napovedi tokov lebdečih plavin nam omogoča učinkovito okoljsko načrtovanje in upravljanje, postavitev ekonomsko sprejemljivih poplavnih zaščit ter izbiro primernih ukrepov za zagotovitev transporta plovil (Lin in Falconer, 1996).

Transport plavin se začne, ko hitrost vode v vodni masi (rekah, morjih itd.) pri dnu dovolj naraste, da trde delce iz dna premakne v gibanje. Delci se na začetku gibljejo tako, da drsijo, se kotalijo po dnu ali poskakujejo (saltacije); to so rinjene plavine. Če hitrost raste še naprej, delci vstopijo v suspenzijo; takrat govorimo o lebdečih plavinah. Avtorji, ki so se ukvarjali z vstopom trdih delcev v suspenzijo, so ugotovili, da je odvisen od razlike dejanske strižne napetosti ob dnu zaradi tokov in valov ter kritične strižne napetosti, ki je funkcija velikosti sedimentnih zrn in njihove gostote. Dokler je hitrost dovolj velika, se suspenzija premika v smeri toka vodne mase. Ko hitrost vodne mase upade, se delci iz suspenzije začnejo odlagati na dno. Glavni parameter, ki opisuje odlaganje, je hitrost usedanja delcev. Ta je odvisna od lastnosti trdih delcev in tekočine: vplivajo gostota sedimentov, oblika zrn in viskoznost tekočine. Za natančno modeliranje je potrebno izračunati transportni parameter, ki določa pogoje potrebne za resuspendiranje, transport in odlaganje premikajočih se plavin ter območja, kjer do procesov pride (Mihailovic in Gualtieri, 2010).

V preteklosti je bilo izdelanih mnogo modelov transporta plavin za simulacije razmer v rekah in rečnih ustjih, večinoma za nekohezivne materiale (van Rijn, 1986; Wang in Ribberink 1986; Lin in Falconer,

1996; Papanicolau in sod., 2008; O'Connor in Nicholson, 1988). Vendar pa je večina teh modelov veljavna samo za primere, kjer imamo enovito velikost zrn sedimentov, razmere ki jih v naravi težko najdemo. Z večanjem hitrosti toka in prekoračenjem kritičnih strižnih napetosti v suspenzijo najprej vstopijo finejše frakcije, medtem ko je za bolj grobe delce potrebna večja strižna napetost, da se začnejo gibati, najprej kot rinjene in kasneje kot lebdeče plavine. Ta pojav je dobro viden pri opazovanju obalnega pasu, kjer je sestava sedimentov heterogena zaradi spreminjajočih se hidrodinamičnih pogojev (Mihailovic in Gualtieri, 2010). Zato je za opis realnih razmer, kjer dno ni enovito, potrebno uporabiti multifrakcijski pristop k modeliranju.

V rekah, njihovih ustjih in morjih opazimo na dnu velike razlike velikosti zrn sedimenta v vertikalni smeri. Ta proces se imenuje vertikalno sortiranje, gre pa za vertikalno izmenjavo delcev med posameznimi sloji sedimenta. Vzrok je selektivni transport plavin, saj v suspenzijo najprej vstopijo finejše frakcije z nižjo kritično strižno napetostjo. Zaradi tega moramo tudi z modeli hkrati obravnavati celotno zrnavostno sestavo dna (multifrakcijski pristop), katerega delci imajo lahko različne velikosti tako v vertikalni kot v horizontalni smeri (van Rijn, 2006).

#### 1.2 Dosedanje delo

Razumevanje transporta sedimentov je ključno za napovedovanje gibanja plavin in onesnažil v površinskih vodah. Temelje sodobnih raziskav na področju transporta sedimentov so s svojimi deli postavili du Boys (1879), Einstein (1950) in Vanoni (1975). Van Rijn (1984a, 1984b, 1984c) je v svojih delih obravnaval mehanizem rinjenih in lebdečih plavin ter vpliv oblikovitosti dna na transport nekohezivnih plavin. Njegove študije so temeljile na transportu velikih delcev enovite zrnavosti (James in sod., 2010).

Prvotni modeli za napovedovanje transporta plavin so bili razviti za primere enovitega dna in so za račun transporta upoštevali polmer srednjega zrna  $d_{50}$ . To je enofrakcijski pristop, saj obravnavamo material dna kot eno celoto, t.j. eno frakcijo, ne glede na razlike v zrnavostni strukturi. Ker v večini naravnih okolij zrna sedimenta niso enakih velikosti, so rezultati teh modelov nenatančni. Modeliranja neenovite sestave dna pa se lahko lotimo na dva načina (van Rijn, 2006):

- Z uporabo enofrakcijske metode, kjer vzamemo reprezentativno zrno manjše kot d<sub>50</sub>. Izbira te metode je primerna za zrnavostne sestave, kjer ni velikih razlik v velikosti zrn.
- Z uporabo multifrakcijske metode. Ta metode je primerna za plavine, kjer so razlike v velikosti zrn velike.

Med številnimi modeli, ki so del različnih modelnih orodij, v nadaljevanju opisujemo samo tiste, ki so služili pri izdelavi diplomske naloge.

Multifrakcijski pristop k modeliranju transporta sedimentov uporablja program WAVE, ki sta ga na podlagi predhodnega dela naredila ter opisala Martinez in Harbaugh (1993). Program WAVE računa transport sedimentov z valovi in v rekah ter je del programske sheme SEDSIM, ki prestavlja združeni model sedimentnega transporta. Program uporablja štiri različne frakcije za opis transporta, sortiranje zrn pa je opisano kot funkcija premerov zrn in njihove gostote.

Lin in Falconer (1996) sta razvila tridimenzionalni enofrakcijski numerični model za napovedovanje transporta sedimentov. Njun model rešuje 3D hidrodinamične enačbe v *z* koordinatnem sistemu s hidrostatično aproksimacijo. Hitrostni profil v vertikalni smeri se računa po slojih, iz kontinuitetne enačbe pa se določi globina vode. Pri tem porazdelitev turbulentne viskoznosti računata z dvoslojnim modelom turbulence. Transport lebdečih delcev se izračuna z algoritmom na osnovi tridimenzionalne advekcijsko-difuzijske enačbe. Za reševanje enačb sta avtorja uporabila metodo kontrolnih volumnov in v času nastanka modela najhitreje delujočo numerično shemo (ULTIMATE QUICKEST), ki sta jo razvila sama na podlagi prej objavljenih del. Tudi model PCFLOW3D, razvit na UL FGG (ki ga bomo podrobno opisali v nadaljevanju), je doslej uporabljal isti princip računa transporta plavin.

Van Rijn (2006) je multifrakcijski pristop k modeliranju opisal razmeroma enostavno: sediment razdelimo na poljubno število frakcij in izračunamo stopnjo transporta vsake od teh frakcij posebej z uporabo obstoječega enofrakcijskega pristopa. Na koncu posamezne frakcije seštejemo, da dobimo skupno količino prenesenega materiala. Takšen načina uporablja tudi van Rijnov model TRANSPOR2004 (van Rijn, 2006), kjer lahko izbiramo med štirimi multifrakcijskimi pristopi. Ti se med seboj razlikujejo glede na različne načine izračuna brezdimenzijskega parametra strižne napetosti dna.

James in sod. (2010) so pri razvoju svojega modela izhajali iz dejstva, da večina obstoječih modelov pri kalibraciji izhaja iz rekonstrukcije že znanih dogodkov iz preteklosti, in zato ne omogočajo dobre modelske napovedi. V večini primerov je vzrok nenatančnih modelskih napovedi uporaba koncentracij plavin za napoved odnašanja in nanašanja materiala. Avtorji trdijo, da je potrebno za pravilno modelsko napoved odnašanje in nanašanje zapisati kot funkciji karakteristik sedimenta in hidrodinamičnih spremenljivk. Jamesov model za napovedovanje transporta sedimentov se imenuje Sandia National Laboratories EFDC (SNL-EFDC). Gre za združitev obstoječega hidrodinamičnega modela EFDC in algoritmov sedimentne dinamike SEDZLJ, ki so jih razvili Ziegler, Lick in Jones (Jones, 2001).

Na Katedri za mehaniko tekočin UL FGG je bil razvit model PCFLOW3D. Gre za tridimenzionalni baroklini matematični model, ki je v osnovi sestavljen iz hidrodinamičnega in transportnodisperzijskega modula (Četina, 1992). Kasneje sta bila modelu dodana še sedimentacijski (Žagar, 1999) in biogeokemični modul (Žagar in sod., 2007). Sedimentacijski modul nam omogoča račun koncentracij lebdečih plavin in debeline nanosa oziroma erozije v vseh vrstah površinskih voda. Z obstoječim modelom PCFLOW3D lahko torej izračunamo količino transporta sedimentov, resuspendiranje in odlaganje materiala ter debelino erozije in usedanja. Pomanjkljivost obstoječega modela je, da za račun uporablja enofrakcijski pristop in je zato njegova natančnost vprašljiva, še posebej v razmerah, kjer imamo večje razlike med velikostmi zrn sedimentov.

#### 1.3 Hipoteza in cilji naloge

Model PCFLOW3D je mogoče nadgraditi z enačbami za večfrakcijski pristop modeliranja transporta plavin. Takšen način modeliranja zagotavlja večjo natančnost izračunov, predvsem pri sedimentih z močno raznoliko zrnavostno strukturo. Takšna dopolnitev modela PCFLOW3D bi predstavljala pomembno pridobitev pri napovedovanju gibanja sedimentov in plavin, hkrati pa tudi izboljšanje računa prenosa onesnažil, adsorbiranih na delce plavin.

V diplomski nalogi bomo predstavili obstoječi model PCFLOW3D in vgrajeni način računa transporta plavin. Natančno bomo predstavili dosedanje omejitve modela in predlagali spremembe in izboljšave. Poiskali bomo najprimernejše metode, ki jih uporabljajo drugi znani večfrakcijski modeli in jih med seboj primerjali. S primerjavo modela PCFLOW3D in večfrakcijskih modelov bomo ugotovili potrebne spremembe v modelu pri prehodu k večfrakcijskem pristopu računa transporta plavin.

V diplomski nalogi bomo torej preizkusili možnosti za nadgradnjo obstoječega sedimentacijskega modula modela PCFLOW3D, da bo mogoče pri računu količine transporta sedimentov uporabiti multifrakcijski pristop. Pri tem želimo slediti zamisli van Rijna (2006) ter po delitvi materiala na frakcije transport vsake od njih posebej izračunati z obstoječim enofrakcijskim modelom, na koncu pa količine prenesenega materiala sešteti, da bi dobil skupni transport sedimentov.

Glavni cilji naloge so:

- Pregledati in spoznati sedimentacijski modul obstoječega modela PCFLOW3D,
- izdelati enostaven večfrakcijski model transporta plavin na podlagi pregledane literature,
- primerjati izdelani večfrakcijski model z obstoječim enofrakcijskim modelom PCFLOW3D,
- predlagati potrebne spremembe modela PCFLOW3D pri prehodu na večfrakcijski pristop računa transporta sedimentov.

#### 2 MODEL PCFLOW3D

PCFLOW3D je tridimenzionalni baroklini matematični model, ki je bil razvit na Katedri za mehaniko tekočin na UL, Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo. Spada med modele s hidrostatično aproksimacijo in v vertikalni smeri uporablja *z*-sloje. Osi *x* in *y* predstavljata horizontalno, os *z* pa vertikalno smer. Model je sestavljen iz hidrodinamičnega (HD), transportno-disperzijskega (TD), sedimentacijskega (SD) in biogeokemičnega (BGK) modula. Posamezni moduli so podrobno opisani v literaturi: Rajar in sod. (1997), Širca in sod. (1999), Žagar (1999), Četina in sod. (2000), Rajar in sod. (2004) ter Žagar in sod. (2007).

#### 2.1 Hidrodinamični modul

S HD modulom določamo polja hitrosti, potek gladine, tlake in gostoto vode zaradi neenakomerne porazdelitve temperature in slanosti. Koeficiente turbulentne viskoznosti in turbulentne difuzije računamo z vgrajenimi modeli turbulence (Mellor in Yamada, 1982, Smagorinsky, podrobno opisano v Kovšca, 2007). Osnovne enačbe HD modula so opisane v nadaljevanju.

