

Univerza  
v Ljubljani

Fakulteta  
*za gradbeništvo  
in geodezijo*



Jamova cesta 2  
1000 Ljubljana, Slovenija  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

**DRUGG** – Digitalni repozitorij UL FGG  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujte na  
bibliografske podatke, kot je navedeno:

Gramc, L. 2013. Poenostavljen račun  
povesov AB konstrukcij. Diplomska  
naloge. Ljubljana, Univerza v Ljubljani,  
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.  
(mentor Bratina, S.): 116 str.

University  
of Ljubljana

Faculty of  
*Civil and Geodetic  
Engineering*



Jamova cesta 2  
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia  
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

**DRUGG** – The Digital Repository  
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's  
bibliographic information as follows:

Gramc, L. 2013. Poenostavljen račun  
povesov AB konstrukcij. B.Sc. Thesis.  
Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty  
of civil and geodetic engineering.  
(supervisor Bratina, S.): 116 pp.



Kandidat:

**LUKA GRAMC**

**POENOSTAVLJEN RAČUN POVESOV AB  
KONSTRUKCIJ**

Diplomska naloga št.: 3290/KS

**SIMPLIFIED CALCULATION OF RC STRUCTURE  
DEFLECTIONS**

Graduation thesis No.: 3290/KS

**Mentor:**  
doc. dr. Sebastjan Bratina

**Predsednik komisije:**  
izr. prof. dr. Janko Logar

**Član komisije:**  
izr. prof. dr. Tatjana Isaković

Ljubljana, 28. 03. 2013

## **STRAN ZA POPRAVKE**

<b>Stran z napako</b>	<b>Vrstica z napako</b>	<b>Namesto</b>	<b>Naj bo</b>
-----------------------	-------------------------	----------------	---------------

»Ta stran je namenoma prazna«.

## **IZJAVE**

Podpisani Luka Gramc izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom »Poenostavljen račun povesov AB konstrukcij«.

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v digitalnem repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, 2013

Luka Gramc

»Ta stran je namenoma prazna«.

## **IZJAVE O PREGLEDU NALOGE**

Nalogo so si ogledali:

»Ta stran je namenoma prazna«.

## BIBLIOGRAFSKO - DOKUMENTACIJSKA STRAN Z IZVLEČKOM

**UDK:** **624.012.45:624.072.2(043.2)**

**Avtor:** **Luka Gramc**

**Mentor:** **doc. dr. Sebastjan Bratina, univ. dipl. inž. gradb.**

**Naslov:** **Poenostavljen račun povesov AB konstrukcij**

**Tip dokumenta:** **Diplomska naloga - univerzitetni študij**

**Obseg in oprema:** **116 str., 21 pregl., 88 sl., 105 en.**

**Ključne besede:** **povesi, armiran beton, nosilci, okviri, plošče, upogibna togost, konstitutivni zakon, evrokod 2, reologija, lezenje, krčenje**

### Izvleček:

V diplomski nalogi obravnavamo dve poenostavljeni metodi računanja povesov armiranobetonskih (AB) konstrukcij, in sicer »poenostavljeno metodo v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1« ter starejšo »metodo s pomožnimi diagrami«. Cilj naloge je prikazati primernost, uporabnost in natančnost omenjenih metod na podlagi primerjave izračunanih povesov AB konstrukcij z eksperimentalnimi rezultati. V teoretičnem delu diplomske naloge predstavimo teoretične osnove in predpostavke, na katerih temeljita omenjeni metodi. Prikažemo tudi postopek določanja upogibne togosti homogenega in razpokanega AB prečnega prereza. V praktičnem delu diplomske naloge uporabnost omenjenih metod ponazorimo z računskimi primeri. Obravnavamo različne tipe konstrukcij, kot so prostoležeči in kontinuirni nosilci, plošče, okviri ter natezni elementi. Izkaže se, da se izračunani povesi zelo dobro ujemajo z izmerjenimi in to kljub temu, da pri računu upoštevamo minimalno število parametrov. Ti parametri so modul elastičnosti in natezna trdnost betona, modul elastičnosti armature, geometrija konstrukcije ter količina in razporeditev vzdolžne armature. Vpliv reoloških lastnosti betona na povese AB konstrukcij prikažemo na primeru kontinuirnega nosilca, za katerega žal nimamo rezultatov meritev.

»Ta stran je namenoma prazna«.

## BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION WITH ABSTRACT

<b>UDC:</b>	<b>624.012.45:624.072.2(043.2)</b>
<b>Author:</b>	<b>Luka Gramc</b>
<b>Supervisor:</b>	<b>Assoc. Prof. Sebastjan Bratina, Ph. D.</b>
<b>Title:</b>	<b>Simplified calculation of RC structure deflections</b>
<b>Document type:</b>	<b>Graduation Thesis - University studies</b>
<b>Scope and tools:</b>	<b>116 p., 21 tab., 88 fig., 105 eq.</b>
<b>Key words:</b>	<b>deflections, reinforced concrete, beams, frames, plates, flexural rigidity, constitutive law, eurocode 2, rheology, creep, shrinkage</b>

### **Abstract:**

In this graduation thesis we treat two simplified methods for the calculation of reinforced concrete (RC) structure deflections, namely »simplified method according to Eurocode 2« and older »method with auxiliary diagrams«. Our goal is to confirm the suitability of these two methods by comparing the calculated responses of RC structures to experimental results. We devote theoretical part of graduation thesis to description of mentioned methods and to essential assumptions, such as mathematical modeling of concrete mechanical and rheological properties and mechanical properties of reinforcement. We also discuss how to determine the flexural rigidity of non-cracked and cracked RC cross section. In practical part of graduation thesis we illustrate the use of mentioned simplified methods with calculation examples. In these examples we treat various types of structures, such as simple and continuous beams, plates, frames and tensile elements. It turns out, that there is a good agreement between calculated and measured response of structures, which is interesting, especially because we capture a small number of parameters. These are only modulus of elasticity and tensile strength of concrete, modulus of elasticity of reinforcement and geometry of structure with reinforcement disposition. There were no experimental results about the influence of concrete rheological properties on RC structure deflections, therefore we use a fictitious continuous beam to illustrate the principle of rheology consideration in both simplified methods.

*»Ta stran je namenoma prazna«.*

---

## ZAHVALA

Za usmeritve in strokovne nasvete pri nastajanju diplomske naloge se iskreno zahvaljujem mentorju doc. dr. Sebastjanu Bratini.

Staršema Martinu in Majdi ter bratu Marku se zahvaljujem za podporo v času študija.

Hvala punci Maji, prijateljem in sošolcem za lepe trenutke v študentskem obdobju.

Podjetju Savaprojekt, d.d., pa se zahvaljujem za štipendijo, ki mi je močno olajšala bivanje v Ljubljani.

»Ta stran je namenoma prazna«.

## KAZALO VSEBINE

<b>STRAN ZA POPRAVKE .....</b>	<b>I</b>
<b>IZJAVE .....</b>	<b>III</b>
<b>IZJAVE O PREGLEDU NALOGE.....</b>	<b>V</b>
<b>BIBLIOGRAFSKO - DOKUMENTACIJSKA STRAN Z IZVLEČKOM.....</b>	<b>VII</b>
<b>BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION WITH ABSTRACT .....</b>	<b>IX</b>
<b>ZAHVALA.....</b>	<b>XI</b>
<b>KAZALO VSEBINE.....</b>	<b>XIII</b>
<b>KAZALO PREGLEDNIC.....</b>	<b>XV</b>
<b>KAZALO SLIK.....</b>	<b>XVI</b>
<b>1 UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2 PREDPOSTAVKE PRI RAČUNU POVESOV AB KONSTRUKCIJ .....</b>	<b>3</b>
2.1 Deformacijsko stanje.....	3
2.2 Adhezijski stik med betonom in armaturo .....	3
2.3 Matematično modeliranje mehanskih in reoloških lastnosti betona.....	3
2.3.1 Konstitutivni zakon betona v tlaku.....	3
2.3.2 Natezna trdnost betona .....	5
2.3.3 Krčenje betona.....	7
2.3.4 Lezenje betona.....	9
2.4 Matematično modeliranje mehanskih lastnosti mehke armature .....	12
2.4.1 Konstitutivni zakon mehke armature .....	12
<b>3 RAZPOKE IN NJIHOV VPLIV NA POVESE AB KONSTRUKCIJ .....</b>	<b>14</b>
3.1 Upogibna togost AB konstrukcije .....	15
3.1.1 Razdelitev AB konstrukcije na odseke.....	15
3.1.2 Homogena in polno razpokana AB konstrukcija .....	16
3.1.3 Določitev upogibne togosti homogenega in polno razpokanega AB prečnega prereza	16
3.1.4 Upogibna togost AB konstrukcije z upoštevanjem lezenja betona .....	20
<b>4 POENOSTAVLJEN RAČUN POVESOV AB KONSTRUKCIJ .....</b>	<b>21</b>
4.1 Poenostavljena metoda po EC 2.....	21
4.1.1 Trenutni poves.....	21
4.1.2 Končni poves.....	22
4.2 Metoda s pomožnimi diagrami za AB konstrukcije s pravokotnimi in T prečnimi prerezi ..	24
4.2.1 Trenutni poves.....	25