#### 2.1.1 Osnovne enačbe

Enačbe, ki jih rešujemo s hidrodinamičnim modulo, so:

#### 1. Kontinuitetna enačba

o za posamezen sloj debeline h, razen za površinskega

$$\frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} + w_t - w_b = 0 \tag{2.1}$$

kjer je:

и	komponenta hitrosti v x smeri
v	komponenta hitrosti v y smeri
$w_b$	komponenta hitrosti v $\boldsymbol{z}$ smeri na spodnjem robu kontrolnega volumna
W <sub>t</sub>	komponenta hitrosti v $\boldsymbol{z}$ smeri na zgornjem robu kontrolnega volumna
h	debelina posameznega sloja
<i>x,y,z</i>	koordinatne smeri

o kinematični robni pogoj za površinski sloj

$$\frac{\partial h_a}{\partial t} = \sum_{K=1}^{N} \left( \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} \right)$$
(2.2)

kjer je:

Ν	število horizontalnih slojev v $z$ smeri
$h_a$	gladina vode v površinskem sloju
t	čas

#### 2. Dinamična enačba

 $\circ$  v x smeri

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} + \frac{\partial(huw)}{\partial z} =$$

$$= +fvh - \frac{h\partial p}{\rho\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hN_h \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(hN_h \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(hN_v \frac{\partial u}{\partial z}\right) + \frac{1}{\rho} \tau_{wx} - \frac{1}{\rho} \tau_{bx}$$
(2.3)

• v y smeri

$$\frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(hv^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} + \frac{\partial(huw)}{\partial z} =$$
$$= -fuh - \frac{h\partial p}{\rho\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hN_h \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(hN_h \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(hN_v \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{1}{\rho} \tau_{wy} - \frac{1}{\rho} \tau_{by}$$
(2.4)

o v z smeri

$$p = p_a + g \int_z^{z_s} \rho dz \tag{2.5}$$

kjer je:

8	težnostni pospešek
f	parameter Coriolisove sile
р	tlak
$p_a$	atmosferski tlak na površini vode
$N_h$	koeficient horizontalne turbulentne viskoznosti
$N_{v}$	koeficient vertikalne turbulentne viskoznosti
$Z_s$	višina vodne gladine
ρ	gostota
$ au_{wx}$	strižna napetost na površini zaradi vetra v x smeri

 $\tau_{wy}$ strižna napetost na površini zgornjega sloja vode zaradi vetra v y smeri $\tau_{bx}$ strižna napetost na dnu spodnjega sloja vode zaradi hrapavosti v x smeri $\tau_{by}$ strižna napetost na dnu spodnjega sloja vode zaradi hrapavosti v y smeri

#### 3. Advekcijsko-difuzijski enačbi

 $\circ$  za temperaturo T

$$\frac{\partial(hT)}{\partial t} + \frac{\partial(huT)}{\partial x} + \frac{\partial(hvT)}{\partial y} + \frac{\partial(hwT)}{\partial y} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left( hD_h \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( hD_h \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( hD_v \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial(hR)}{\rho c_p \partial z} \right)$$
(2.6)

o za slanost *s* 

$$\frac{\partial(hs)}{\partial t} + \frac{\partial(hus)}{\partial x} + \frac{\partial(hvs)}{\partial y} + \frac{\partial(hws)}{\partial y} =$$
  
=  $\frac{\partial}{\partial x} \left( hD_h \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( hD_h \frac{\partial s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( hD_v \frac{\partial s}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial(hs)}{\partial t} \right)_{površje}$ (2.7)

kjer je:

Т	temperatura
S	slanost
$D_h$	koeficient turbulentne difuzije v horizontalni smeri
$D_v$	koeficient turbulentne difuzije v vertikalni smeri
R	penetracija kratkovalovnega sevanja preko vodne gladine
$c_p$	specifična toplota

Horizontalni in vertikalni difuzijski koeficient  $D_h$  in  $D_v$  sta s turbulentno viskoznostjo povezana preko Prandtlovega ( $\sigma_T$ ) in Schmidtovega ( $\sigma_S$ ) števila, ki se običajno gibljeta med 0,5 in 1,0, veljata pa relaciji

$$D_h = \frac{N_h}{\sigma_T} \quad oz. \quad D_h = \frac{N_h}{\sigma_S} \tag{2.8}$$

$$D_{\nu} = \frac{N_{\nu}}{\sigma_T} \quad oz. \quad D_{\nu} = \frac{N_{\nu}}{\sigma_S} \tag{2.9}$$

Advekcijsko-difuzijski enačbi spadata v TD modul, ki je opisan v nadaljevanju. V modelu PCFLOW3D pa sta obravnavani tudi v HD modulu, saj porazdelitev temperature in slanosti vpliva na

gostoto, ta pa nazaj na hidrodinamične količine. Zato moramo celoten sistem enačb v modelu reševati sočasno (Žagar, 1999).

4. Enačba stanja

$$\rho = \rho(T, s, C) \tag{2.10}$$

kjer je:

C koncentracija poljubnega nekonservativnega onesnažila

2.1.2 Modeli turbulence in stratifikacija

Turbulenca je posledica delovanja strižnih sil med posameznimi sloji tekočine ter med tekočino in dnom. Turbulenca vpliva na določanje hitrostnega polja, tlakov in višine vode. Njen vpliv lahko na podlagi koeficientov turbulentne viskoznosti in turbulentne difuzije opišemo z modeli turbulence. V modelu PCFLOW3D so koeficienti turbulentne viskoznosti in difuzije obravnavani posebej za vertikalno in horizontalno smer, saj se v plitvem priobalnem morju, kjer je velika razlika med globino in horizontalnima dimenzijama območja, koeficienti v vertikalni in horizontalni smeri razlikujejo za red velikosti ali več (Žagar, 1999).

Poznamo več modelov turbulence, ki se razlikujejo glede na uporabljen princip določanja parametrov in primernost za uporabo v modelih. Nekateri modeli so se izkazali za premalo natančne, zato se njihova uporaba opušča. Med te sodijo modeli brez transportnih enačb, kjer so vrednosti koeficientov turbulentne viskoznosti in difuzije konstantne in podane v vertikalni in horizontalni smeri, določene pa na podlagi meritev ali umerjanja (Koutitas in O'Connor, 1980, cit. po Martinčič, 2011).

V modelu PCFLOW3D je bil prvotno vgrajen Koutitasov model turbulence, kjer je turbulentni tok izražen s kinetično energijo. Gre za model z eno transportno enačbo, ki se uporablja predvsem za račun koeficientov v vertikalni smeri. Če želimo bolj natančne rezultate, moramo uporabiti modele z dvema transportnima enačbama med katere spadata npr. modela Mellor-Yamada (1982) in *k*- $\varepsilon$ . Model *k*- $\varepsilon$  se veliko uporablja na področju 2D in 3D tokov. Vgrajen je v model PCFLOW2D, medtem ko v model PCFLOW3D še ni bil vgrajen (Kovšca, 2007).

V modelu PCFLOW3D se za določanje koeficientov v vertikalni smeri uporablja model z dvema transportnima enačbama (Mellor-Yamada, 1982), za določanje koeficientov v horizontalni smeri pa se uporablja model Smagorinsky-horizontalno (Žagar in sod., 2007; Kovšca, 2007; Dorić, 2008). V fazi

preizkušanja je tudi model Smagorinsky-vertikalno, ki je najnovejši model vgrajen v PCFLOW3D. Podroben opis modela in z njim opravljene testne simulacije so podrobneje opisane v Kovšca (2007). Vsi našteti modeli turbulence so podrobno opisani v literaturi (Kovšca, 2007; Dorić, 2008), zato jih tukaj ne razlagamo.

Koeficiente turbulentne viskoznosti in difuzije v vertikalni smeri lahko določamo tudi na podlagi izračunov po parabolični ali parabolično-konstantni porazdelitvi. Pri paraboličnem razporedu (npr. model Koutitas in O'Connor, 1980) so v sedimentacijskem modulu izračunane koncentracije plavin na površini toka enake nič, kar ne ustreza dejanskemu stanju v naravi. Bolj natančna je parabolično-konstantna porazdelitev, kjer je v spodnji polovici vodnega stolpca odvisnost parabolična, na polovici doseže največjo vrednost in je nato vse do gladine konstantna (Lin in Falconer, 1996). Med tema modeloma je mogoče izbirati tudi v sedimentacijskem modulu modela PCFLOW3D (Žagar, 1999).

Pri modeliranju je vpliv stratifikacije oziroma vzgonskih efektov zelo pomemben. Vertikalna koeficienta turbulentne viskoznosti oziroma difuzije se lahko v primeru stabilne stratifikacije bistveno zmanjšata. Stopnja stratifikacije je v modeli PCFLOW3D opisana z Richardsonovim številom  $R_i$  (Četina, 1992).

#### 2.1.3 Metoda reševanja

Za reševanje enačb uporabljamo izpeljanko numerične metode končnih razlik, imenovano metoda kontrolnih volumnov. Definicijsko območje v horizontalni smeri razdelimo na mrežo celic z dimenzijami  $\Delta x$  in  $\Delta y$ , v vertikalni smeri pa na posamezne sloje. V vertikalni smeri so v modelu uporabljene z-koordinate, pri katerih imajo vsi sloji, razen površinskega, ves čas konstantno debelino h, ta pa je lahko od sloja do sloja različna. Izjema je površinski sloj, pri katerem se debelina  $h_a$  spreminja časovno in krajevno (Četina, 1992).

Numerična mreža je premaknjena v horizontalni in vertikalni smeri. Z reševanjem kontinuitetne enačbe, dinamične enačba ter kinematičnega robnega pogoja za površinski sloj se na premaknjenih pozicijah določijo komponente hitrosti u, v in w. Izračunane hitrosti vstavimo v advekcijsko-difuzijske enačbe, ki določajo porazdelitev temperature T, slanosti s ali koncentracije poljubnega onesnažila C. Te spremenljivke se tako kot tlak p ter gladina vode v površinskem sloju  $h_a$  računajo v središču kontrolnih volumnov. Porazdelitev temperature in slanosti vpliva na gostoto vode in s tem tudi na hitrostno polje, zato se pri računu hitrosti v vsaki novi iteraciji upošteva spremenjena gostota vode (Četina, 1992).

Pri reševanju je pomembna pravilna izbira števila in debelina slojev. S pravilno izbiro debeline slojev lahko razmeroma natančno opišemo geometrijo definicijskega območja modeliranja, od izbire debeline slojev pa sta močno odvisna tudi točnost računa robnih pogojev na prosti gladini in ob dnu ter računski čas. Teoretično bi bilo najbolj natančno, če bi računali s čim več zelo tankimi enako debelimi sloji, vendar to pomeni občutno povečanje računskega časa (Žagar, 1999).

Diferencialne enačbe nato pretvorimo v diferenčne tako, da jih integriramo znotraj kontrolnih volumnov. Za diskretizacijo v posamezni smeri je bila v modelu PCFLOW3D prvotno vgrajena hibridna shema, ki spada med numerične sheme prvega reda točnosti. Zaradi večje natančnosti je bila hibridna shema kasneje nadomeščena z natančnejšo numerično shemo QUICK drugega reda točnosti (Žagar in sod., 2007).

#### 2.2 Transportno disperzijski modul

#### 2.2.1 Osnovna enačba

HD modul modela PCFLOW3D vsebuje dve advekcijsko-difuzijski enačbi, ki sta bili prvotno namenjeni računu transporta in disperzije dveh aktivnih konservativnih onesnažil, temperature in slanosti. V primeru stratificiranega stanja sta enačbi že uporabljeni za izračun slanosti in temperature, zato potrebujemo za račun transporta in disperzije drugih onesnažil dodatne enačbe. V TD modul so bile dodatno vgrajene tri advekcijsko-difuzijske enačbe. Osnovna enačba za koncentracijo poljubnega nekonservativnega onesnažila C je (Žagar, 1999):

$$\frac{\partial(hC)}{\partial t} + \frac{\partial(huC)}{\partial x} + \frac{\partial(hvC)}{\partial y} + \frac{\partial(hwC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( hD_h \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( hD_h \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( hD_v \frac{\partial C}{\partial z} \right) + SRC$$
(2.11)

kjer je:

h	debelina obravnavanega sloja	
и, v	horizontalne komponente hitrosti v posameznem sloju	
w	vertikalna hitrost	
$D_h$	difuzijski koeficient v horizontalni smeri	
$D_{v}$	difuzijski koeficient v vertikalni smeri	
С	koncentracija poljubnega nekonservativnega onesnažila	
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	koordinatne smeri	
SRC	izvorno/ponorni člen	
t	čas	

Pri konservativnih onesnažilih izvorno/ponornega člena SRC ne upoštevamo (Žagar, 1999).

#### 2.2.2 Metoda reševanja

Advekcijsko-difuzijsko enačbo za aktivna onesnažila rešujemo v sklopu HD modula, saj aktivna onesnažila vplivajo na gostoto vode in s tem na hidrodinamične količine. Za pasivna onesnažila pa enačbo rešujemo v sklopu TD modula, pri čemer imamo na voljo dve metodi. Prva je v poglavju 2.1.3 opisana metoda kontrolnih volumnov (MKV), druga pa je metoda sledenja delcev (MSD). Navadno se pri problemih, s katerimi se ukvarja mehanika tekočin, uporablja MKV, pri širjenju nekaterih onesnažil (npr. nafte) pa MSD zagotavlja elegantnejšo rešitev enačbe in boljšo fizikalno predstavo (Žagar, 1999). MSD je Langrangeova metoda, pri kateri preučujemo delce tekočin, ki jim določimo začetne vrednosti izbranih parametrov (položaj, hitrost, masa itd) ter z njimi potujemo po prostoru. Pri tem preučujemo časovne spremembe vektorskih in skalarnih količin pri prehodu z enega na drugi delec (Širca, 1992).

Pri modeliranju nestacionarnih in dolgotrajnih procesov z MSD se je pokazalo, da se računski čas močno podaljša, zato za račun uporabljamo MKV (Žagar, 1999). MSD so neprimerne tudi za ploskovne in prostorske izvore onesnaženja (npr. resuspendiranje sedimenta, biološki procesi v vodnem stolpcu), zato jih pri takšnih simulacijah ne uporabljamo.

#### 2.3 Sedimentacijski modul

S sedimentacijskim modulom na podlagi rezultatov HD in TD modula računamo premikanje neraztopljenih materialov na dnu in v vodnem stolpcu. Določamo območja, na katerih pride do usedanja, dvigovanja in transporta materiala, ter količino materiala, ki se pri tem prenese.

Transport snovi zaradi advekcije in disperzije je tridimenzionalen proces. V preteklosti je bila večina sedimentacijskih modelov dvodimenzionalnih v horizontalni smeri. Rezultat dvodimenzionalnega modela je globinsko povprečena koncentracija lebdečih plavin, koncentracije ob dnu in debelino odnešenega oziroma odloženega materiala pa izračunamo z dodatnimi empiričnimi enačbami. Za delovanje takšnih modelov potrebujemo manj podatkov, rezultati pa so lahko še vedno dokaj točni. Kadar imamo opraviti s tokom, kjer se razmere hitro spreminjajo, ali pa je oblika definicijskega območja zelo nepravilna, je bolj smiselna uporaba tridimenzionalnega modela s katerim lahko porazdelitev plavin po globini ter debelino odnešenega oziroma nanešenega materiala ob dnu izračunamo neposredno iz koncetracij ob dnu (Žagar, 1999).