---

4.2.2	Končni poves .....	27
4.2.3	Pomožni diagrami.....	28
4.3	Določitev povesa AB konstrukcije na podlagi reducirane togosti.....	36
<b>5</b>	<b>RAČUNSKI PRIMERI.....</b>	<b>37</b>
5.1	Postopek računa s poenostavljeni metodo po EC 2 .....	37
5.1.1	Vnos materialnih podatkov.....	37
5.1.2	Vnos podatkov o geometriji prečnega prereza .....	39
5.1.3	Vnos podatkov o obremenitvi.....	40
5.1.4	Izračun geometrijskih karakteristik prečnega prereza .....	40
5.1.5	Izračun povesa .....	42
5.2	Postopek računa z metodo s pomožnimi diagrami .....	44
5.3	Prostoležeči nosilci .....	45
5.3.1	Carpinteri-jevi nosilci .....	45
5.3.2	Krätsig-ov nosilec.....	49
5.3.3	Rasheed-ov nosilec.....	52
5.3.4	Lazaro-v nosilec .....	54
5.3.5	Kotsovos-ov nosilec .....	57
5.3.6	Brincker-jevi nosilci .....	60
5.4	Fantilli-jevi natezni elementi .....	63
5.5	Krätsig-ova plošča.....	65
5.6	Okviri.....	68
5.6.1	Rasheed-ov okvir .....	68
5.6.2	Cranston-ov okvir št. 1 .....	75
5.6.3	Cranston-ov okvir št. 2 .....	81
5.6.4	Wilby-jev okvir.....	87
5.7	Kotsovos-ov kontinuirni nosilec.....	94
5.8	Ocena ustreznosti uporabljenih metod na podlagi rezultatov analiz .....	98
5.9	Analiza vpliva reoloških lastnosti betona na povesi AB konstrukcij.....	101
5.9.1	Račun s poenostavljeni metodo po EC 2 .....	104
5.9.2	Račun s poenostavljeni metodo s pomožnimi diagrami .....	107
5.9.3	Primerjava uporabljenih metod in ugotovitve .....	110
5.10	Analiza vpliva osnih sil na povesi AB konstrukcij .....	111
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČEK .....</b>	<b>114</b>
<b>VIRI .....</b>		<b>115</b>

## KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Koeficient $k_h$ glede na nazivno velikost prečnega prereza $h_0$ (vmesne vrednosti linearno interpoliramo).....	8
Preglednica 2: Koeficiente $\alpha_{ds,1}$ in $\alpha_{ds,2}$ za različne vrste cementa .....	9
Preglednica 3: Koeficient $\alpha$ za različne vrste cementa.....	11
Preglednica 4: Klasifikacija mehke armature glede na duktilnost.....	12
Preglednica 5: Nadomestna širina in lega težišča pri T prečnem prerezu (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 110) .....	32
Preglednica 6: Koeficient lezenja po PBAB (PBAB, 1987) (vmesne vrednosti linearno interpoliramo).....	35
Preglednica 7: Geometrijske karakteristike prečnih rezov (Carpinteri-jevi nosilci).....	46
Preglednica 8: Potrebne vrednosti za metodo s pomožnimi diagrami (Carpinteri-jevi nosilci) .	47
Preglednica 9: Geometrijske karakteristike prečnih rezov (Brincker-jevi nosilci).....	61
Preglednica 10: Potrebne vrednosti za metodo s pomožnimi diagrami (Brincker-jevi nosilci) ..	62
Preglednica 11: Velikosti prečnih rezov v stanju I ter osna sila oziroma napetost v armaturi pri prehodu v stanje II (Fantilli-jevi natezni elementi).....	64
Preglednica 12: Geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih rezov (Rasheed-ov okvir) .....	69
Preglednica 13: Geometrijske karakteristike AB prečnih rezov (Rasheed-ov okvir) .....	71
Preglednica 14: Geometrijske karakteristike AB prečnih rezov (Cranston-ov okvir št. 2)...	83
Preglednica 15: Geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih rezov (Wilby-jev okvir) .....	88
Preglednica 16: Geometrijske karakteristike AB prečnih rezov (Wilby-jev okvir).....	90
Preglednica 17: Razlike med poenostavljenou metodo s pomožnimi diagrami in poenostavljenou metodo v skladu z EC 2.....	99
Preglednica 18: Geometrijske karakteristike prečnega prereza (primer z reologijo betona, EC 2) .....	105
Preglednica 19: Primerjava metode s pomožnimi diagrami in poenostavljene metode v skladu z EC 2 (primer z reologijo betona) .....	111
Preglednica 20: Vpliv tlačne osne sile na togost prereza in posledično ukrivljenost .....	113
Preglednica 21: Vpliv natezne osne sile na togost prereza in posledično ukrivljenost.....	113

## KAZALO SLIK

<b>Slika 1:</b> Primerjava odziva, določenega z nelinearno analizo in eksperimentalno izmerjenga odziva AB plošče (Krätzig, Pölling, 2004: stran 1212) .....	2
<b>Slika 2:</b> Primerjava rezultata preizkusa s konstitutivnim zakonom betona za nelinearno analizo .....	4
<b>Slika 3:</b> Primerjava linearnega in nelinearnega konstitutivnega zakona betona .....	5
<b>Slika 4:</b> Velikostni red srednje osne natezne trdnosti betona v primerjavi z njegovo karakteristično tlačno trdnostjo za različne trdnostne razrede .....	6
<b>Slika 5:</b> Primerjava srednje osne in upogibne natezne trdnosti betona .....	6
<b>Slika 6:</b> Grafični prikaz razvoja avtogenega krčenja v prvem letu .....	7
<b>Slika 7:</b> Faktor $\beta_{RH}$ v odvisnosti od relativne vlažnosti okolja.....	9
<b>Slika 8:</b> Primerjava linearnega in nelinearnega lezenja na podlagi koeficiente lezenja .....	12
<b>Slika 9:</b> Kvalitativni prikaz konstitutivnega zakona mehke armature brez utrditve .....	13
<b>Slika 10:</b> Kvalitativni prikaz konstitutivnega zakona mehke armature z utrditvijo .....	13
<b>Slika 11:</b> Razpokanje AB elementa pod vplivom nateznih napetosti zaradi upogibne obremenitve .....	14
<b>Slika 12:</b> Razdelitev AB kontinuirnega nosilca na odseke .....	15
<b>Slika 13:</b> AB konstrukcija v stanju I (homogeni prečni prerezi) .....	16
<b>Slika 14:</b> AB konstrukcija v stanju II (polno razpokani prečni prerezi).....	16
<b>Slika 15:</b> Homogen prečni prerez (stanje I) in polno razpokan prečni prerez (stanje II) z oznakami .....	17
<b>Slika 16:</b> Napetostno stanje polno razpokanega AB prečnega prereza .....	18
<b>Slika 17:</b> Spreminjanje razdelitvenega koeficiente $\zeta$ v odvisnosti od obremenitve .....	22
<b>Slika 18:</b> Nearmirana konstrukcija.....	24
<b>Slika 19:</b> Pomembne oznake na pravokotnem in T prerezu.....	25
<b>Slika 20:</b> Koeficient $\rho_M$ za pravokotni prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 115) .....	29
<b>Slika 21:</b> Koeficient $k_I$ za pravokotni prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111).....	29
<b>Slika 22:</b> Koeficient $k_{II}$ za pravokotni prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111).....	30
<b>Slika 23:</b> Koeficiente $k_{c,I}$ in $k_{c,II}$ za pravokotni prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 113).....	30
<b>Slika 24:</b> Koeficiente $k_{s,I}$ in $k_{s,II}$ za pravokotni prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 114).....	31
<b>Slika 25:</b> Koeficient $\rho_M$ za T prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 116).....	33
<b>Slika 26:</b> Koeficienti $k_I$ , $k_{c,I}$ in $k_{s,I}$ za T prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 112) .....	33
<b>Slika 27:</b> Koeficient $k_{II}$ za T prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111) .....	34
<b>Slika 28:</b> Koeficiente $k_{c,II}$ in $k_{s,II}$ za T prečni prerez (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111) .....	34
<b>Slika 29:</b> Koeficient lezenja po PBAB za $d_m \approx 20$ cm (Ivković, Pakvor, 1995: stran 88).....	35
<b>Slika 30:</b> Končna deformacija krčenja betona po PBAB (vmesne vrednosti linearno interpoliramo) (Ivković, Pakvor, 1995: stran 86) .....	36
<b>Slika 31:</b> Primer vnosa materialnih podatkov (MS Excel) .....	38
<b>Slika 32:</b> Primer vnosa materialnih podatkov (SAP 2000) .....	39

<b>Slika 33: Primer vnosa podatkov o prečnem prerezu (MS Excel).....</b>	<b>40</b>
<b>Slika 34: Primer vnosa podatkov o obremenitvi (MS Excel) .....</b>	<b>40</b>
<b>Slika 35: Primer izpisa geometrijskih karakteristik (MS Excel) .....</b>	<b>41</b>
<b>Slika 36: Primer zagotovitve ravnotežja (MS Excel) .....</b>	<b>42</b>
<b>Slika 37: Vnos geometrijskih karakteristik prečnega prereza (SAP 2000).....</b>	<b>42</b>
<b>Slika 38: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Carpinteri, 1999: stran 33) ....</b>	<b>45</b>
<b>Slika 39: Odziv nosilca A-0,13-6 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>48</b>
<b>Slika 40: Odziv nosilca A-0,25-6 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>48</b>
<b>Slika 41: Odziv nosilca A-0,88-6 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>48</b>
<b>Slika 42: Odziv nosilca B-0,13-12 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>48</b>
<b>Slika 43: Odziv nosilca B-0,44-12 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>49</b>
<b>Slika 44: Odziv nosilca B-2-12 (Carpinteri-jevi nosilci) .....</b>	<b>49</b>
<b>Slika 45: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Krätsig, Pölling, 2004: stran 1211) .....</b>	<b>49</b>
<b>Slika 46: Odziv Krätsig-ovega nosilca.....</b>	<b>51</b>
<b>Slika 47: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Rasheed, Dinno, 1994: stran 632) .....</b>	<b>52</b>
<b>Slika 48: Odziv Rasheed-ovega nosilca .....</b>	<b>54</b>
<b>Slika 49: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe (Lazaro, Richards, 1973: stran 1771) .....</b>	<b>55</b>
<b>Slika 50: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Lazaro-v nosilec); enote: kN, cm .....</b>	<b>55</b>
<b>Slika 51: Odziv Lazaro-vega nosilca.....</b>	<b>57</b>
<b>Slika 52: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe (Kotsovos, Lefas, 1990: stran 130) .....</b>	<b>58</b>
<b>Slika 53: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Kotsovos-ov nosilec); enote: kN, cm. ....</b>	<b>58</b>
<b>Slika 54: Odziv Kotsovos-ovega nosilca .....</b>	<b>60</b>
<b>Slika 55: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Brincker-jevi nosilci) (Carpinteri, 1999: stran 139).....</b>	<b>61</b>
<b>Slika 56: Odziv nosilca 10/20-0,78 (Brincker-jevi nosilci) .....</b>	<b>62</b>
<b>Slika 57: Odziv nosilca 10/20-1,57 (Brincker-jevi nosilci) .....</b>	<b>62</b>
<b>Slika 58: Odziv nosilca 20/40-0,78 (Brincker-jevi nosilci) .....</b>	<b>63</b>
<b>Slika 59: Odziv nosilca 20/40-1,57 (Brincker-jevi nosilci) .....</b>	<b>63</b>
<b>Slika 60: Geometrijski podatki (Fantilli-jevi natezni elementi) (Carpinteri, 1999: stran 106) ...</b>	<b>63</b>
<b>Slika 61: Odziv nateznih elementov P-10 in P-12 (Fantilli-jevi natezni elementi).....</b>	<b>65</b>
<b>Slika 62: Odziv nateznih elementov P-4 in P-8 (Fantilli-jevi natezni elementi).....</b>	<b>65</b>
<b>Slika 63: Geometrijski podatki in podatki o armaturi (Krätsig, Pölling, 2004: stran 1212).....</b>	<b>65</b>
<b>Slika 64: Odziv Krätsig-ove plošče.....</b>	<b>68</b>
<b>Slika 65: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Rasheed, Dinno, 1993: stran 633) .....</b>	<b>69</b>
<b>Slika 66: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Rasheed-ov okvir); enote: kN, cm ....</b>	<b>70</b>
<b>Slika 67: Razdelitev okvira na odseke (Rasheed-ov okvir).....</b>	<b>71</b>
<b>Slika 68: Odziv Rasheed-ovega okvira .....</b>	<b>75</b>

---

<b>Slika 69: Geometrijski podatki, podatki o vzdolžni armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe (Cranston, 1965: stran 3) .....</b>	<b>76</b>
<b>Slika 70: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Cranston-ov okvir št. 1); enote: kN, cm .....</b>	<b>77</b>
<b>Slika 71: Razdelitev okvira na odseke (Cranston-ov okvir št. 1) .....</b>	<b>78</b>
<b>Slika 72: Odziv Cranston-ovega okvira št. 1 .....</b>	<b>80</b>
<b>Slika 73: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe (Cranston, 1965: stran 3) .....</b>	<b>81</b>
<b>Slika 74: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Cranston-ov okvir št. 2); enote: kN, cm .....</b>	<b>82</b>
<b>Slika 75: Razdelitev okvira na odseke (Cranston-ov okvir št. 2) .....</b>	<b>83</b>
<b>Slika 76: Odziv Cranston-ovega okvira št. 2 .....</b>	<b>87</b>
<b>Slika 77: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Wilby, Pandit, 1967: stran 333) .....</b>	<b>88</b>
<b>Slika 78: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Wilby-jev okvir); enote: kN, cm .....</b>	<b>89</b>
<b>Slika 79: Razdelitev okvira na odseke (Wilby-jev okvir).....</b>	<b>90</b>
<b>Slika 80: Odziv Wilby-jevega okvira .....</b>	<b>94</b>
<b>Slika 81: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Seraj, Kotsovos, Pavlović, 1995: stran 478).....</b>	<b>95</b>
<b>Slika 82: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Kotsovos-ov kontinuirni nosilec); enote: kN, cm .....</b>	<b>95</b>
<b>Slika 83: Razdelitev nosilca na odseke (Kotsovos-ov kontinuirni nosilec) .....</b>	<b>96</b>
<b>Slika 84: Odziv Kotsovos-ovega kontinuirnega nosilca .....</b>	<b>98</b>
<b>Slika 85: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (primer z reologijo betona)....</b>	<b>101</b>
<b>Slika 86: Računski model, obtežba in upogibni momenti (primer z reologijo betona); enote: kN, cm.....</b>	<b>102</b>
<b>Slika 87: Enotska sila in upogibni momenti za račun povesa zaradi krčenja betona (primer z reologijo betona, EC 2).....</b>	<b>107</b>
<b>Slika 88: Prečni prerez, ki ga uporabimo za prikaz vpliva osnih sil na upogibno togost .....</b>	<b>112</b>

## 1 UVOD

Pri projektiranju gradbenih konstrukcij moramo izpolniti različne zahteve, med katerimi je varnost zagotovo na prvem mestu. Zato je nujno, da je vsaka konstrukcija zmožna prevzeti stalno, koristno in nezgodno obtežbo, za katero predpostavimo, da bo nastopila v življenjski dobi konstrukcije. Poleg varnosti pa moramo preveriti še druge dejavnike, ki tudi lahko posredno ogrožajo varnost, a so vseeno bolj estetskega in psihološkega pomena. To so zlasti povesi in vibracije ter drugi dejavniki, ki so značilni za posamezne vrste materialov, npr. razpoke pri konstrukcijah iz betona.

V diplomski nalogi se ukvarjam s povesi armiranobetonskih konstrukcij (v nadaljevanju: AB konstrukcije). Kot vemo, področje konstrukcij iz armiranega betona pokriva standard SIST EN 1992-1-1 (Evrokod 2 ali krajše EC 2) [1], v katerem kontrola povesov, kot tudi pri ostalih evrokodih, spada v kontrolo mejnega stanja uporabnosti (MSU). Pri AB konstrukcijah moramo poleg povesov preverjati še širino razpok ter nivo napetosti v betonu in jeklu.

Skladno z EC 2 [1] povese AB konstrukcij preverjamo pri navidezno stalni kombinaciji obtežbe, ki jo formalno zapišemo z izrazom:

$$\sum_j G_{k,j} + \sum_i \psi_{2,i} Q_{k,i}, \quad (1)$$

kjer je:

$G_{k,j}$   $j$ -ti karakteristični stalni vpliv,

$Q_{k,i}$   $i$ -ti karakteristični spremenljivi vpliv,

$\psi_{2,i}$  faktor za določitev navidezno stalne vrednosti  $i$ -tega spremenljivega vpliva, ki je enak:

0,3 za stanovanja in pisarne (kategoriji A in B),

0,6 za trgovine in druge prostore, kjer se zbirajo ljudje (kategorije C in D),

0,8 za skladišča (kategorija E),

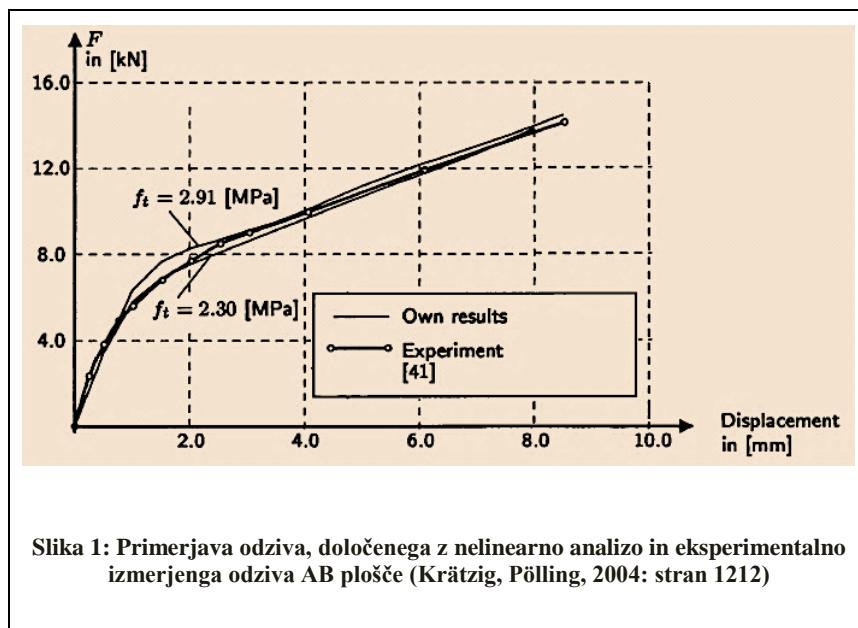
0,0 za strehe (kategorija H),

do 0,2 za sneg in veter.