Obstoječi sedimentacijski modul modela PCFLOW3D upošteva vpliv tokov in valovanja na strižne napetosti ob dnu. Običajno kombiniran vpliv tokov in valovanja povzroča resuspendiranje (vračanje že usedlih se delcev z dna v suspendirano obliko zaradi strižnih sil, ki nastanejo med gibajočo se vodo in dnom). Z obstoječim modelom lahko računamo transport nekohezivnih delcev plavin v različnih vodnih telesih (Žagar, 1999).

Največja omejitev modela PCFLOW3D je, kot že omenjeno, uporaba enofrakcijskega pristopa za račun transporta delcev plavin. Opisane enačbe in način računanja se torej nanašata na obstoječi model, katerega želimo izboljšati z uporabo večfrakcijskega pristopa in s tem povečati natančnost modeliranja. Predlogi sprememb modela pri prehodu na večfrakcijski pristop računanja so opisani v nadaljevanju (poglavje 3).

#### 2.3.1 Osnovne predpostavke

Pri računu transporta in koncentracije lebdečih plavin z modelom PCFLOW3D morajo biti izpolnjene naslednje predpostavke (Žagar, 1999):

- Sediment na dnu je sestavljen in enakega materiala kot lebdeče plavine, na razpolago je neomejena količina sedimenta. Zato je resuspenzija vedno mogoča in na dnu nikoli ne naletimo na trdno podlago,
- dno je sestavljeno iz nesprijetih delcev, zato erozija ni odvisna od kohezijskih sil,
- odnašanje oziroma nanašanje materiala ob dnu je dovolj majhno, da ne spreminja lastnosti toka,
- koncentracija lebdečih plavin je dovolj majhna, da ne vpliva na lastnosti vode in toka, vpliva pa na hitrost usedanja delcev,
- pri 3D modelih uporabljamo najnatančnejše podatke, ki jih imamo. Nekatere enačbe upoštevajo povprečne hitrosti po globini. Slednje lahko zamenjamo z dejanskimi hitrostmi v pridnenem sloju, ki jih izračunamo s 3D HD modelom.

#### 2.3.2 Osnovna enačba

Osnovna tridimenzionalna advekcijsko-difuzijska enačba za račun lebdečih plavin v posameznem sloju debeline h je povzeta po van Rijnu (1993).

$$\frac{\partial(hC)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(huC) + \frac{\partial}{\partial y}(hvC) + \frac{\partial}{\partial z}((w - W_s)hC) = = \frac{\partial}{\partial x}\left(hD_h\frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(hD_h\frac{\partial C}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(hD_v\frac{\partial C}{\partial z}\right)$$
(2.12)

#### kjer je:

h	debelina posameznega sloja
$D_h$	difuzijski koeficient v horizontalni smeri
$D_v$	difuzijski koeficient v vertikalni smeri
$W_s$	sedimentacijska hitrost (hitrost usedanja delcev plavin)
С	koncentracija lebdečih plavin
и, v	horizontalne hitrosti v posameznem sloju
W	vertikalna hitrost
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	koordinatne smeri

Pri reševanju zgornje enačbe je potrebno poznati razporeditev hitrosti usedanja  $W_s$ , ki je odvisna od parametrov toka in zrn plavin in upoštevati ustrezne robne pogoje. Postopek reševanja pa je enak kot za enačbe HD modula (Žagar, 1999).

Turbulentna viskoznost in difuzija imata pri majhnem razmerju med globino in površino obravnavanega področja (jezera, morja) veliko večji vpliv na točnost rezultatov simulacij v vertikalni smeri, zato je  $D_v$  potrebno določiti čim natančneje (Žagar, 1999). Prvotno je bila v modelu PCFLOW3D privzeta parabolično-konstantna porazdelitev  $D_v$ , pri kateri se koeficient v spodnji polovici vodnega stolpca razporeja po paraboli, od polovice do gladine pa je konstanten. Nadgradnja sistema nam tako sedaj omogoča, da lahko enačbo (2.12) rešujemo z ustreznejšimi vertikalnimi in horizontalnimi koeficienti, dobljenimi z modeloma Mellor-Yamada in Smagorinsky-horizontalno (Martinčič, 2011).

#### 2.3.3 Parametri usedanja in resuspendiranja delcev plavin

Za določanje hitrosti usedanja delcev W<sub>s</sub> potrebujemo naslednje podatke:

- Strukturo zrnavosti plavin (podatki  $D_{16}, D_{50}, D_{84}, D_{90}$ ),
- gostoto delcev plavin  $\rho_s$  in gostoto vode  $\rho_v$ ,
- vertikalno povprečene hitrosti toka, ki so rezultat računa HD modula,
- kinematično viskoznost vode υ<sub>k</sub>, ki je lahko konstantna ali pa odvisna od temperature (Žagar, 1999).

V modelu računamo z dejansko hitrostjo ob dnu, ki je dobimo s 3D modelom (hidrodinamičnim modulom). V tem se model razlikuje od van Rijnovih enačb (van Rijn, 1993), po katerih strižno hitrost ob dnu, ki je posledica delovanja tokov, izračunamo iz globinsko povprečnih hitrosti po enačbi:

$$u'_* = \left| \frac{\sqrt{g}}{C'} \bar{u} \right| \tag{2.13}$$

kjer je:

$u_{*}^{'}$	strižna hitrost ob dnu zaradi vpliva tokov
g	težnostni pospešek
<i>C</i> ′	Chézyjev koeficient, odvisen od zrnavosti plavin
ū	povprečena hitrost po vertikalni

Chézyjev koeficient izračunamo po enačbi:

$$C' = 18 \cdot \log\left(\frac{12 \cdot R_b}{3 \cdot D_{90}}\right) \tag{2.14}$$

kjer je:

 $R_b$ hidravlični radij, ki ga lahko aproksimiramo z globino H $D_{90}$ premer zrna plavin, od katerega je manjših 90 % zrn

V večjih vodnih telesih moramo pri računu strižnih hitrosti ob dnu upoštevati tudi vpliv strižnih napetosti zaradi valovanja. Pri tem upoštevamo princip superpozicije, kar pomeni, da smemo izračunane strižne hitrosti zaradi valovanja in tokov vektorsko sešteti. Za upoštevanje vpliva valovanja moramo poznati višino in periodo valovanja po celotni površini definicijskega območja v vsakem časovnem koraku.

Ti dve količini lahko približno določimo, če poznamo hitrost vetra in privetrišče, definirano kot razdalja med opazovano točko in najbližjo obalo v smeri, od koder piha veter (Žagar, 1999). Ta metoda pa je uporabna le kot prvi približek; metoda na območjih, kjer običajno modeliramo transport plavin, nima dobre fizikalne osnove, saj enačbe veljajo le za globoko vodo pri popolnoma razvitem valovanju. Če želimo dobiti bolj natančne rezultate, podatke o valovanju uvozimo v model PCFLOW3D iz ustreznih modelov valovanja (SWAN, SWAB, <u>http://www.swan.tudelft.nl/</u>). Postopek je v fazi preizkušanja v sodelovanju med UL FGG, ARSO in NIB.

Strižna hitrost zaradi valovanja je podana z enačbo:

$$u_{b,w} = \sqrt{\frac{\tau_{b,w}}{\rho}} \tag{2.15}$$

kjer je:

$u_{b,w}$	strižna hitrost ob dnu zaradi vpliva valovanja
$\tau_{b,w}$	strižne napetosti ob dnu zaradi vpliva valovanja
ρ	gostota

Hitrost usedanja delcev določimo po enačbah, ki jih je utemeljil van Rijn (1993):

$$W_{so} = \frac{1}{18} \cdot \frac{(s_s - 1) \cdot g \cdot D_s}{v_k}$$
 za  $D_s \le 100 \,\mu\text{m}$  (2.16)

$$W_{so} = 10 \frac{v_k}{D_s} \left\{ \left[ 1 + \frac{0.01 \cdot (s_s - 1) \cdot g \cdot D_s^3}{v_k^2} \right]^{0.5} - 1 \right\} \qquad \text{za } 100 \,\mu\text{m} \le D_s \le 1000 \,\mu\text{m}$$
(2.17)

$$W_{so} = 1,1 \cdot [(s_s - 1) \cdot g \cdot D_s]^{0,5} \qquad \text{za } D_s \ge 1000 \,\mu\text{m}$$
(2.18)

kjer je:

 $W_{so}$ sedimentacijska hitrost brez upoštevanja vpliva koncentracije lebdečih plavin na<br/>hitrost usedanja $s_s$ relativna gostota delcev plavin, določena kot razmerje med gostotama lebdečih plavin<br/>in vode $D_s$ reprezentativni premer zrna<br/>kinematična viskoznost vode

Reprezentativni premer zrna opisuje enačba:

$$\frac{D_s}{D_{50}} = 1 + 0.011(\sigma_s - 1)(T - 25)$$
(2.19)

kjer je:

$D_{50}$	srednji premer zrna (premer zrna plavin, od katerega je manjših 50 % zrn)
$\sigma_s$	geometrijska standardna deviacija
Т	transportni parameter

Določanje transportnega parametra je opisano v nadaljevanju (enačbi 2.24 in 3.12), geometrijsko standardno deviacijo pa določimo glede na granulometrično sestavo plavin:

$$\sigma_s = \left(\frac{D_{84}}{D_{50}} + \frac{D_{16}}{D_{50}}\right) \tag{2.20}$$

kjer je:	
$D_{16}$	premer zrna plavin, od katerega je manjših 16 % zrn
$D_{84}$	premer zrna plavin, od katerega je manjših 84 % zrn

Hitrost usedanja delcev se s povečevanjem koncentracije zmanjšuje, zato lahko končno hitrost usedanja delcev  $W_s$  zapišemo z enačbo (van Rijn, 1993):

$$W_{s} = (1 - 2,15 \cdot C) \cdot (1 - 0,75 \cdot C^{0,33}) \cdot W_{so}$$
(2.21)

kjer je:

C koncentracija plavin

### 2.3.4 Robni pogoji

Pri reševanju osnovne advekcijsko-difuzijske enačbe za transport lebdečih plavin moramo predpisati štiri vrste robnih pogojev:

- odprti rob

Kadar so hitrosti usmerjene navznoter, lahko na podlagi meritev ali izračunanih ravnotežnih koncentracij na odprtem robu določimo koncentracije na vtoku, kadar so usmerjene navzven pa se koncentracije določa z ekstrapolacijo.

- obalo

Odvod koncentracij pravokotno na obalo je enak nič.

- prosto gladino

Neto pretok v vertikalni smeri je enak nič, torej mora biti izpolnjena enačba (Žagar, 1999):

$$\left[W_s \cdot C + D_v \frac{\partial C}{\partial z}\right]_{\zeta} = 0 \tag{2.22}$$

kjer je:

 $\zeta$  kota gladine v obravnavanem času

- dno

Robni pogoj pri resuspenziji predstavlja referenčna koncentracija, ki je podana z enačbo (van Rijn, 1990):

$$C_{ae} = 0.015 \frac{D_{50} T^{1,5}}{a D_*^{0,3}}$$
(2.23)

kjer je:

$C_{ae}$	ravnotežna referenčna koncentracija
a	referenčna globina, privzamemo vrednost H/10 pri čemer je H globina vode
$D_*$	parameter zrna plavin

Transportni parameter dobimo iz strižnih hitrosti ob dnu (van Rijn, 1993):

$$T = \frac{\left(u_{*}^{'}\right)^{2} - \left(u_{*,cr}\right)^{2}}{\left(u_{*,cr}\right)^{2}}$$
(2.24)

kjer je:

$$u_{*,cr}$$
 kritična strižna hitrost ob dnu

Kadar je T > 0 pride do resusupendiranja odloženega materiala, v primeru da je T < 0 pa do usedanja delcev plavin na dno.

Kritična strižna hitrost ob dnu je odvisna od parametra mobilnosti  $\theta_c$ , relativne gostote plavin  $s_s$ , težnostnega pospeška g in srednjega premera zrn  $D_{50}$  (van Rijn, 1993):

$$u_{*,cr} = \sqrt{\theta_c \cdot (s_s - 1) \cdot g \cdot D_{50}} \tag{2.25}$$

kjer je:

 $\theta_c$  parameter mobilnosti, odvisen od parametra zrna  $D_*$ 

Postopek za račun parametra mobilnosti je natančno predstavljen v točki 3.2.4.3 z enačbami 3.8-3.10.

Parameter zrna določimo po enačbi:

$$D_* = D_{50} \left[ \frac{(s_s - 1)g}{v_k^2} \right]^{1/3}$$
(2.26)

2.3.5 Račun debeline odnešenega oziroma nanešenega materiala

V vsakem kontrolnem volumnu izračunamo masno bilanco vtoka in iztoka plavin po prostoru in času. Računamo po posameznih stolpcih od zgoraj navzdol. Pri tem upoštevamo advekcijo in disperzijo na vseh stičnih ploskvah s sosednjimi celicami ter usedanje iz zgornje celice v spodnjo celico. Količino lebdečih plavin v celici ob dnu primerjamo z maso, izračunano iz razlike empirično določene ravnotežne koncentracije  $C_{ae}$  in koncentracije v isti celici v prejšnjem časovnem koraku. Ko je ravnotežna koncentracija presežena, se pojavlja usedanje lebdečih plavin, v nasprotnem primeru pa se z dna resusupendira tolikšna količina sedimenta, da je v celici dosežena ravnotežna koncentracija (Žagar, 1999).