Bistveni parametri, ki vplivajo na povese AB konstrukcij, so obtežba, geometrija konstrukcije in njenih prečnih prerezov, mehanske lastnosti betona in armature, reološke lastnosti betona, količina armature, robni pogoji ter razpoke. Če torej dobro premislimo, je praktično nemogoče zelo natančno izračunati velikost povesa, saj je matematično modeliranje vseh naštetih parametrov sila zahtevno.

Najnatančnejša metoda računanja povesov AB konstrukcij je nelinearna analiza, ki vključuje geometrijsko nelinearnost konstrukcije, nelinearnost materiala, upošteva razpokanost betona in problem nestabilnosti ter točno razporeditev armature v konstrukciji. S tem pristopom lahko zelo dobro sledimo dejanskemu obnašanju konstrukcije vse do porušitve, vendar moramo pri tem pozнатi še natančno lego in velikost obtežbe, kar pa je v praksi prej nemogoče kot mogoče. Ker je pri tem potrebno upoštevati veliko število parametrov in se situacija spreminja z vsakim prirastkom obremenitve, je za to metodo nujno imeti tudi zmogljivo programsko orodje. Primerjavo

eksperimentalno izmerjenega odziva AB plošče in odziva, izračunanega z nelinearno analizo, prikazujemo na sliki 1 (Krätsig, Pölling, 2004).



Za običajno inženirsko prakso pa je primernejša uporaba računskih postopkov, ki omogočajo enostavnejši in hitrejši račun povesov AB konstrukcij, seveda na račun manjše natančnosti. Eno izmed takšnih poenostavljenih računskih metod podaja tudi EC 2 [1]. Zadostuje že uporaba najosnovnejšega računalniškega programa, ki deluje po metodi končnih elementov in temelji na teoriji elastičnosti, v enostavnih primerih pa lahko povese določimo celo s »peš« računom. Tukaj se tudi skriva eden izmed namenov te diplomske naloge, tj. potrditi ustreznost poenostavljenega postopka računa povesov AB konstrukcij na podlagi primerjave z rezultati eksperimentov. Poleg metode, ki jo podaja EC 2 [1], v diplomski nalogi obravnavamo še enostavnejšo in starejšo metodo s pomožnimi diagrami, ki je podana v priročniku za dimenzioniranje AB konstrukcij po metodi mejnih stanj [2].

Po uvodu, v 2. poglavju, najprej pojasnimo bistvene predpostavke, ki jih upoštevamo pri računu povesov, npr. potek deformacij po prečnem prerezu, matematični opis obnašanja betona in jekla, časovni vpliv na mehanske lastnosti betona itd. V nadaljevanju analiziramo vpliv razpok na zmanjšanje togosti AB konstrukcije ter posledično na velikost povesa. Pri tem prikazujemo določanje togosti konstrukcije z upoštevanjem razpokanosti in reologije betona. V 4. poglavju natančneje opišemo prej omenjeni poenostavljeni metodi računa povesov AB konstrukcij, njuno primernost in natančnost pa analiziramo v 5. poglavju, kjer rezultate računa primerjamo z eksperimentalnimi rezultati. Na koncu podajamo zaključke.

Cilj te diplomske naloge je torej preveriti natančnost in ustreznost poenostavljenih računskih postopkov za določitev povesov AB konstrukcij.

## 2 PREDPOSTAVKE PRI RAČUNU POVESOV AB KONSTRUKCIJ

### 2.1 Deformacijsko stanje

Osnovna predpostavka linearne in nelinearne analize AB konstrukcij je Bernoullijeva hipoteza o ravninskih prečnih prerezih [3], ki potek deformacij po prerezih v splošnem opiše z enačbo ravnine, pri enoosnem upogibu pa kar z enačbo premice. Bistvene so torej le robne deformacije, deformacije po prerezu pa linearno interpoliramo.

### 2.2 Adhezijski stik med betonom in armaturo

Za stik med betonom in armaturo privzamemo, da ostane tog ter nepoškodovan vse do porušitve konstrukcije [4]. Običajno poves konstrukcij preverjamo pri obtežbah, ki so približno 50 % manjše od porušne, torej je omenjena predpostavka pri tem še toliko bolj upravičena. Izpolniti moramo tudi določene konstruktivne ukrepe, npr. uporaba rebraste armature, ki je ustrezno sidrana.

### 2.3 Matematično modeliranje mehanskih in reoloških lastnosti betona

Beton je izrazito anizotropen material, saj se različno obnaša v tlaku in nategu [2]. Zveza med napetostmi in deformacijami je praktično povsod nelinearna, le v nategu ter pri nižjem nivoju tlačnih napetosti lahko govorimo o približno linearinem obnašanju. Pomemben dejavnik, ki vpliva na deformacije, je tudi dejstvo, da se lastnosti betona s časom spreminja.

#### 2.3.1 Konstitutivni zakon betona v tlaku

EC 2 [1] podaja več različnih konstitutivnih zakonov za opis sovisnosti med tlačno napetostjo in deformacijo betona. Glede povesov sta pomembna predvsem konstitutivni zakon za nelinearno analizo ter linearen zakon. V nadaljevanju podrobnejše predstavimo oba zakona:

##### Konstitutivni zakon betona za nelinearno analizo:

Bistvena parametra sta srednja tlačna trdnost betona  $f_{cm}$  in njegov srednji sekantni modul elastičnosti  $E_{cm}$ . Zveza je definirana kot:

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} f_{cm}, \quad (2)$$

kjer sta:

$$k = \frac{1,05E_{cm}|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}, \quad (3)$$

in

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}. \quad (4)$$

$\varepsilon_{c1}$  je deformacija pri doseženi tlačni trdnosti betona, za katero velja:

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8\%, \quad (5)$$

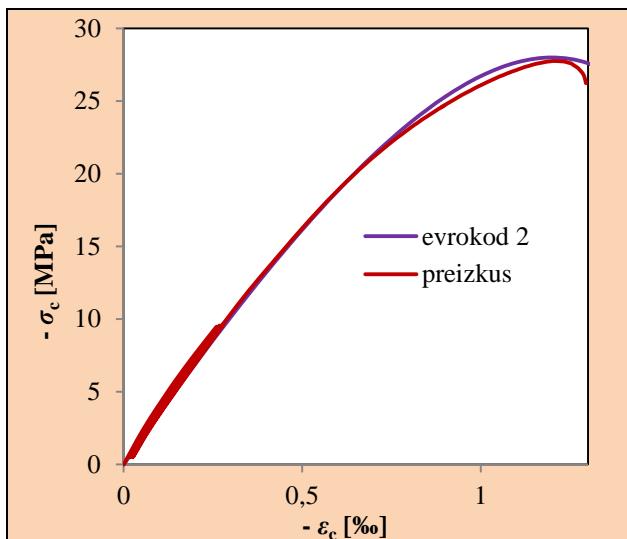
modul elastičnosti  $E_{cm}$  pa dobimo z izrazom:

$$E_{cm} = 22 \left( \frac{f_{cm} [\text{MPa}]}{10} \right)^{0,3} \approx \frac{0,4 f_{cm}}{\varepsilon_c (\sigma_c = 0,4 f_{cm})}. \quad (6)$$

Na sliki 2 prikazujemo primerjavo konstitutivnega zakona za nelinearno analizo z rezultatom eksperimenta (Betonske konstrukcije 1 [5]). Preizkus je bil izveden na betonski prizmi, ki je dosegla tlačno trdnost 28 MPa. Uporabimo konkretne deformacijske karakteristike preizkušanca, in sicer:

$$\varepsilon_{c1} \approx 0,0012, \quad \varepsilon_{cu1} \approx 0,0013 \quad \text{ter} \quad E_{cm} \approx \frac{0,4 f_{cm}}{\varepsilon_c (\sigma_c = 0,4 f_{cm})} = \frac{11,2 \text{ MPa}}{0,00033} \approx 34000 \text{ MPa}.$$

Izkaže se, da s konstitutivnim zakonom za nelinearno analizo z vstavljenimi dejanskimi parametri zelo dobro opišemo obnašanje konkretnega vzorca.



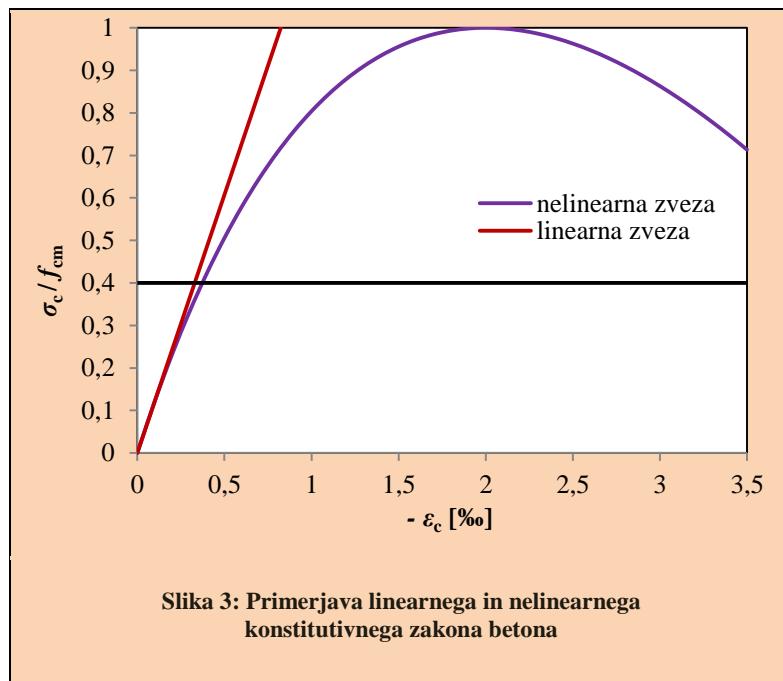
Slika 2: Primerjava rezultata preizkusa s konstitutivnim zakonom betona za nelinearno analizo

Linearna zveza med napetostjo in deformacijo betona:

Pri določanju povesov AB konstrukcij je v skladu z EC 2 [1] dovoljeno upoštevati linearno zvezo med napetostmi in deformacijami betona [6], kar zapišemo kot:

$$\sigma_c = E_{cm} \varepsilon_c. \quad (7)$$

Zveza (7) velja le do določenega nivoja napetosti in izkaže se, da je ta meja nekje pri 40% srednje tlačne trdnosti betona, kar prikazujemo na sliki 3.



### 2.3.2 Navezna trdnost betona

Navezna trdnost betona je pri analizi povesov AB konstrukcij zelo pomembna, saj je od nje odvisna razpokanost, ki odločilno vpliva na togost konstrukcije.

Osna navezna trdnost betona:

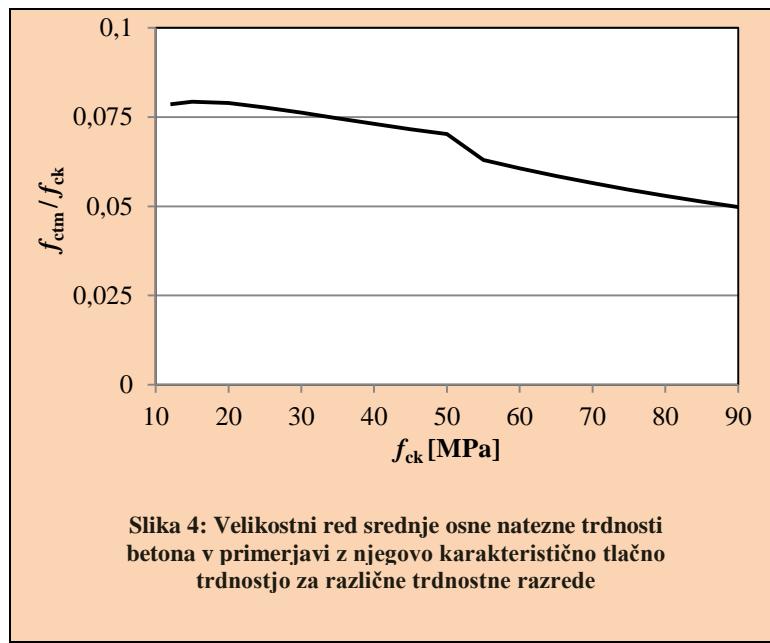
V odvisnosti od karakteristične tlačne trdnosti betona  $f_{ck}$  lahko pri betonih običajne trdnosti srednjo osno navezno trdnost določimo z izrazom:

$$f_{ctm} [\text{MPa}] = 0,3(f_{ck} [\text{MPa}])^{\frac{2}{3}}, \quad (8)$$

pri betonih visoke trdnosti, pa z izrazom:

$$f_{ctm} [\text{MPa}] = 2,12 \ln \left( 1 + \frac{f_{ck} [\text{MPa}]}{10} \right). \quad (9)$$

Na sliki 4 prikazujemo velikostni red srednje osne navezne trdnosti betona v primerjavi z njegovo karakteristično tlačno trdnostjo za trdnostne razrede, ki jih podaja EC 2 [1].



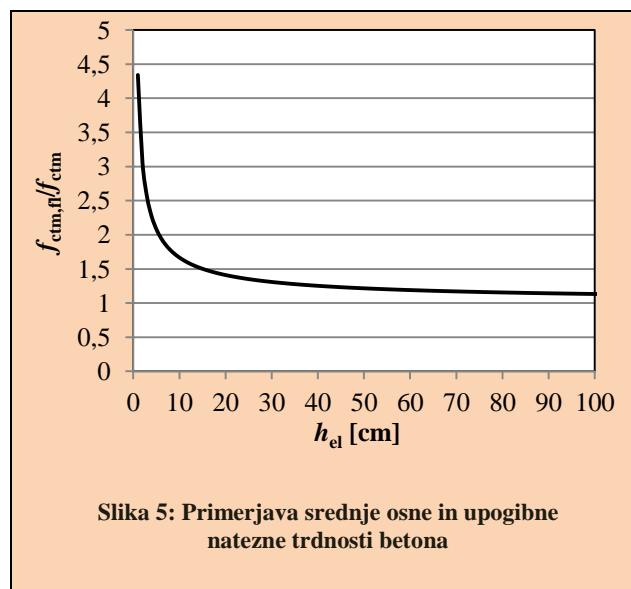
#### Upogibna natezna trdnost betona:

Upogibna natezna trdnost betona je nekoliko večja od osne, s katero je povezana z izrazom:

$$f_{ctm,fl} = f_{ctm} \frac{1 + 1,5 \left( \frac{h_{el} [\text{cm}]}{10} \right)^{0,7}}{1,5 \left( \frac{h_{el} [\text{cm}]}{10} \right)^{0,7}}. \quad (10)$$

S  $h_{el}$  označimo višino prečnega prereza obravnavanega elementa [4].

Primerjavo upogibne in srednje osne natezne trdnosti betona prikazujemo na sliki 5.



### Cepilna natezna trdnost betona:

Za zvezo med osno in cepilno natezno trdnostjo betona lahko na podlagi EC 2 [1] privzamemo:

$$f_{ctm,sp} \approx 1,1 f_{ctm}. \quad (11)$$

### **2.3.3 Krčenje betona**

Bistven del krčenja betona predstavlja krčenje zaradi sušenja in avtogeno krčenje, tj. vezanje vode pri procesu hidratacije [1].

#### Avtogeno krčenje:

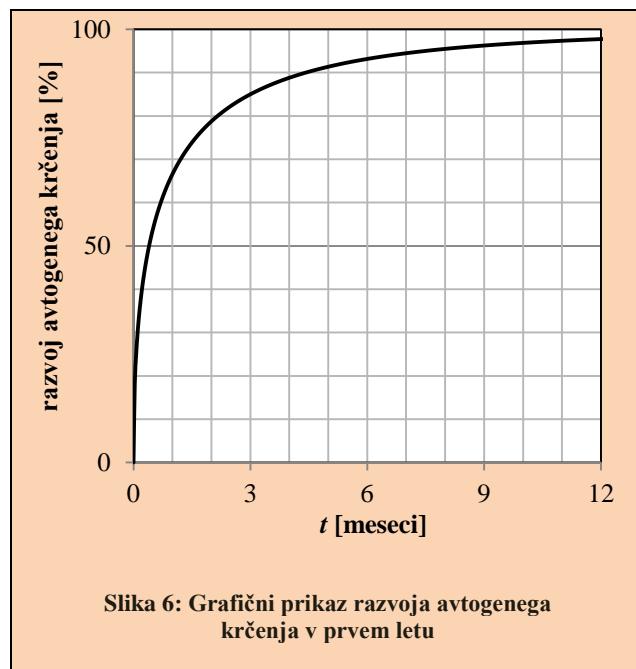
Deformacijo zaradi avtogenega krčenja izračunamo s pomočjo izraza:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t)\varepsilon_{ca}(\infty). \quad (12)$$

Pri tem je  $\beta_{as}(t)$  funkcija časovnega razvoja avtogenega krčenja in je definirana kot:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}), \quad (13)$$

kjer je  $t$  starost betona (v dnevih). To grafično prikazujemo na sliki 6.



V izrazu (12) je  $\varepsilon_{ca}(\infty)$  končna vrednost deformacije zaradi avtogenega krčenja in jo dobimo z enačbo:

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} [\text{MPa}] - 10) \times 10^{-6}, \quad (14)$$

v kateri, kot vidimo, nastopa le karakteristična tlačna trdnost betona  $f_{ck}$ .

#### Krčenje zaradi sušenja betona:

Deformacijo zaradi sušenja betona izračunamo z enačbo:

$$\varepsilon_{cd}(t, t_s) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0}. \quad (15)$$

Pri tem je  $\beta_{ds}(t, t_s)$  funkcija časovnega razvoja krčenja zaradi sušenja, ki je določena z izrazom:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0,04\sqrt{h_0^3}}. \quad (16)$$

S  $t$  označimo dejansko starost betona (v dnevih),  $t_s$  predstavlja starost betona ob koncu nege (v dnevih),  $h_0$  pa je nazivna velikost prečnega prereza (v mm). Slednjo določimo z enačbo:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}, \quad (17)$$

v kateri je  $A_c$  velikost prečnega prereza obravnavanega elementa,  $u$  pa dolžina konture prečnega prereza  $A_c$ , ki je izpostavljena sušenju.