Maso plavin, ki prehaja iz obravnavane celice v zadnjem časovnem koraku v celico pod njo zaradi usedanja delcev, zapišemo kot (Žagar, 1999):

$$M_b^s = C_0 \cdot V_{cell} + M_W^a - M_E^a + M_S^a - M_N^a + M_B^a - M_T^a + M_W^d - M_E^d + M_S^d - -M_N^d + M_B^d - M_T^d + M_T^s$$
(2.27)

kjer je:

$C_0$	koncentracija v celici v prejšnjem časovnem koraku
$V_{cell}$	volumen obravnavane celice
$M_i^a$	vpliv advekcije
$M_i^d$	vpliv disperzije
$M_T^s$	vpliv usedanja delcev iz celice nad obravnavano
W, E, S, N	smeri (W - zahod, E - vzhod, S - jug, N - sever)
В	spodaj (bottom)
Т	zgoraj (top)

Masa plavin v posamezni celici ob dnu, izračunana iz ravnotežne koncentracije ob dnu, je (Žagar, 1999):

$$M^e = C_{ae} \cdot V_{cell} \tag{2.28}$$

kjer je:

 $C_{ae}$  izračunana ravnotežna koncentracija v celici

Masa resuspendiranega oziroma odloženega materiala je enaka razliki ( $M^e - M_b^s$ ), izračunani v celici ob dnu. Debelino erozije oziroma nanosa v obravnavani celi v posameznem časovnem koraku pa izračunamo po enačbi (Žagar, 1999):

$$E_r = \frac{M^e - M_b^s}{\rho_s \cdot A \cdot k_{por}}$$
(2.29)

kjer je:

$ ho_s$	gostota plavin
Α	tlorisna površina obravnavane celice
k <sub>por</sub>	koeficient poroznosti oziroma zbitosti

Pozitiven predznak v zgornji enačbi pomeni erozijo, negativen pa nanos materiala.

### 2.4 Biogeokemični modul

Biogeokemični modul je bil razvit z namenom simulacije pretvorb in kroženja živega srebra v Sredozemskem morju. Z BGK modulom je mogoče modelirati transport treh vrst živega srebra (elementarno živo srebro, nemetilirano živo srebro, monometil živo srebro), posamezne zvrsti pa se lahko nahajajo v raztopljeni, plinasti ali partikularni obliki ter v planktonu. Osnovni modul je opisan v literaturi (Rajar in sod., 1997; Širca in sod. 1999a; Rajar in sod., 2000), njegova nadgradnja in uporaba pri modeliranju v Sredozemskem morju pa sta podrobno opisani v Žagar in sod. (2007).

## **3 VEČFRAKCIJSKI MODEL**

#### 3.1 Opis različnih pristopov

V splošnem se večfrakcijskega modeliranja transporta plavin lotimo tako, da sediment razdelimo na določeno število frakcij in izračunamo transport vsake frakcije z uporabo obstoječega enofrakcijskega modela. Pri tem zamenjamo srednji premer materiala s srednjim premerom posamezne frakcije, kjer upoštevamo korekcijski faktor, s katerim zajamemo vpliv neenakomernosti zrn. Skupni transport materiala izračunamo tako, da seštejemo prispevke posameznih frakcij z upoštevanjem verjetnosti pojava posamezne frakcije (van Rijn, 2006):

$$q_b = \sum p_i \cdot q_{b,i} \tag{3.1}$$

kjer je:

$q_b$	skupni transport materiala
$p_i$	verjetnost pojava posamezne frakcije
$q_{b,i}$	transport materiala posamezne frakcije

Van Rijn pri razdelitvi materiala na posamezne frakcije upošteva simetrično porazdelitev velikosti, kjer srednjim zrnom posameznih frakcij pripiše verjetnost pojava te frakcije po Gaussovi distribuciji. Delitev na frakcije po van Rijnu je prikazana v preglednici 1, kjer d<sub>i</sub> pomeni premer srednjega zrna posamezne frakcije, d je srednje zrno materiala ( $d=d_{50}$ ), p<sub>i</sub> pa je verjetnost pojava posamezne frakcije. Tako dobljeni skupni transport materiala po večfrakcijskem pristopu lahko nato primerjamo z rezultati dobljenimi po enofrakcijskem pristopu modeliranja.

Ν	di	рі
1	0,5*d	0,05
2	0,666*d	0,15
3	0,8*d	0,2
4	1*d	0,2
5	1,25*d	0,2
6	1,5*d	0,15
7	2*d	0,05

Preglednica 1: Delitev na frakcije po van Rijnu in verjetnost pojava posamezne frakcije

Podoben pristop k večfrakcijskem modeliranju transporta sta opisala tudi Martinez in Harbaugh (1993) in ga uporabila v modelu WAVE, kjer sediment razdelita na štiri frakcije. Vsako od teh frakcij nato obravnavata z obstoječim enofrakcijskim pristopom in posamezne prispevke na koncu seštejeta, da

dobita skupno količino prenesenega materiala. Razlika med njunim in van Rijnovim modelom se pojavi pri seštevanju prispevka posamezne frakcije. Medtem ko van Rijn upošteva zgoraj opisano Gaussovo distribucijo posameznih frakcij, Martinez in Harbaugh prispevke posameznih frakcij seštejeta med sabo brez upoštevanja verjetnosti pojava posamezne frakcije:

$$Vol = (\sum_{ks} \varepsilon_{ks}) \cdot Vol \tag{3.2}$$

kjer je:

Volprostornina celotnega prenešenega materiala $\varepsilon_{ks}$ delež posamezne frakcije v prostornini celotnega materiala

Pri tem mora veljati:

$$\sum_{ks} \varepsilon_{ks} = 100\% \tag{3.3}$$

in

$$Vol_{ks} = Vol \cdot \varepsilon_{ks} \tag{3.4}$$

kjer je:

#### *Vol<sub>ks</sub>* prostornina posamezne frakcije prenesenega materiala

Da bi lahko med sabo primerjal oba pristopa, smo s programom Excel izdelali enostaven model, ki računa referenčne koncentracije plavin pri različnih hitrostih. Račune izvedemo po metodi van Rijna in po metodi Martineza in Harbaugha za enofrakcijski in večfrakcijski pristop. Na podlagi dobljenih rezultatov želimo izbrati primernejšo metodo ter ugotoviti, v katerih primerih so rezultati obeh pristopov podobni in v katerih ne. Z analizo želimo ugotoviti, če in zakaj pride do razlik med obema pristopoma.

#### 3.2 Opis modela v Excel-u

#### 3.2.1 Zrnavostna krivulja

Pri izdelavi modela moramo najprej izbrati material, za katerega bomo računali transport in ga opisati z ustrezno zrnavostno krivuljo. Ker se želimo z modelom omejiti na nekohezivne materiale, je izbira primernega materiala ključnega pomena, saj imamo pri materialu s premajhnimi delci opravka tudi s

kohezivnimi silami. Prav tako moramo upoštevati morebitne omejitve velikosti obravnavanih delcev pri že znanih modelih, katerih enačbe uporabljamo. Zaradi naštetih omejitev se v modelu omejimo na pesek s premerom zrn med 0,1 mm in 1 mm. V modelu uporabimo dve različni fiktivni zrnavostni krivulji. Pri linearni granulaciji imamo material z različnimi velikostmi zrn, pri S-granulaciji pa gre za material z bolj enovito sestavo zrn. Oba predpostavljena materiala sta predstavljena na sliki 1:



Slika 1: Zrnavostni krivulji

Zrnavostni krivulji obeh materialov sta predstavljeni v logaritmičnem merilu, zato enovitost materiala opisanega z S-granulacijo ni tako opazna kot bi bila na linearnem merilu.

Iz zrnavostnih krivulj dobimo podatke, ki v bodo v modelu predstavljali granulometrijske značilnosti materiala. Ti podatki so  $D_{16}$ ,  $D_{50}$ ,  $D_{84}$  in  $D_{90}$ .  $D_{50}$  pomeni premer zrna, ki ustreza presejku 50 %,  $D_{84}$  in  $D_{90}$  pa premer zrna pri presejkih 84% in 90%. Lastnosti materiala so predstavljene v preglednici 2.

	Linearna granulacija	S-granulacija
D50 [mm]	0,275	0,26
D84 [mm]	0,575	0,395
D90 [mm]	0,63	0,41

Preglednica 2: Lastnosti materiala

#### 3.2.2 Delitev na frakcije

Delitev na frakcije po metodi van Rijna sledi Gaussovi distribuciji, kjer s podanimi vrednostmi izračunamo približne vrednosti srednjih zrn posamezne frakcije. Po tej metodi razdelimo celoten material na 7 različnih frakcij, ki po razponu niso nujno med sabo enake, kar je prikazano v preglednici 1. Nato na podlagi dobljenih vrednosti in dejanske zrnavostne krivulje določimo frakcije materiala. Pomembno je poudariti, da pri obeh metodah uporabljamo princip, ki so ga v svojih delih uporabili avtorji obeh metod (van Rijn, 2006 in Martinez in Harbaugh, 1993): srednje zrno posamezne frakcije predstavlja povprečni premer vsake frakcije in ne  $D_{50}$  te iste frakcije. Delitev na frakcije po van Rijnu je prikazana v preglednici 3.

Ν	Frakcija [µm]	di [µm]
1	100-150	125
2	150-200	175
3	200-250	225
4	250-300	275
5	300-375	337,5
6	375-450	412,5
7	450-800	625

Preglednica 3: Delitev na frakcije po van Rijnu

Po metodi Martineza in Harbaugha razdelimo material na poljubno število simetričnih frakcij, pri čemer je razpon vseh frakcij enak. Ker želimo imeti čim boljšo primerjavo obeh matematičnih modelov, tudi tu material razdelimo na sedem frakcij. Delitev je prikazana v preglednici 4.

Ν	Frakcija [µm]	di [µm]
1	100-200	150
2	200-300	250
3	300-400	350
4	400-500	450
5	500-600	550
6	600-700	650
7	700-800	750

Preglednica 4: Delitev na frakcije po Martinez in Harbaugh

Obe metodi zahtevata, da delitev na frakcije opravimo za vsak material posebej. Ker imata oba predpostavljena materiala podoben premer srednjega zrna  $D_{50}$  (0,275 mm pri linearni granulaciji in 0,26 mm pri S-granulaciji), sklepamo, da lahko pustimo delitev na frakcije enako za oba materiala. To preverimo tako, da v programu MS Excel izračunamo vrednosti parametra zrna in kritične strižne

hitrosti ob dnu za oba materiala in različne vrednosti srednjega zrna frakcij. Račun naredimo za premere srednjih zrn, ki jih dobimo z računom po van Rijnu (preglednica 1) in za premere srednjih zrn, ki jih na podlagi računa po van Rijnu predpostavimo (preglednica 3). Vrednosti po van Rijnu predpostavimo tako, da na osnovi izračunanih vrednosti (preglednica 1) določimo velikosti in meje frakcij. Predpostavljeno srednje zrno posamezne frakcije predstavlja aritmetično sredino vsake frakcije, s čimer sledimo ideji, ki jo je v svojem delu uporabil van Rijn (2006). Rezultati računa za material z linearno granulacijo so predstavljeni v preglednici 5.

**Preglednica 5:** Parameter zrna in kritična strižna hitrost ob dnu pri različnih izbirah srednjega zrna frakcij za material z linearno granulacijo

Ν	di izračunan=xi*d [μm]	D*	u*,cr [m/s]	di izbran [µm]	D*	u*,cr [m/s]
1	137,5	2,8929	0,0103	125	2,6299	0,0103
2	183,15	3,8533	0,0103	175	3,6818	0,0103
3	220	4,6286	0,0104	225	4,7338	0,0104
4	275	5,7857	0,0108	275	5,7857	0,0108
5	343,75	7,2322	0,0112	337,5	7,1007	0,0112
6	412,5	8,6786	0,0116	412,5	8,6786	0,0116
7	550	11,5715	0,0127	625	13,1494	0,0134

Rezultati računa za material z S-granulacijo so predstavljeni v preglednici 6.

**Preglednica 6:** Parameter zrna in kritična strižna hitrost ob dnu pri različnih izbirah srednjega zrna frakcij za material z S-granulacijo

N	di izračunan=xi*d [μm]	D*	u*,cr [m/s]	di izbran [µm]	D*	u*,cr [m/s]
1	130	2,7351	0,0103	125	2,6299	0,0103
2	173,16	3,6431	0,0103	175	3,6818	0,0103
3	208	4,3761	0,0103	225	4,7338	0,0104
4	260	5,4702	0,0107	275	5,7857	0,0108
5	325	6,8377	0,0111	337,5	7,1007	0,0112
6	390	8,2052	0,0115	412,5	8,6786	0,0116
7	520	10,9403	0,0123	625	13,1494	0,0134

V preglednicah 5 in 6 primerjamo vrednosti parametra zrna in kritične strižne hitrosti ob dnu glede na izbiro srednjega premera posameznih frakcij. Če naša trditev, da lahko delitev na frakcije ostane enaka ne glede na izbiro materiala drži, mora biti odstopanje v vrednostih parametra zrna in kritične strižne hitrosti ob dnu zanemarljivo majhno pri obeh materialih. Pri obeh materialih smo za primerjavo dodali še vrednosti parametra zrna in kritične strižne hitrosti, ki jih izračunamo na podlagi predpostavljenega srednjega zrna vsake frakcije. Preglednica 7 prikazuje odstopanje vrednosti parametra zrna in kritične strižne hitrosti ob dnu za oba materiala.