Koeficient  $k_h$  na podlagi nazivne velikosti prečnega prereza  $h_0$  odčitamo iz preglednice 1.

Preglednica 1: Koeficient $k_h$ glede na nazivno velikost prečnega prereza $h_0$ (vmesne vrednosti linearno interpoliramo)	
$h_0$ [mm]	$k_h$
100	1
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,7

V izrazu (15) z  $\varepsilon_{cd,0}$  označimo nazivno vrednost neoviranega krčenja zaradi sušenja. Določimo jo s pomočjo enačbe:

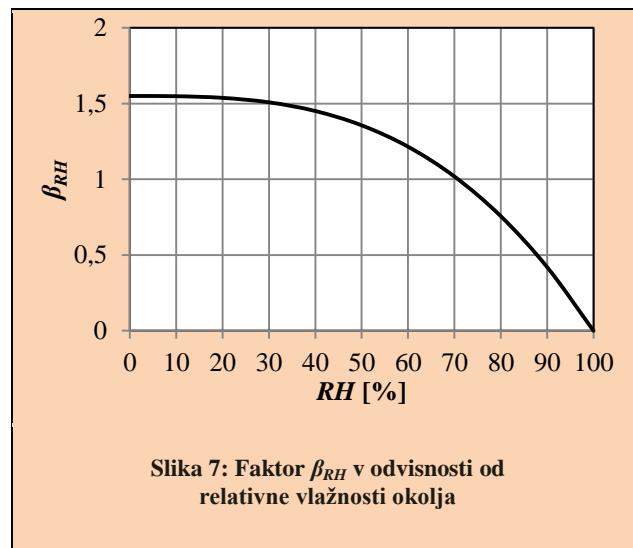
$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \beta_{RH} \left[ (220 + 110 \alpha_{ds,1}) \times \exp \left( -\alpha_{ds,2} \frac{f_{cm} [\text{MPa}]}{10} \right) \right] \times 10^{-6}, \quad (18)$$

kjer faktor  $\beta_{RH}$ , ki pri tem zajame vpliv relativne vlažnosti okolja ( $RH$ ), definiramo kot:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH [\%]}{100} \right)^3 \right]. \quad (19)$$

Odvisnost koeficientov  $\alpha_{ds,1}$  in  $\alpha_{ds,2}$  od vrste cementa podajamo v preglednici 2. Na podlagi enačbe (18) dodatno ugotovimo, da je krčenje betona zaradi sušenja odvisno tudi od trdnostnega razreda betona, natančneje od njegove srednje tlačne trdnosti  $f_{cm}$ .

Na sliki 7 prikazujemo faktor  $\beta_{RH}$  v odvisnosti od relativne vlažnosti okolja ( $RH$ ).



**Preglednica 2: Koeficiente  $\alpha_{ds,1}$  in  $\alpha_{ds,2}$  za različne vrste cementa**

vrsta cementa	$\alpha_{ds,1}$	$\alpha_{ds,2}$
S	3	0,13
N	4	0,12
R	6	0,11

Skupna deformacija betona zaradi sušenja in avtogenega krčenja je seštevek obeh deformacij:

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cd}(t). \quad (20)$$

Pri določanju povesov AB konstrukcij nas praviloma zanima predvsem končna deformacija zaradi krčenja betona. Takrat za časovni funkciji  $\beta_{as}(t)$  in  $\beta_{ds}(t, t_s)$  velja  $\beta_{as}(t) \rightarrow 1$  ter  $\beta_{ds}(t, t_s) \rightarrow 1$ .

#### 2.3.4 Lezenje betona

Pri trajni konstantni tlačni napetosti se deformacija betona, ki na začetku ustreza tej napetosti, s časom povečuje, kar imenujemo lezenje betona. Prirastek deformacije  $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$  zaradi lezenja določimo z izrazom:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}, \quad (21)$$

v katerem je  $\varphi(t, t_0)$  koeficient lezenja, s  $t$  označimo dejansko starost betona in s  $t_0$  starost betona ob nastopu trajne obtežbe (v dnevih),  $\sigma_c(t_0)$  je tlačna napetost zaradi trajne obtežbe, ki začne delovati ob starosti betona  $t_0$ , simbol  $E_c$  pa predstavlja tangentni modul elastičnosti betona, ki je enak  $1,05E_{cm}$ .

Veljata oznaki  $E_c = E_c(t = 28 \text{ dni})$  ter  $E_{cm} = E_{cm}(t = 28 \text{ dni})$ .

EC 2 [1] podaja izraz za določitev koeficiente lezenja pri poljubnem času:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \beta_c(t, t_0). \quad (22)$$

Pri tem  $\varphi_{RH}$ ,  $\beta(f_{cm})$  in  $\beta(t_0)$  definiramo kot:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \left( \frac{RH[\%]}{100} \right)}{0,1\sqrt[3]{h_0[\text{mm}]}} \text{ za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}, \quad (23)$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - \left( \frac{RH[\%]}{100} \right)}{0,1\sqrt[3]{h_0[\text{mm}]}} \times \left( \frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]} \right)^{0,7} \right] \times \left( \frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]} \right)^{0,2} \text{ za } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa}, \quad (24)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}[\text{MPa}]}} , \quad (25)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} . \quad (26)$$

$\beta_c(t, t_0)$  predstavlja funkcijo časovnega razvoja lezenja od nastopa trajne obtežbe pri starosti betona  $t_0$  do njegove dejanske starosti  $t$ . Opisana je z izrazom:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0,3} , \quad (27)$$

v katerem faktor  $\beta_H$  določimo z izrazoma:

$$\beta_H = 1,5 \left[ 1 + (0,012 RH[\%])^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \text{ za } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}, \quad (28)$$

$$\beta_H = 1,5 \left[ 1 + (0,012 RH[\%])^{18} \right] h_0 + 250 \sqrt{\frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]}} \leq 1500 \sqrt{\frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]}} \text{ za } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa}. \quad (29)$$

V izrazih (22) do (29) je  $f_{cm}$  srednja tlačna trdnost betona, s  $h_0$  smo že pri krčenju (enačba (17)) označili nazivno velikost prečnega prereza,  $RH$  pa je relativna vlažnost okolice.

Starost betona ob nanosu obtežbe  $t_0$  lahko korigiramo glede na morebitno temperaturno nego ter vrsto cementa. Za učinek sprememb temperature velja:

$$t_0 \rightarrow t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \exp \left[ - \left( \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} - 13,65 \right) \times \Delta t_i \right], \quad (30)$$

kjer je  $\Delta t_i$  časovni interval (v dnevih),  $T(\Delta t_i)$  pa temperatura, ki prevladuje v časovnem intervalu  $\Delta t_i$  (v  $^{\circ}\text{C}$ ). Čas  $t_{0,T}$  imenujemo učinkovita starost betona in v primeru, da je temperatura ves čas približno enaka  $20^{\circ}\text{C}$ , velja  $t_{0,T} = t_0$ .

Vpliv različnih vrst cementa na učinkovito starost betona je zajet v izrazu:

$$t_{0,kor} = t_{0,T} \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^{\alpha} \geq 0,5 , \quad (31)$$

v katerem s parametrom  $\alpha$  upoštevamo vpliv vrste cementa. Odvisnost podajamo v preglednici 3.

Preglednica 3: Koeficient $\alpha$ za različne vrste cementa	
vrsta cementa	$\alpha$
S	-1
N	0
R	1

Pri oceni povesov AB konstrukcij nas zanima predvsem končna deformacija zaradi lezenja, tj. pri času  $t = \infty$ . V tem primeru velja  $\varphi(t, t_0) = \varphi(\infty, t_0)$ . Skupna končna deformacija je vsota elastične deformacije ob času nanosa obtežbe, oziroma takratni (učinkoviti) starosti betona  $t_0$ , ter njenega prirastka zaradi lezenja v končnem času  $t = \infty$ , torej:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c(\infty, t_0) &= \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varphi(\infty, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} \\ \rightarrow \varepsilon_c(\infty, t_0) &= \frac{\sigma_c(t_0)}{1,05} \left( \frac{1}{E_{cm}(t_0)} + \frac{\varphi(\infty, t_0)}{E_{cm}} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Če je učinkovita ali dejanska starost betona ob nanosu obtežbe takšna, da so karakteristike betona praktično nazivne, kar pomeni, da je  $E_{cm}(t_{0,T})$  oziroma  $E_{cm}(t_0)$  enak  $E_{cm}$ , lahko izraz za končno deformacijo poenostavimo v:

$$\varepsilon_c(\infty, t_0) = \left[ 1 + \varphi(\infty, t_0) \right] \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{cm}}. \quad (33)$$

Ko definiramo t.i. učinkovit modul elastičnosti betona, in sicer kot:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}, \quad (34)$$

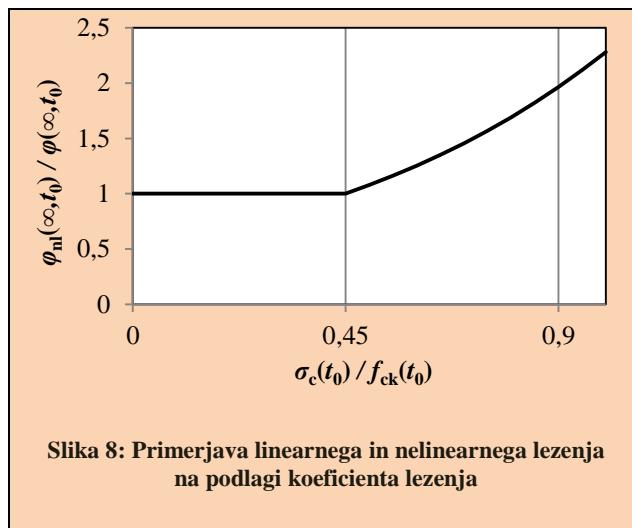
dobi enačba (33) obliko:

$$\varepsilon_c(\infty, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}}. \quad (35)$$

Takšnemu načinu upoštevanja lezenja pravimo linearna teorija lezenja, ki je veljavna, če tlačne napetosti v betonu niso večje od  $0,45f_{ck}$ . V nasprotnem primeru moramo lezenje upoštevati kot nelinearno in takrat koeficient lezenja  $\varphi(\infty, t_0)$  zamenjamo s koeficientom nelinearnega lezenja:

$$\varphi_{nl}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp \left[ 1,5 \left( \left( \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{ck}(t_0)} \right) - 0,45 \right) \right]. \quad (36)$$

Primerjavo linearnega in nelinearnega lezenja na podlagi razmerja koeficientov lezenja v odvisnosti od nivoja tlačnih napetosti v betonu prikazujemo na sliki 8.



## 2.4 Matematično modeliranje mehanskih lastnosti mehke armature

Mehka armatura, če je vroče valjana, se podobno obnaša tako v tlaku kot v nategu. Kljub temu jo pri AB konstrukcijah uporabljam za prevzem nateznih obremenitev, torej tam, kjer beton odpove. Njena bistvena lastnost, ki vpliva na varnost AB konstrukcij, je duktilnost. Če bi bila armatura krhka, bi bila takšna tudi konstrukcija. Dejanska zveza med napetostmi in deformacijami mehke armature je, vsaj v območju, ki je pomembno za projektiranje, približno bilinearna.

### 2.4.1 Konstitutivni zakon mehke armature

Bistveni mehanski parametri mehke armature so modul elastičnosti  $E_s$ , napetost tečenja  $f_y$ , natezna trdnost  $f_t$  in pripadajoča deformacija  $\varepsilon_u$ . Glede na slednjo jo razvrstimo v tri razrede duktilnosti, označene z A, B in C (preglednica 4). V nadaljevanju upoštevamo karakteristične vrednosti omenjenih mehanskih parametrov.

**Preglednica 4: Klasifikacija mehke armature glede na duktilnost**

razred	A	B	C
$k$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$
$\varepsilon_{uk}$	$\geq 25$	$\geq 50$	$\geq 75$

EC 2 [1] loči dva konstitutivna zakona mehke armature. Pri prvem po doseženi napetosti tečenja napetost jekla več ne narašča, medtem ko deformacije niso omejene. Imenujemo ga konstitutivni zakon mehke armature brez utrditve. Matematično ga zapišemo kot:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ za deformacije znotraj intervala } [0, \varepsilon_{yk}] \text{ in} \quad (37)$$

$$\sigma_s = f_{yk} \text{ za deformacije na območju } [\varepsilon_{yk}, \infty), \quad (38)$$

kjer je  $\varepsilon_{yk}$  deformacija na meji elastičnosti oziroma pri doseženi napetosti tečenja, ki jo izračunamo z izrazom:

$$\varepsilon_{yk} = \frac{f_{yk}}{E_s}. \quad (39)$$

Pri drugem konstitutivnem zakonu pa po doseženi napetosti tečenja napetost v jeklu še vedno narašča, vendar počasneje. V tem primeru deformacijo jekla omejimo. Opisano zvezo imenujemo konstitutivni zakon mehke armature z utrditvijo in ga definiramo kot:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ za deformacije znotraj intervala } [0, \varepsilon_{yk}] \text{ ter} \quad (40)$$

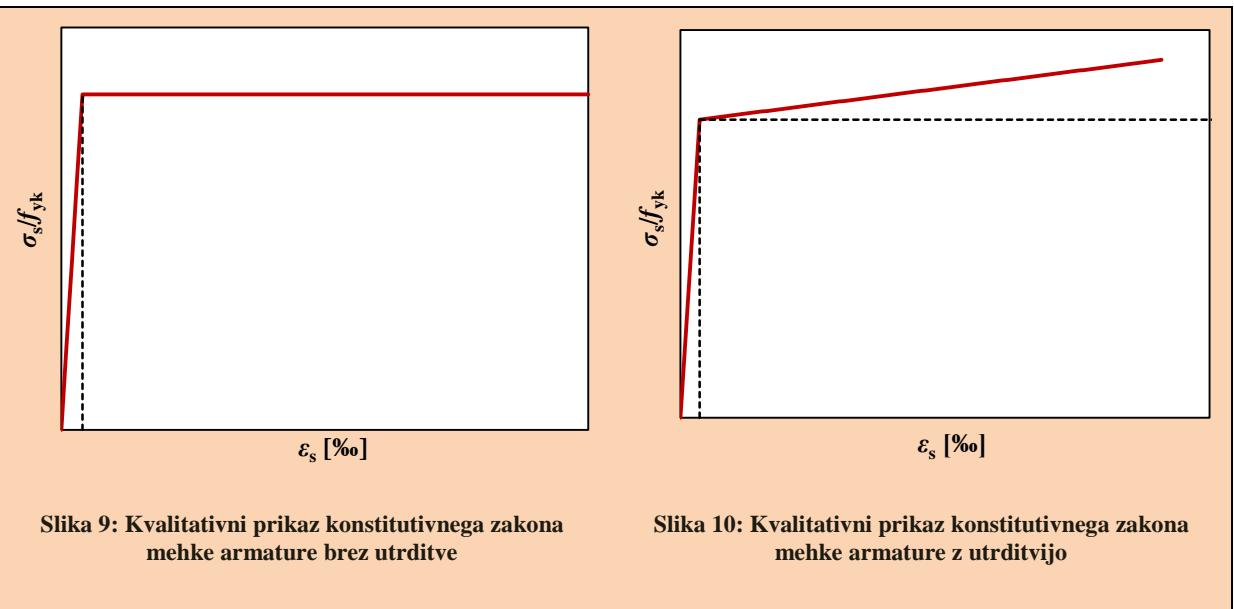
$$\sigma_s = f_{yk} \left[ 1 + (k-1) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{yk}}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yk}} \right] \text{ za deformacije na območju } [\varepsilon_{yk}, \infty). \quad (41)$$

S  $k$  označimo razmerje med natezno trdnostjo in napetostjo tečenja mehke armature, torej:

$$k = \frac{f_{lk}}{f_{yk}}. \quad (42)$$

Odvisnost parametra  $k$  in mejne deformacije  $\varepsilon_{uk}$  od razreda duktilnosti jekla podajamo v preglednici 4, deformacijo na meji elastičnosti  $\varepsilon_{yk}$  pa smo definirali z enačbo (39).

Oba konstitutivna zakona mehke armature kvalitativno prikazujemo na slikah 9 in 10.

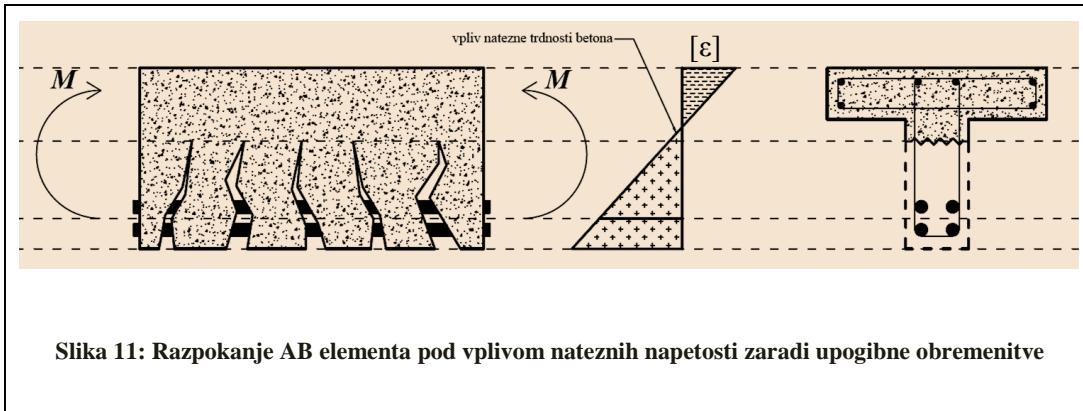


Za račun povesov AB konstrukcij je pomemben le elastični del konstitutivnega zakona mehke armature, saj v MSU plastifikacije jekla ne dopustimo. V poštev pride torej le zveza:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s. \quad (43)$$

### 3 RAZPOKE IN NJIHOV VPLIV NA POVESE AB KONSTRUKCIJ

Pri določanju povesov AB konstrukcij analiziramo zlasti razpoke, ki so posledica prevelikih nateznih napetosti v betonu zaradi zunanje obremenitve. Primer razpokanosti AB elementa pod vplivom upogibne obremenitve prikazujemo na sliki 11. Vidimo, da delček natezne cone elementa, kjer natezne napetosti niso večje od natezne trdnosti betona, ne razpoka.