N	Odstopanje med vrednostmi D* [%]	Odstopanje med vrednostmi u*,cr [%]
1	5,4545	0,0000
2	5,4545	0,0000
3	5,4545	1,0045
4	5,4545	1,0045
5	5,4545	1,0045
6	5,4545	1,0045
7	5,4545	2,4924

Preglednica 7: Odstopanje vrednosti parametra zrna in kritične strižne hitrosti ob dnu za različna materiala

Iz rezultatov vidimo, da so dobljene vrednosti parametra zrn in kritične strižne hitrosti ob dnu pri različnih material zelo podobne. Iz tega lahko sklepamo, da je vpliv materiala na izbiro frakcij v našem primeru zanemarljiv. Zaradi tega bomo pri obeh materialih upoštevali enako delitev na frakcije. Potrebno je opozoriti, da je izbira frakcij neodvisna od materiala samo v tem specifičnem primeru, ko imamo pri obeh materialih podobno vrednost  $D_{50}$ . V primeru, da so vrednosti srednjega zrna različne, moramo delitve na frakcije opraviti za vsak material posebej.

Če primerjamo obe delitvi, vidimo, da je največja razlika v premeru srednjega zrna v sedmi frakciji. Do tega pride zaradi omejitev pri van Rijnovi metodi, kjer je predpostavljen premer zrna najbolj grobe frakcije dvakratnik  $D_{50}$ . Zaradi te razlike sklepamo, da bo do največjih razlik v usedanju materiala prišlo prav pri grobih frakcijah.

#### 3.2.3 Določitev Egiazaroffovega korekcijskega faktorja

Zaradi neenakomernosti v velikosti delcev uporabljamo pri večfrakcijskem modeliranju transporta sedimentov Egiazaroffov korekcijski faktor. Ta je potreben, ker so večji delci materiala bolj izpostavljeni delovanju valov in tokov kot manjši, ki se zaradi svoje majhnosti lahko skrijejo med večjimi zrni. To interakcijo med posameznimi frakcijami lahko opišemo tako, da finim frakcijam zvišamo kritično strižno napetost, bolj grobim frakcijam pa jo znižamo (van Rijn, 2006). Če želimo finim frakcijam zvišati kritično strižno napetost, mora biti Egiazaroffov korekcijski faktor večji od 1, pri grobih frakcijah, kjer želimo kritično strižno napetost zmanjšati pa mora biti Egiazaroffov korekcijski faktor manjši od 1.

Egiazaroffov korekcijski faktor računamo za vsako frakcijo posebej po obrazcu (van Rijn, 2006):

$$\xi_i = \left[\frac{\log\left(19\right)}{\log\left(\frac{19D_i}{D_{50}}\right)}\right]^2 \tag{3.5}$$

kjer je:	
$\check{\zeta}_i$	Egiazaroff korekcijski faktor
$D_{50}$	srednji premer zrna (premer zrna plavin, od katerega je manjših 50 % zrn)
$D_i$	srednji premer zrna posamezne frakcije

Obstaja več načinov poenostavitve zgornjega obrazca. Aproksimacijo, ki jo predlaga van Rijn (2006), zapišemo:

$$\xi_i = \left(\frac{D_i}{D_{50}}\right)^{-1} \tag{3.6}$$

Poenostavljeno enačbo sta predlagala tudi Patel in Ranga (1999); zapišemo jo kot:

$$\xi_i = \left(\frac{D_i}{D_{84}}\right)^{-0.96} \tag{3.7}$$

kjer je:

 $D_{84}$  premer zrna plavin, od katerega je manjših 84 % zrn

V MS Excelu naredimo primerjavo vseh treh načinov izračuna Egiazaroffovega korekcijskega faktorja. Korekcijski faktor izračunamo po vseh treh enačbah za vsako frakcijo in za oba različna materiala. Rezultati za linearno granulacijo so prikazani na slikah 2 in 3.



Slika 2: Egiazaroffov korekcijski faktor za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu

1.



Slika 3: Egiazaroffov korekcijski faktor za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

Iz slik 2 in 3 je razvidno, da enačba Patela in Range daje večje vrednosti Egiazaroffovega korekcijskega faktorja. Vrednosti so dvakrat večje od vrednosti dobljenih po enačbi (3.5), tako za fine kot za grobe frakcije. V splošnem so vrednosti korekcijskega faktorja večje za finejše delce. Iz primerjava enačbe (3.5) in aproksimacije po van Rijnu vidimo, da se vrednosti dobro ujemajo za srednje in grobe peske (400 µm do 600 µm), pri finejših frakcijah pa z aproksimacijo dobimo večje vrednosti. Ko ima Egiazaroffov korekcijski faktor vrednost 1 nima vpliva na račun referenčne koncentracije, zato lahko primerjamo premere zrn, kjer do tega pride. Pri računu z enačbo (3.5) je ta vrednost približno 200 µm, pri aproksimaciji po van Rijnu približno 250 µm, pri aproksimaciji po Patelu in Rangi pa je ta vrednost blizu 600 µm. Iz tega lahko sklepamo, da aproksimacija po Patelu in Rangi poda prevelike vrednosti Egiazaroffovega korekcijskega faktorja v primerjavi z ostalima metodama. To je seveda samo predpostavka, saj o točnosti posameznih metod ne moremo sklepati brez primerjave z ustreznimi meritvami. Grafa, ki prikazujeta vrednosti Egiazaroffovega korekcijskega faktorja za S-granulacijo, sta prikazana na slikah 4 in 5.



Slika 4: Egiazaroffov korekcijski faktor za S-granulacijo, delitev po van Rijnu



Slika 5: Egiazaroffov korekcijski faktor za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

Tudi tu so vrednosti po Patelu in Rangi dvakrat večje pri finejših frakcijah in za faktor 1,5 pri bolj grobih frakcijah. Ujemanje enačbe (3.5) in aproksimacije po van Rijnu je zopet največje pri srednjih peskih, pri finih frakcijah pa približna enačba daje znatno večje vrednosti.

Izbira metode za račun Egiazaroffovega korekcijskega faktorja ima razmeroma velik vpliv na račun referenčne koncentracije plavin. Najprimernejšo empirično metodo bi lahko izbrali le, če bi imeli rezultate ustreznih meritev, s katerimi bi jo lahko primerjali. Ker takšnih rezultatov nimamo, si metodo za račun v našem modelu izberemo na osnovi izvedene primerjave. Metodi po enačbi (3.5) in z aproksimacijo po van Rijnu, dajeta podobne rezultate. Najmanj poenostavitev in približkov je upoštevanih v osnovni metodi (enačba 3.5), zato bomo v našem modelu Egiazaroffov korekcijski faktor računali po tej metodi.

#### 3.2.4 Račun usedanja materiala

V programu Excel smo izdelali preprost model, ki računa usedanje plavin različnih materialov pri zmanjševanju hitrosti. Z modelom želimo primerjati različne pristope in na podlagi rezultatov podati smernice za nadgradnjo modela PCFLOW3D. Model v Excelu je bolj preprost kot model PCFLOW3D, rezultati pa kljub temu omogočajo dobro primerjavo posameznih načinov računa in opozarjajo na morebitne težave, zato se izdelava modela v Excelu ponuja kot najprimernejša izbira. Račun želimo izvesti za oba večfrakcijska pristopa (van Rijn, Martinez in Harbaugh) ter za enofrakcijski pristop, ki služi kot kontrola za primerjavo skupne količine prenesenega materiala. Pri računanju sledimo algoritmu modela PCFLOW3D, saj pripravljamo njegovo nadgradnjo po enakem principu in z istimi posodobitvami, kot pri modelu v Excelu.

#### 3.2.5 Vhodni podatki

Poleg lastnosti materiala, ki smo jih že opisali v točki 3.2.1, potrebujemo še podatke o hitrostih, globini vode in višini referenčne globine. V sodobnih modelih se transport plavin računa z dejanskimi hitrostmi ob dnu, ki jih dobimo iz 3D hidrodinamičnih modelov. Zaradi poenostavitve uporabimo v modelu enakomerno razporeditev hitrosti po globini. Za potrebe poenostavljenega računa predpostavimo, da je ta hitrost enaka 0,5 m/s. Pomembno je, da je predpostavljena hitrost dovolj velika, da je ves material v obliki plavin. Zaradi lažjega računa predpostavimo konstantno globino vode 3 m. Referenčna globina je globina na kateri računamo referenčno koncentracijo, vrednosti referenčne globine pa so med 1 % in 10 % celotne globine vode. Za potrebe našega računa izberemo referenčno globino blizu dna, saj tako lahko opazujemo količino že usedlega materiala. Referenčno globino, kjer računamo koncentracije plavin postavimo na 0,03 m.

#### 3.2.5.1 Chézyev koeficient

Chézyev koeficient je odvisen od zrnavosti plavin, izračunamo ga po enačbi (2.14), pri čemer lahko hidravlični radij  $R_b$  nadomestimo z globino vode H. Chézyev koeficient bi lahko računali za vsako frakcijo posebej, če bi v enačbi (2.14)  $D_{90}$  zamenjali s srednjim premerom zrna vsake frakcije  $D_i$ . Van Rijn (2006) pravi, da je račun Chézyevega koeficienta za vsako frakcijo posebej smiseln le v primeru, kadar imamo opraviti z materialom, kjer zrna posameznih frakcij niso pomešana med sabo, t.j. bimodalni material. V takšnem primeru je tudi večfrakcijski pristop k modeliranju drugačen, saj medsebojni vpliv med posameznimi zrni različnih velikosti ni več tako pomemben. Ker z našim modelom obravnavamo pesek, za katerega predpostavimo, da so zrna dobro pomešana med sabo, računamo Chézyev koeficient le za vsak material posebej.

Pri računu dobimo vrednost Chézyevega koeficienta za linearno zrnavostno sestavo, ki je enaka 77,0371, pri S-granulaciji pa je ta vrednost enaka 80,3952.

#### 3.2.5.2 Parameter zrna in parameter mobilnosti

Parameter zrna izračunamo po enačbi (2.26) za vsako frakcijo posebej. Pri tem nadomestimo vrednost srednjega zrna materiala  $D_{50}$  z vrednostjo srednjega zrna vsake frakcije  $D_i$ . Na podlagi dobljene vrednosti parametra zrna lahko po enačbah (3.8) do (3.10) izračunamo parameter mobilnosti:

$$\Theta_c = \frac{0.24}{D} \qquad \qquad \text{za } D_* \le 4 \tag{3.8}$$

$$\Theta_c = \frac{0.14}{D^{0.64}} \qquad za \ 4 \le D_* \le 10 \tag{3.9}$$

$$\Theta_c = \frac{0.04}{D^{0.1}} \qquad za \, D_* \ge 10 \tag{3.10}$$

Parameter mobilnosti v nadaljevanju uporabimo za račun kritične strižne napetosti ob dnu. Ker nas zanima kritična strižna hitrost za vsako frakcijo posebej, je seveda nujno tudi parameter mobilnosti izračunati za vsako frakcijo posebej. Tako parameter zrna kot parameter mobilnosti sta odvisna od izbire števila in razpona frakcij, zato so njune vrednosti enake pri obeh materialih, saj smo pri obeh izbrali enako število frakcij in enak razpon posameznih frakcij. Vrednosti parametra zrna in parametra mobilnosti pri računu z našim modelom v Excel-u so prikazane v preglednicah 8 in 9.

N	D*	θ
1	2,6299	0,0913
2	3,6818	0,0652
3	4,7338	0,0518
4	5,7857	0,0455
5	7,1007	0,0399
6	8,6786	0,0351
7	13,1494	0,0309

Preglednica 8: Parameter mobilnosti, delitev po van Rijnu

Preglednica 9: Parameter mobilnosti, delitev po Martinez in Harbaugh

Ν	D*	θ
1	3,1559	0,0760
2	5,2598	0,0484
3	7,3637	0,0390
4	9,4676	0,0332
5	11,5715	0,0313
6	13,6754	0,0308
7	15,7793	0,0304

3.2.5.3 Kritična strižna hitrost ob dnu

Kritično strižno hitrost ob dnu izračunamo po enačbi:

$$u_{*,cr} = \sqrt{\Theta_c \cdot (s_s - 1) \cdot g \cdot D_i} \tag{3.11}$$

kjer je:

$u_{*,cr}$	kritična strižna hitrost ob dnu
$ heta_c$	parameter mobilnosti
S <sub>s</sub>	relativna gostota delcev plavin
g	težnostni pospešek
$D_i$	premer srednjega zrna posamezne frakcije

Kritična strižna hitrost ob dnu je strižna hitrost, ki je potrebna, da se delci spravijo v gibanje. Ker nas zanima, kako se gibljejo posamezne frakcije pri večfrakcijskem modeliranju, je pomembno, da kritično strižno hitrost izračunamo za vsako frakcijo posebej. Iz zapisa enačbe vidimo, da je kritična strižna hitrost ob dnu odvisna od števila izbranih frakcij in njihovega razpona in ne direktno od izbranega materiala, zato so vrednosti kritične strižne hitrosti enake za oba obravnavana materiala. Iskane vrednosti so zapisane v preglednicah 10 in 11.

Ν	u*,cr [m/s]	
1	1,0307E-02	
2	1,0307E-02	
3	1,0372E-02	
4	1,0797E-02	
5	1,1240E-02	
6	1,1615E-02	
7	1,2664E-02	

Preglednica 10: Kritične strižne hitrosti ob dnu, delitev po van Rijnu

Preglednica 11: Kritične strižne hitrosti ob dnu, delitev po Martinez in Harbaugh

Ν	u*,cr [m/s]
1	1,0307E-02
2	1,0614E-02
3	1,1276E-02
4	1,1798E-02
5	1,2664E-02
6	1,3653E-02
7	1,4561E-02

3.2.5.4 Strižna hitrost ob dnu, odvisna od karakteristike zrn

V vseh 3D modelih, tudi v modelu PCFLOW3D, dobimo izračunane hitrosti v sloju ob dnu in lahko iz teh določimo dejanske strižne hitrosti. V našem modelu strižne hitrosti ob dnu izračunamo kar iz globinsko povprečnih hitrosti, kot je opisano v literaturi (van Rijn, 1990). Kot začetno vrednost izberemo hitrost 0,5 m/s. Strižne hitrosti ob dnu izračunamo po enačbi (2.13). Ker v enačbi nastopa Chézyev koeficient, vemo, da je potrebno strižne hitrosti ob dnu izračunati za vsak material posebej.

Z modelom opazujemo usedanje plavin, zato hitrosti manjšamo in tako zagotovimo usedanje najprej grobih, potem pa še finih frakcij. Odločimo se za 10 korakov, kjer hitrost v vsakem zmanjšamo za 10 %, dokler ne pridemo do mirovanja. Preglednici 12 in 13 prikazujeta vrednosti strižne hitrosti ob dnu in njeno padanje.

	Hitrost [m/s]	u'* [m/s]		
v	0,5	2,0328E-02		
0,9*v	0,45	1,8296E-02		
0,8*v	0,4	1,6263E-02		
0,7*v	0,35	1,4230E-02		
0,6*v	0,3	1,2197E-02		
0,5*v	0,25	1,0164E-02		
0,4*v	0,2	8,1314E-03		
0,3*v	0,15	6,0985E-03		
0,2*v	0,1	4,0657E-03		
0,1*v	0,05	2,0328E-03		
0	0	0,0000E+00		

Preglednica 12: Strižne hitrosti ob dnu za linearno granulacijo

Preglednica 13: Strižne hitrosti ob dnu za S-granulacijo

	Hitrost [m/s]	u'* [m/s]
v	0,5	1,9479E-02
0,9*v	0,45	1,7531E-02
0,8*v	0,4	1,5583E-02
0,7*v	0,35	1,3636E-02
0,6*v	0,3	1,1688E-02
0,5*v	0,25	9,7397E-03
0,4*v	0,2	7,7917E-03
0,3*v	0,15	5,8438E-03
0,2*v	0,1	3,8959E-03
0,1*v	0,05	1,9479E-03
0	0	0,0000E+00

3.2.5.5 Transportni parameter

Vrednost transportnega parametra nam pove ali gre v določenem primeru za usedanje plavin ( $T \le 0$ ) oziroma za dvigovanje delcev iz dna, ko je T večji od 0. Pri enofrakcijskem pristopu računamo transportni parameter po enačbi (2.24), kjer nastopata kritična strižna hitrost in strižna hitrost ob dnu. Ker smo pri enofrakcijskem pristopu imeli opraviti z le eno kritično strižno hitrostjo, ki smo jo določili glede na velikost srednjega zrna  $D_{50}$ , smo potrebovali le eno vrednost transportnega parametra, s katerim smo opisali obnašanje celotnega materiala. Seveda se lahko pri multifrakcijskem pristopu nekatere frakcije usedajo, druge pa resuspendirajo, zato potrebujemo vrednosti transportnega parametra za vsako frakcijo posebej. Van Rijn (2006) je predlagal več enačb za račun transportnega parametra pri večfrakcijskem modeliranju in jih med sabo primerjal. Ugotovil je, da moramo, kadar imamo opraviti z materialom z večjimi razlikami med velikostmi zrn posameznih frakcij, upoštevati korekcijski faktor efektivne strižne napetosti. Ker v našem modelu uporabljamo material, katerega razlike v premerih srednjih zrn niso velike, transportni parameter računamo z enačbo, ki ne upošteva korekcijskega faktorja efektivne strižne napetosti.

$$T_{i} = \frac{\left[u'_{*} - \xi_{i'} \left(\frac{D_{i}}{D_{50}}\right) \cdot u_{*,cr}\right]}{\left[\left(\frac{D_{i}}{D_{50}}\right) \cdot u_{*,cr}\right]}$$
(3.12)

kjer je:

$T_i$	transportni parameter posamezne frakcije
$u'_*$	strižna hitrost ob dnu
$\xi_i$	Egiazaroffov korekcijski faktor
$D_i$	premer srednjega zrna posamezne frakcije
$D_{50}$	srednji premer zrna (premer zrna plavin, od katerega je manjših 50 % zrn)
u <sub>*,cr</sub>	kritična strižna hitrost

Iz zgornjega zapisa vidimo, da je transportni parameter odvisen tako od lastnosti materiala kot od načina izbire frakcij. Preglednice 14, 15, 16 in 17 prikazujejo vrednosti transportnega parametra iz našega modela.

Ν	v	0,9*v	0,8*v	0,7*v	0,6*v	0,5*v	0,4*v	0,3*v	0,2*v	0,1*v	0
1	2,8805	2,4466	2,0127	1,5788	1,1449	0,7110	0,2770	-0,1569	-0,5908	-1,0247	-1,4586
2	2,0080	1,6980	1,3881	1,0782	0,7682	0,4583	0,1484	-0,1616	-0,4715	-0,7814	-1,0913
3	1,4852	1,2466	1,0080	0,7694	0,5309	0,2923	0,0537	-0,1849	-0,4234	-0,6620	-0,9006
4	1,1007	0,9124	0,7242	0,5359	0,3476	0,1594	-0,0289	-0,2172	-0,4055	-0,5937	-0,7820
5	0,7949	0,6471	0,4992	0,3514	0,2035	0,0557	-0,0922	-0,2400	-0,3879	-0,5358	-0,6836
6	0,5627	0,4460	0,3293	0,2126	0,0959	-0,0208	-0,1374	-0,2541	-0,3708	-0,4875	-0,6042
7	0,1886	0,1219	0,0553	-0,0114	-0,0781	-0,1448	-0,2115	-0,2781	-0,3448	-0,4115	-0,4782

Preglednica 14: Transportni parameter za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu

Preglednica15: Transportni parameter za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

N	v	0,9*v	0,8*v	0,7*v	0,6*v	0,5*v	0,4*v	0,3*v	0,2*v	0,1*v	0
1	2,3759	2,0143	1,6527	1,2911	0,9295	0,5680	0,2064	-0,1552	-0,5168	-0,8784	-1,2400
2	1,2716	1,0610	0,8503	0,6396	0,4289	0,2182	0,0075	-0,2032	-0,4138	-0,6245	-0,8352
3	0,7484	0,6067	0,4651	0,3234	0,1818	0,0401	-0,1015	-0,2432	-0,3848	-0,5264	-0,6681
4	0,4790	0,3737	0,2684	0,1631	0,0578	-0,0475	-0,1528	-0,2581	-0,3634	-0,4687	-0,5740
5	0,2902	0,2099	0,1297	0,0494	-0,0308	-0,1111	-0,1913	-0,2716	-0,3519	-0,4321	-0,5124
6	0,1616	0,0986	0,0356	-0,0274	-0,0904	-0,1534	-0,2164	-0,2794	-0,3424	-0,4054	-0,4684
7	0,0769	0,0257	-0,0255	-0,0767	-0,1279	-0,1791	-0,2303	-0,2815	-0,3327	-0,3838	-0,4350

N	v	0,9*v	0,8*v	0,7*v	0,6*v	0,5*v	0,4*v	0,3*v	0,2*v	0,1*v	0
1	2,5455	2,1524	1,7593	1,3662	0,9731	0,58	0,1869	-0,2062	-0,5993	-0,9924	-1,3855
2	1,764	1,4832	1,2025	0,9217	0,6409	0,3601	0,0793	-0,2015	-0,4823	-0,7631	-1,0438
3	1,2965	1,0804	0,8643	0,6481	0,432	0,2158	-0,0003	-0,2164	-0,4326	-0,6487	-0,8649
4	0,9526	0,7821	0,6115	0,4409	0,2704	0,0998	-0,0708	-0,2413	-0,4119	-0,5825	-0,753
5	0,6796	0,5457	0,4117	0,2778	0,1438	0,0099	-0,1241	-0,258	-0,392	-0,5259	-0,6599
6	0,4727	0,367	0,2612	0,1555	0,0498	-0,0559	-0,1616	-0,2673	-0,373	-0,4787	-0,5844
7	0,1398	0,0794	0,019	-0,0414	-0,1018	-0,1622	-0,2226	-0,283	-0,3434	-0,4038	-0,4642

Preglednica 16: Transportni parameter za S-granulacijo, delitev po van Rijnu

Preglednica 17: Transportni parameter za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

N	v	0,9*v	0,8*v	0,7*v	0,6*v	0,5*v	0,4*v	0,3*v	0,2*v	0,1*v	0
1	2,0933	1,7657	1,4381	1,1105	0,7829	0,4554	0,1278	-0,1998	-0,5274	-0,855	-1,1826
2	1,1055	0,9146	0,7237	0,5328	0,342	0,1511	-0,0398	-0,2307	-0,4215	-0,6124	-0,8033
3	0,6381	0,5098	0,3814	0,2531	0,1248	-0,0035	-0,1319	-0,2602	-0,3885	-0,5168	-0,6452
4	0,3983	0,3029	0,2075	0,1121	0,0167	-0,0787	-0,1741	-0,2695	-0,3649	-0,4603	-0,5557
5	0,2302	0,1575	0,0848	0,012	-0,0607	-0,1334	-0,2061	-0,2788	-0,3515	-0,4242	-0,4969
6	0,1158	0,0588	0,0017	-0,0554	-0,1124	-0,1695	-0,2266	-0,2837	-0,3407	-0,3978	-0,4549
7	0,0408	-0,006	-0,052	-0,0983	-0,1447	-0,1911	-0,2374	-0,2838	-0,3302	-0,3766	-0,4229

#### 3.2.5.6 Referenčna koncentracija in delež lebdečega materiala

Sedaj imamo vse potrebne podatke za račun koncentracije ob dnu. Referenčno koncentracijo plavin izračunamo po enačbi (2.23), pri čemer  $D_{50}$  zamenjamo z  $D_i$ , T pa zamenjamo s  $T_i$ . Referenčno koncentracijo izračunamo za vsako frakcijo posebej pri vseh podanih hitrostih. Pričakujemo, da se bo koncentracija vsake frakcije s padanjem hitrosti manjšala, saj se bo določen delež delcev frakcije usedel na dno. Koncentracija se bo manjšala, dokler ne bo dosegla vrednosti 0. Referenčna koncentracija predstavljena v preglednicah 17, 18, 19 in 20 je brezdimenzijska količina (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>).

V preglednicah 18, 19, 20 in 21 pomeni zapis #ŠTEV! vrednost 0. Do tega zapisa pride, ker Excel ne zna izračunati  $T_i^{1,5}$ , če je  $T_i$  negativno število. Takšen izraz je nemogoče izračunati v okviru realnih števil, s kompleksnimi števili pa se nam ni potrebno ukvarjati, saj vemo, da imamo v primeru negativnega transportnega parametra opraviti z usedanjem in zato lahko vse vrednosti #ŠTEV! nadomestimo z 0.

Ν	1	2	3	4	5	6	7
v	2,29E-04	1,68E-04	1,28E-04	9,38E-05	6,64E-05	4,55E-05	1,18E-05
0,9*v	1,79E-04	1,31E-04	9,82E-05	7,08E-05	4,88E-05	3,21E-05	6,14E-06
0,8*v	1,34E-04	9,68E-05	7,14E-05	5,00E-05	3,31E-05	2,04E-05	1,87E-06
0,7*v	9,28E-05	6,63E-05	4,76E-05	3,19E-05	1,95E-05	1,06E-05	#ŠTEV!
0,6*v	5,73E-05	3,99E-05	2,73E-05	1,66E-05	8,61E-06	3,20E-06	#ŠTEV!
0,5*v	2,80E-05	1,84E-05	1,12E-05	5,17E-06	1,23E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	6,82E-06	3,38E-06	8,79E-07	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Preglednica 18: Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] pri linearni granulaciji, delitev po van Rijnu

Preglednica 19: Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] pri linearni granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh

N	1	2	3	4	5	6	7
v	1,95E-04	1,09E-04	6,22E-05	3,80E-05	2,06E-05	9,63E-06	3,49E-06
0,9*v	1,52E-04	8,30E-05	4,54E-05	2,62E-05	1,27E-05	4,59E-06	6,74E-07
0,8*v	1,13E-04	5,96E-05	3,05E-05	1,59E-05	6,16E-06	9,95E-07	#ŠTEV!
0,7*v	7,79E-05	3,89E-05	1,77E-05	7,55E-06	1,45E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,6*v	4,76E-05	2,13E-05	7,45E-06	1,59E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,5*v	2,27E-05	7,74E-06	7,73E-07	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	4,98E-06	4,96E-08	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Preglednica 20: Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] pri S-granulaciji, delitev po van Rijnu

N	1	2	3	4	5	6	7
v	1,90E-04	1,39E-04	1,04E-04	7,55E-05	5,25E-05	3,50E-05	7,54E-06
0,9*v	1,48E-04	1,07E-04	7,92E-05	5,62E-05	3,78E-05	2,40E-05	3,23E-06
0,8*v	1,09E-04	7,80E-05	5,67E-05	3,88E-05	2,48E-05	1,44E-05	3,79E-07
0,7*v	7,47E-05	5,24E-05	3,68E-05	2,38E-05	1,37E-05	6,62E-06	#ŠTEV!
0,6*v	4,49E-05	3,04E-05	2,00E-05	1,14E-05	5,11E-06	1,20E-06	#ŠTEV!
0,5*v	2,07E-05	1,28E-05	7,08E-06	2,56E-06	9,18E-08	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	3,78E-06	1,32E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

N	1	2	3	4	5	6	7
v	1,61E-04	8,83E-05	4,90E-05	2,88E-05	1,46E-05	5,85E-06	1,35E-06
0,9*v	1,25E-04	6,64E-05	3,50E-05	1,91E-05	8,24E-06	2,11E-06	#ŠTEV!
0,8*v	9,16E-05	4,68E-05	2,26E-05	1,08E-05	3,26E-06	1,03E-08	#ŠTEV!
0,7*v	6,22E-05	2,95E-05	1,22E-05	4,30E-06	1,74E-07	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,6*v	3,68E-05	1,52E-05	4,24E-06	2,47E-07	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,5*v	1,63E-05	4,46E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	2,43E-06	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

**Preglednica 21:** Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] pri S-granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh

Zaradi lažje predstave je smiselno usedanje materiala predstaviti v odstotkih. Zanima nas torej, kolikšen delež frakcije se še nahaja v obliki plavin in kolikšen delež se je že usedel na dno. Delež lebdečega materiala je predstavljen v preglednicah 22, 23, 24 in 25.

Ν	1	2	3	4	5	6	7
v	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000
0,9*v	78,2781	77,7652	76,8996	75,4738	73,4414	70,5666	51,9793
0,8*v	74,6141	73,9116	72,7136	70,7055	67,7657	63,4463	30,5050
0,7*v	69,4732	68,4541	66,6903	63,6594	59,0483	51,8802	#ŠTEV!
0,6*v	61,7521	60,1470	57,3081	52,2451	44,0818	30,3065	#ŠTEV!
0,5*v	48,9366	46,0779	40,8554	31,0367	14,3051	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	24,3259	18,4211	7,8790	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Preglednica 22: Delež lebdečega materiala [%] pri linearni granulaciji, delitev po van Rijnu

Ν	1	2	3	4	5	6	7
v	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000
0,9*v	78,0634	76,2078	72,9980	68,9110	61,5329	47,6535	19,3032
0,8*v	74,3207	71,7447	67,1120	60,8697	48,5502	21,6818	#ŠTEV!
0,7*v	69,0489	65,2397	57,9939	47,3735	23,5313	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,6*v	61,0869	54,9145	42,1364	21,1029	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,5*v	47,7601	36,2905	10,3742	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	21,9020	0,6410	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Preglednica 23: Delež lebdečega materiala [%] pri linearni granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh

Preglednica 24: Delež lebdečega materiala [%] pri S-granulaciji, delitev po van Rijnu

Ν	1	2	3	4	5	6	7
v	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000
0,9*v	77,7541	77,1009	76,0673	74,3834	71,9440	68,4053	42,8111
0,8*v	73,8963	72,9937	71,5468	69,1398	65,5399	60,0695	11,7228
0,7*v	68,4318	67,1056	64,9407	61,2298	55,4142	45,9382	#ŠTEV!
0,6*v	60,1116	57,9835	54,4144	48,0137	37,2555	18,1321	#ŠTEV!
0,5*v	46,0140	42,1171	35,3188	22,4256	1,7966	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	18,2889	10,3360	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Preglednica 25: Delež lebdečega materiala [%] pri S-granulaciji, delitev po Martinez in Harbaugh

Ν	1	2	3	4	5	6	7
v	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000	100,0000
0,9*v	77,4698	75,2528	71,4051	66,3177	56,5832	36,1341	#ŠTEV!
0,8*v	73,5046	70,3903	64,7262	56,6983	39,4883	0,4898	#ŠTEV!
0,7*v	67,8585	63,1751	54,0541	39,7063	5,3569	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,6*v	59,1970	51,4140	34,6151	5,7464	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,5*v	44,3539	29,3693	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,4*v	14,8633	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!	#ŠTEV!
0,3*v	#ŠTEV!						
0,2*v	#ŠTEV!						
0,1*v	#ŠTEV!						
0	#ŠTEV!						

Ker želimo dobljene rezultate primerjati z računom po enofrakcijskem modelu, smo izvedli še račun, ki sledi algoritmu enofrakcijskega modela PCFLOW3D. Rezultati, ki smo jih s tem dobili, so

prikazani v preglednicah 26 in 27. Tudi tukaj je referenčna koncentracija brezdimenzijska količina  $(m^3/m^3)$ .

**Preglednica 26:** Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] in delež lebdečega materiala [%] pri enofrakcijskem pristopu, linearna granulacija

	Koncentracija	Delež	
v	3,2964E-04	100,0000	
0,9*v	2,0786E-04	63,0562	
0,8*v	1,1603E-04	55,8223	
0,7*v	5,1369E-05	44,2713	
0,6*v	1,1780E-05	22,9329	
0,5*v	0	0	
0,4*v	0	0	
0,3*v	0	0	
0,2*v	0	0	
0,1*v	0	0	
0	0	0	

Preglednica 27: Referenčna koncentracija [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] in delež lebdečega materiala [%] pri enofrakcijskem

pristopu, S-granulacija

	Koncentracija		
v	2,7612E-04	100,0000	
0,9*v	1,7156E-04	62,1335	
0,8*v	9,3235E-05	54,3448	
0,7*v	3,8799E-05	41,6139	
0,6*v	6,7551E-06	17,4107	
0,5*v	0	0	
0,4*v	0	0	
0,3*v	0	0	
0,2*v	0	0	
0,1*v	0	0	
0	0	0	

3.2.6 Vrednotenje rezultatov modela

3.2.6.1 Primerjava pristopov po van Rijnu ter po Martinezu in Harbaughu

Rezultate lahko tudi grafično prikažemo. Za čim boljše vrednotenje je potrebno rezultate dobljene po različnih metodah medsebojno primerjati in pogledati, kje in zakaj se ti med sabo najbolj ujemajo in kje najbolj odstopajo. Prva primerjava, ki nas zanima, je primerjava med van Rijnovim pristopom in



pristopom Martineza in Harbaugha. Sliki 6 in 7 prikazujeta usedanje frakcij pri materialu z linearno granulacijo.

Slika 6: Delež frakcij v suspenziji za linearno granulacijo, delitev po van Rijnu



Slika 7: Delež frakcij v suspenziji za linearno granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

Iz grafov (sliki 6 in 7) vidimo, da rezultati obeh metod sledijo pričakovanjem, da se bodo najprej usedle grobe frakcije, za njimi pa postopoma bolj fine. Material vseh frakcij se po metodi Martineza in Harbaugha usede pri višjih hitrostih toka. Potrebno zmanjšanje hitrosti za dosego usedanja je torej manjše kot pri metodi van Rijna. Največje razlike so pri grobih frakcijah. Frakcija 5 se po metodi Martineza in Harbaugha popolnoma usede pri hitrosti 0,2 m/s, po metodi van Rijna se frakcija 5 popolnoma usede pri hitrosti 0,3 m/s. Tudi pri frakciji 6 je razlika v hitrosti potrebni za popolno usedanje enaka 0,1 m/s. Sklepamo, da so večje razlike pri grobih frakcijah zaradi načina delitve materiala na frakcije. Premeri srednjih zrn posameznih frakcij pri obeh metodah se namreč najbolj razlikujejo prav pri grobih frakcijah (preglednici 3 in 4). Pri frakcijah 5 in 6 je razlika med premeroma srednjega zrna med obema metodama večja od 200 μm.

Najboljše ujemanje med obema večfrakcijskima pristopoma dobimo pri najbolj finih frakcijah. To se sklada z našo predpostavko, da manjše razlike med premeri srednjih zrn zagotavljajo boljše ujemanje obeh metod. Najboljše ujemanje dobimo pri frakciji 1, kjer je tudi razlika med premeroma srednjega zrna obeh metod najmanjša (25 µm).

Sliki 8 in 9 prikazujeta usedanje materiala pri materialu z S-granulacijo.



Slika 8: Delež frakcij v suspenziji za S-granulacijo, delitev po van Rijnu



Slika 9: Delež frakcij v suspenziji za S-granulacijo, delitev po Martinez in Harbaugh

Tudi pri materialu z S-granulacijo prihaja do največjih razlik pri grobih frakcijah. Največja razlika se pojavi pri frakciji 6, kjer je razlika med premeri srednjih zrn frakcije po obeh metodah 237,5 μm. Hitrosti, ki je potrebna, da se useda celotna frakcija 6 je po van Rijnu za 0,15 m/s manjša kot po Martinezu in Harbaughu. Sklepamo, da do razlik pride, ker so srednja zrna pri delitvi po van Rijnu v vseh frakcijah manjša kot pri delitvi po Martinezu in Harbaugha. Zato lahko pričakujemo, da frakcije porazdeljene po van Rijnu dlje časa ostanejo v suspenziji, saj je za manjša zrna potrebna nižja hitrost toka, da delci ostanejo v obliki plavin. Tudi tukaj je ujemanje najboljše pri najbolj finih frakcijah, kjer je razlika med premeri srednjih zrn pri obeh pristopih najmanjša. Najboljše ujemanje dosežemo v frakciji 1.

#### 3.2.6.2 Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa

Dobljene rezultate večfrakcijskega pristopa lahko sedaj primerjamo z enostavnejšim enofrakcijskim pristopom, ki je v našem modelu izveden po enakem postopku, kot v modelu PCFLOW3D. Prispevke posameznih frakcij pri obeh večfrakcijskih metodah seštejemo, da dobimo referenčno koncentracijo celotnega materiala. Pri metodi Martineza in Harbaugha dobimo referenčno koncentracijo celotnega materiala tako, da seštejemo referenčne koncentracije posameznih frakcij pri istih hitrostih.

$$C_{ae} = \sum_{i} C_{aei} \tag{3.13}$$

kjer je:

Referenčno koncentracijo po metodi van Rijna izračunamo tako, da referenčne koncentracije posameznih frakcij seštejemo, pri tem pa upoštevamo verjetnost pojava posamezne frakcije, ki so podane v preglednici 1.

$$C_{ae} = \sum_{i} p_i \cdot C_{aei} \tag{3.14}$$

kjer je:

$C_{ae}$	Referenčna koncentracija celotnega materiala pri dani hitrosti
$C_{aei}$	Referenčna koncentracija posamezne frakcije pri dani hitrosti
$p_i$	Verjetnost pojava posamezne frakcije

Referenčno koncentracijo za enofrakcijski pristop izračunamo z enačbo (2.23). V preglednicah 28 in 29 so prikazane referenčne koncentracije v  $m^3/m^3$  za oba primera večfrakcijskega pristopa ter za enofrakcijski pristop.

	Enofrakcijski pristop	van Rijn	Martinez in harbaugh
v	3,2964E-04	1,0149E-04	4,3749E-04
0,9*v	2,0786E-04	7,7103E-05	3,2448E-04
0,8*v	1,1603E-04	5,5112E-05	2,2603E-04
0,7*v	5,1369E-05	3,5812E-05	1,4348E-04
0,6*v	1,1780E-05	1,9751E-05	7,7996E-05
0,5*v	0	7,6425E-06	3,1257E-05
0,4*v	0	1,0282E-06	5,0302E-06
0,3*v	0	0	0
0,2*v	0	0	0
0,1*v	0	0	0
0	0	0	0

Preglednica 28: Referenčna koncentracija, material z linearno granulacijo

Preglednica 29: Referenčna koncentracija, material z S-granulacijo

	Enofrakcijski pristop	van Rijn	Martinez in harbaugh
v	2,7612E-04	8,5132E-05	3,4878E-04
0,9*v	1,7156E-04	6,3966E-05	2,5555E-04
0,8*v	9,3235E-05	4,4975E-05	1,7514E-04
0,7*v	3,8799E-05	2,8480E-05	1,0844E-04
0,6*v	6,7551E-06	1,4926E-05	5,6482E-05
0,5*v	0	5,1744E-06	2,0786E-05
0,4*v	0	3,8556E-07	2,4264E-06
0,3*v	0	0	0
0,2*v	0	0	0
0,1*v	0	0	0
0	0	0	0

Slika 10 prikazuje referenčno koncentracijo v odvisnosti od globinsko povprečnih hitrosti za dva primera večfrakcijskega pristopa (van Rijn, Martinez in Harbaugh) ter za primer enofrakcijskega pristopa v primeru materiala z linearno granulacijo.



Slika 10: Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa za linearno granulacijo

Večfrakcijski pristop po van Rijnu napove nižje koncentracije. Pri največjih hitrostih celo več kot trikrat manjše v primerjavi z enofrakcijskim pristopom. Z manjšanjem hitrosti je ujemanje med večfrakcijskim pristopom po van Rijnu in enofrakcijskim pristopom boljše in pri hitrostih manjših od 0,3 m/s ne presega faktorja 1,7. Večfrakcijski pristop po Martinezu in Harbaughu pa napove večje koncentracije kot enofrakcijski pristop, vendar je ujemanje med obema pristopoma pri večjih hitrostih dobro, saj so vrednosti koncentracij pri hitrostih nad 0,4 m/s znotraj faktorja 1,8. Z manjšanjem hitrosti se ujemanje med večfrakcijskim pristopom po Martinezu in Harbaughu ter enofrakcijskim pristopom slabša. Pri hitrosti, ki je potrebna, da se usedejo vse plavine, se oba večfrakcijska pristopa popolnoma ujemata, saj se pri obeh vsi delci usedejo na dno pri hitrosti 0,15 m/s. Pri enofrakcijskem pristopu se vse plavine usedejo, ko dosežemo hitrost 0,25 m/s.

Slika 11 prikazuje odvisnost referenčnih koncentracij od globinsko povprečnih hitrosti za primer materiala z S-granulacijo.



Slika 11: Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa za S-granulacijo

Tudi v tem primeru so dobljene referenčne koncentracije po van Rijnovem večfrakcijskem pristopu precej manjše od enofrakcijskega, do trikrat manjše pri največjih hitrostih. Z manjšanjem hitrosti je ujemanje med van Rijnovim pristopom in enofrakcijskim pristopom boljše. Ujemanje večfrakcijskega pristopa po Martinez in Harbaugh ter enofrakcijskega pristopa je znotraj faktorja 1,3 za največje hitrosti. Z manjšanjem hitrosti je ujemanje slabše, takrat so vrednosti koncentracij po večfrakcijskem pristopu po Martinezu in Harbaughu precej večje kot pri enofrakcijskem pristopu. Tudi tu se ves material usede pri hitrosti 0,15 m/s pri obeh večfrakcijskih pristopih, pri enofrakcijskem pristopu pa pri hitrosti 0,15 m/s.

Poglejmo še razlike v obeh materialih pri računu z enofrakcijskim in večfrakcijskim pristopom. Pričakovati je bilo, da bo ujemanje med obema pristopoma boljše pri materialu z S-granulacijo, ker je slednji po sestavi bolj podoben materialu z enovito sestavo. Vendar pa se izkaže, da je ujemanje med enofrakcijskim in večfrakcijskim pristopom zelo podobno pri obeh materialih. Pri materialu z Sgranulacijo dosežemo boljše ujemanje med večfrakcijskim pristopom po Martinezu in Harbaughu ter enofrakcijskim pristopom, kar se sklada z našimi pričakovanji. Ujemanje med večfrakcijskim pristopom po van Rinju in enofrakcijskim pristopom pa je boljše pri materialu z linearno granulacijo. Sklepamo, da do tega pride, ker delitev na frakcije po van Rijnu sledi Gaussovi distribuciji in je zaradi tega bolj primerna za material, kjer so različna zrna enakomerno zastopana.

Iz grafov na slikah 10 in 11 pa je razvidno tudi, da so razlike koncentracij med obema večfrakcijskima pristopoma ne glede na izbrani material prevelike, da bi smeli na osnovi narejenih izračunov izbrati primerno metodo za vgradnjo v model PCFLOW3D.

Na sliki 12 sta prikazana algoritma računa po večfrakcijskem in enofrakcijskem pristopu



Slika 12: Algoritem računa po večfrakcijskem in enofrakcijskem pristopu

## 4 ZAKLJUČKI

Model PCFLOW3D omogoča računanje transporta sedimentov po enofrakcijskem pristopu, ki je primeren, kadar imamo opraviti z materialom enovite sestave. Kadar obravnavamo material, ki ga sestavljajo izrazito različno velika zrna, se izkaže, da enofrakcijski pristop ni primeren. Ker so obstoječe večfrakcijske metode med sabo zelo različne, smo izdelali enostaven večfrakcijski model in z njim preizkusili in primerjali dve znani večfrakcijski metodi. Model je izdelan v MS Excelu, z njim pa smo primerjali usedanje materiala pri padajoči hitrosti vodnega toka in usedanje primerjali z van Rijnovim enofrakcijskim modelom, ki je vgrajen tudi v model PCFLOW3D.

Pri izdelavi modela v Excel-u smo uporabili dva večfrakcijskega pristopa modeliranja transporta plavin. Van Rijnov pristop temelji na delitvi materiala na sedem frakcij pri čemer porazdelitev frakcij sledi Gaussovi porazdelitvi, metoda Martineza in Harbaugha pa dovoljuje delitev materiala na poljubno število frakcij, ki imajo enake razpone. Pri obeh pristopih smo se večfrakcijskega modeliranja lotili tako, da smo posamezne frakcije obravnavali z obstoječim enofrakcijskim pristopom, prispevke posameznih frakcij pa na koncu sešteli.

Najprej smo primerjali različne možnosti računa Egiazaroffovega korekcijskega faktorja, ki pri večfrakcijskem pristopu upošteva medsebojni vpliv posameznih frakcij. Izračuni v Excelu so pokazali, da tako aproksimacija po Egiazaroffu kot aproksimacija po Patelu in Rangi podata večje vrednosti kot osnovna enačba. Največja odstopanja se pojavijo pri najfinejših frakcijah, pri bolj grobih frakcijah pa je ujemanje boljše. Za račun Egiazaroffovega korekcijskega faktorja smo v modelu uporabili osnovno enačbo, v kateri nastopa najmanj poenostavitev.

Pri izračunih v Excel-u smo sledili postopku in enačbam, ki jih uporablja model PCFLOW3D in jih preuredili za uporabo v večfrakcijskem pristopu. Po računu smo najprej primerjali oba večfrakcijska pristopa in dobljene rezultate. Pri obeh modelih se najprej usedejo najbolj grobe frakcije, finejše frakcije pa ostanejo v suspenziji dlje časa. S padanjem hitrosti toka se je količina lebdečega materiala zmanjševala, dokler nismo dosegli stanja, ko se je ves material usedel. Do največjih razlik med obema pristopoma je prišlo pri grobih frakcijah. Sklepamo, da do razlik pride zaradi različnih delitev materiala na frakcije, ki ga uporabljamo pri obeh pristopih. Razlike med premeri srednjih zrn posameznih frakcij pri obeh večfrakcijskih pristopih so namreč največje pri grobih frakcijah, kjer znašajo tudi več kot 200 µm. Pri najbolj fini frakciji, kjer je ujemanje najboljše, je razlika v premerih srednjih zrn najmanjša in znaša 25 µm. Pri obeh večfrakcijskih pristopih se vse plavine popolnoma usedejo pri hitrosti 0,15 m/s za oba materiala, pri enofrakcijskem pristopu je ta hitrost enaka 0,25 m/s.

Po računu z večfrakcijskim pristopom smo v programu Excel izvedli še račun z enofrakcijskim pristopom, ki sledi enačbam v modelu PCFLOW3D. Primerjava rezultatov enofrakcijskega in obeh večfrakcijskih pristopov je pokazala, da se rezultati dobljeni s pristopom po Martinezu in Harbaughu bolje skladajo z rezultati dobljenimi po enofrakcijskem pristopu za večje hitrosti, medtem ko pristop po van Rijnu kaže boljše ujemanje z enofrakcijskim pristopom pri nižjih hitrostih. Primerjava enofrakcijskega in večfrakcijskega pristopa glede na izbiro materiala je presenetljivo pokazala, da je ujemanje podobno pri obeh materialih. Zaradi večje enovitosti zrnavosti smo pričakovali boljše ujemanje pri materialu z S-granulacijo. Ugotovili smo, da je v našem primeru ujemanje med enofrakcijskim pristopom in večfrakcijskim pristopom po Martinezu in Harbaughu boljše pri materialu z S-granulacijo. Sklepamo, da do tega pride, ker delitev na frakcije po van Rijnu sledi Gaussovi porazdelitvi in je zato bolj primerna za material, kjer so različna zrna bolj enakomerno zastopana.

Na podlagi dobljenih rezultatov ugotavljamo, da obravnavani večfrakcijski metodi dajeta zelo različne rezultate; razlike na nekaterih območjih hitrosti presegajo faktor 4. O ustreznosti ene ali druge metode za vgradnjo v model PCFLOW3D bomo torej lahko sklepali šele, ko bomo modelne rezultate primerjali z laboratorijskimi meritvami in kasneje z meritvami v naravi. Rezultati modela, ki smo ga izdelali v MS Excelu, pa vseeno nudijo dobre smernice za nadaljnje delo. Kljub temu, da ne moremo neposredno predlagati metode in enačb, ki bi jih bilo potrebno vgraditi v model PCFLOW3D, lahko opravljeno delo služi kot dobra iztočnica za bodoče raziskave.

Napotki za nadaljnjo delo:

- Opraviti meritve v laboratorijskem kanalu in rezultate primerjati z modelom izdelanim v tej nalogi ter z obstoječim enofrakcijskim modelom PCFLOW3D.
- Opraviti meritve v naravnem okolju in jih primerjati z meritvami v laboratorijskem kanalu. Na podlagi zbranih meritev ugotoviti najprimernejši večfrakcijski pristop k modeliranju transporta plavin.
- Nadgraditi model PCFLOW3D z najprimernejšim večfrakcijskim pristopom, glede na izvedene meritve. V modelu je mogoče posamezne frakcije obravnavati z obstoječim algoritmom in enačbami za enofrakcijski pristop, na koncu računa pa prispevke posameznih frakcij sešteti. Podrobne korekcije, potrebne pri prehodu iz enofrakcijskega na večfrakcijski model, lahko sledijo ugotovitvam in algoritmu, ki ga podajamo v diplomski nalogi.

#### VIRI

du Boys, P.D.F. 1879. Le Rho<sup>n</sup>e et les rivie<sup>res</sup> a' lit affouillable. Annales des Ponts et Chausse<sup>e</sup>s 18, 5: 141-195.

Četina, M. 1992. Tridimenzionalni matematični baroklini model za izračun tokov v jezerih in morju. Doktorska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Četina, M., Rajar, R., Povinec, P. 2000. Modelling of circulation and dispersion of radioactive pollutants in the Japan Sea. Oceanologica Acta 23, 7: 819-836.

Dorić, E. 2007. Možnosti uporabe modela MIKE 3 v Tržaškem zalivu. Seminarska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 90 str.

Dorić, E. 2008. Primerjava modelov MIKE 3 in PCFLOW3D za simulacije hidrodinamike v Tržaškem zalivu. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 76 str.

Einstein, H.A. 1950. The bed-load function for sediment transportation in open channel flows. Technical Bulletin U.S. Department of Agriculture 1026, 0-71.

Gilmour, C.C., Henry, E.A., Mitchell, R. 1992. Sulfate Stimulation of Mercury Methylation in Freshwater Sediments. Environmental Science & Technology 26, 11:2281-2287.

Model SWAN, Simulating WAves Nearshore, Third-generation wave model, 2012. http://www.swan.tudelft.nl/ (Pridobljeno 20.11.2012)

James, S.C., Jones, C.A., Grace, M.D., Roberts, J.D. 2010. Advances in sediment transport modelling. Journal of Hydraulic research 34, 4: 435-456.

James. S.C., Jones, C.A., Grace, M.D., Roberts, J.D. 2011. Advances in sediment transport modelling. Journal of Hydraulic research 48, 6: 754-763.

Jones, C.A. 2001. A sediment transport model. Doktorska naloga. Santa Barbara CA, University of California.

Kovšca, J. 2007. Dopolnitve modela PCFLOW3D za simulacijo tokov in širjenja polutantov. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 135 str.

Lin, B., Falconer, R.A. 1996. Numerical modelling of three-dimensional suspended sediment for estuarine and costal waters. Journal of Hydraulic research 34, 4: 435-456.

Martinčič, U. 2001. Modeliranje izmenjave živega srebra med sedimentom in vodo v Tržaškem zalivu. Diplomska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 93 str.

Martinez, P.A., Harbaugh, J.W. 1993. Simulating Nearshore Environments. New York, Pergamon Press Ltd.: 265 str.

Mellor, G.L., Yamada, T., 1982. Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems. Reviews of Geophysics and Space Physics 20, 4: 851-875.

Mihailovic, D.T. (ur.), Gualtieri, C. (ur.). 2010. Advances in environmental fluid mechanics. Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd: 348 str.

O'Connor, B.A., Nicholson, J. 1988. A three-dimensional model of suspended particulate sediment transport. Coastal engineering 12, 2: 157-174.

Papanicolau, A.N., Elhakeem, M., Krallis, G., Prakash, S., Edinger, J. 2008. Sediment Transport Modeling Review-Current and Future Developments. Journal of Hydraulic Engineering 134, 1: 1-14.

Patel, P.L., Ranga Raju, K.G. 1999. Critical tractive stress of nonuniform sediments. Journal of Hydraulic research 37, 1: 39-58.

Rajar, R., Četina, M., Širca, A., 1997. Hydrodynamic and Water Quality Modelling: Case Studies. Ecological Modelling 101: 209–228.

Rajar, R., Žagar, D., Širca, A., Horvat, M. 2000. Three-dimensional modelling of mercury cycling in the Gulf of Trieste. Science of the Total Environment 260: 109–123.

Rajar, R., Žagar, D., Četina, M., Akagi, H., Yano, S., Tomiyasu, T., Horvat, M. 2004. Application of three-dimensional mercury cycling model to coastal seas. Ecological Modelling 171: 139–155.

Širca, A. 1992. Modeliranje transporta polutantov po metodi sledenja delcev. Magistrska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 87 str.

Širca, A., Rajar, R., Harris, R., Horvat, M. 1999a. Mercury transport and fate in the Gulf of Trieste (Northern Adriatic) – a twodimensional modelling approach. Environmental Modelling and Software 14: 645–655.

van Rijn, L.C. 1984a. Sediment transport I: Bed load transport. Journal of Hydraulic Engineering 110, 11: 1431-1456.

van Rijn, L.C. 1984b. Sediment transport II: Suspended load transport. Journal of Hydraulic Engineering 110, 11: 1613-1641.

van Rijn, L.C. 1984c. Sediment transport III: Bed forms and alluvial roughness. Journal of Hydraulic Engineering 110, 12: 1733-1754.

van Rijn, L.C. 1986. Mathematical Modeling of Suspended Sediment in Nonuniform Flows. Journal of Hydraulic Engineering 112, 6: 433-455.

van Rijn, L. C. 1990. Principles of Fluid Flow and Surface Waves in Rivers, Estuaries, Seas and Oceans. Amsterdam, Aqua Publications: 335 str.

van Rijn, L. C. 1993. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas. Amsterdam Aqua publications.

van Rijn, L.C. 2006. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and costal seas part II: Suplement (update 2006). Amsterdam, Aqua Publications.

Vanoni, V.A. 1975. Sedimentation engineering, 1st edition. New York, ASCE: 423 str.

Wang, S.S.Y, Ribberink, J.S. 1986. The validity of a depth-integrated model for suspended sediment transport. Journal of Hydraulic research 24, 1: 53-67.

Žagar, D. 1999. Razvoj in aplikacija tridimenzionalnega modela za simulacijo transporta in procesov pretvorb živega srebra v tržaškem zalivu. Doktorska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 101 str.

Žagar, D., Petkovšek, G., Rajar, R., Sirnik, N., Horvat, M., Voudouri, A., Kallos, G., Četina, M. 2007. Modelling of mercury transport and transformations in the water compartment of the Mediterranean Sea. Marine Chemistry 107: 64–88.