Predno pa nadaljujemo z analizo vpliva razpokanosti na poveze AB konstrukcij, si oglejmo izraz za račun povesa nerazpokane ravninske linijske konstrukcije po principu virtualnega dela, pri čemer prispevek poljubnega elementa »e« k povesu celotne konstrukcije definiramo kot:

$$w_e = \int_{L_e} \left[ \frac{\bar{N}\bar{N}}{EA_e} + k_e \frac{\bar{Q}\bar{Q}}{GA_e} + \frac{\bar{M}\bar{M}}{EI_e} \right] dL_e. \quad (44)$$

Pomen oznak v zgornji enačbi:

$N$ in $\bar{N}$	dejanska in virtualna osna sila
$Q$ in $\bar{Q}$	dejanska in virtualna prečna sila
$M$ in $\bar{M}$	dejanski in virtualni upogibni moment
$E$	modul elastičnosti
$G$	strižni modul
$k$	strižni koeficient
$A_e$	velikost prečnega prereza
$I_e$	vztrajnostni moment prečnega prereza $e$ -tega elementa
$L_e$	dolžina elementa

Pri povesih imamo v mislih predvsem upogibno obremenjene konstrukcije, kjer je prispevek osnih in strižnih obremenitev k povesu minimalen [7], torej lahko enačbo (44) poenostavimo v:

$$w_e = \int_{L_e} \frac{\bar{M}\bar{M}}{EI_e} dL_e. \quad (45)$$

Tako na poves konstrukcije vplivajo le upogibni momenti zaradi zunanje obtežbe, modul elastičnosti materiala ter vztrajnostni momenti posameznih prečnih prerezov obravnavane konstrukcije.

### 3.1 Upogibna togost AB konstrukcije

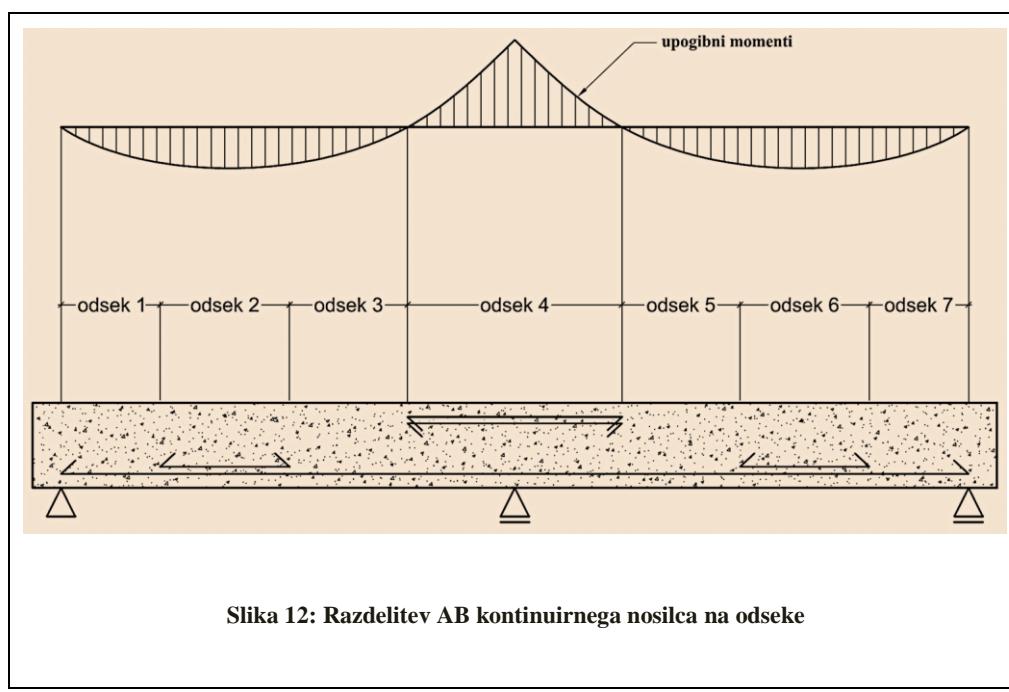
Upogibna togost AB konstrukcije je odvisna od upogibnih togosti njenih prečnih prerezov, ki jih določajo pripadajoči vztrajnostni momenti, vzdolžna armatura in modul elastičnosti betona.

#### 3.1.1 Razdelitev AB konstrukcije na odseke

Konstrukcijo razdelimo na odseke, katerih meje določajo ničelne momentne točke, spremembe v legi in količini vzdolžne armature ter spremembe oblike prečnega prereza.

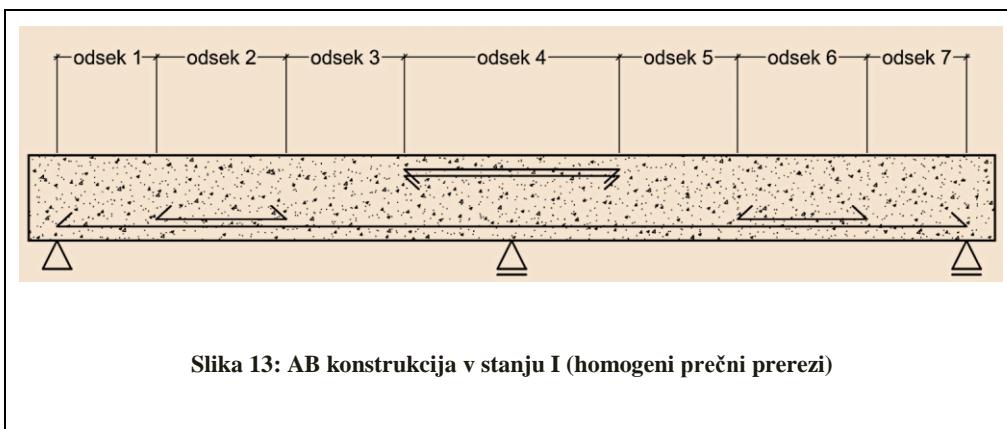
Število odsekov je vsaj tolikšno, kolikor je sprememb predznaka upogibnih momentov na konstrukciji. Tako dobimo na podlagi ničelnih momentnih točk pri prostoležečem nosilcu en odsek, pri kontinuirnem nosilcu preko dveh polj tri itd. Dodatno razdelimo konstrukcijo še tako, da se betonski prerez in prerez vzdolžne armature v posameznem odseku po vsej njegovi dolžini ne spreminja. Tako lahko že pri prostoležečem nosilcu v primeru stopničenja vzdolžne armature dobimo vsaj tri odseke. Mogoč je tudi primer, da se vzdolžna armatura in prečni prerez po konstrukciji ne spreminja, ampak spremjanje upogibnega momenta narekuje delitev konstrukcije na več odsekov. Torej, cilj delitve AB konstrukcije na odseke je, da se znotraj posameznega odseka upogibna togost ne spreminja, s čimer dobimo odsekoma konstantno togost.

Na sliki 12 prikazujemo primer razdelitve kontinuirnega nosilca preko dveh polj na ustrezeno število odsekov. Na podlagi poteka upogibnih momentov nosilec razdelimo na tri odseke, vendar ker se spreminja tudi vzdolžna armatura, je skupno število odsekov sedem.

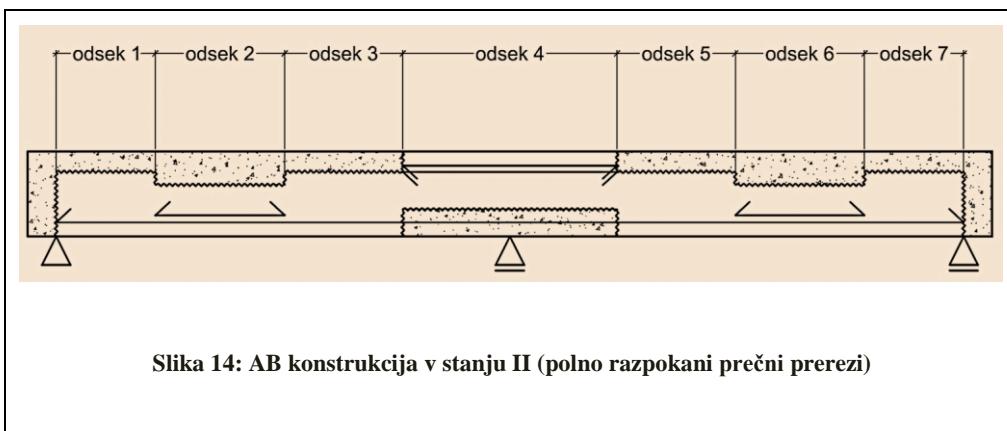


### 3.1.2 Homogena in polno razpokana AB konstrukcija

Ko govorimo o razpokanosti AB konstrukcije, lahko definiramo dva skrajna stadija, in sicer stanje I, v katerem privzamemo, da je konstrukcija nerazpokana - homogena, ter stanje II, ko je posamezen odsek konstrukcije po vsej svoji dolžini polno razpokan. Konstrukcijo v stanju I prikazujemo na sliki 13, konstrukcijo v stanju II pa na sliki 14.



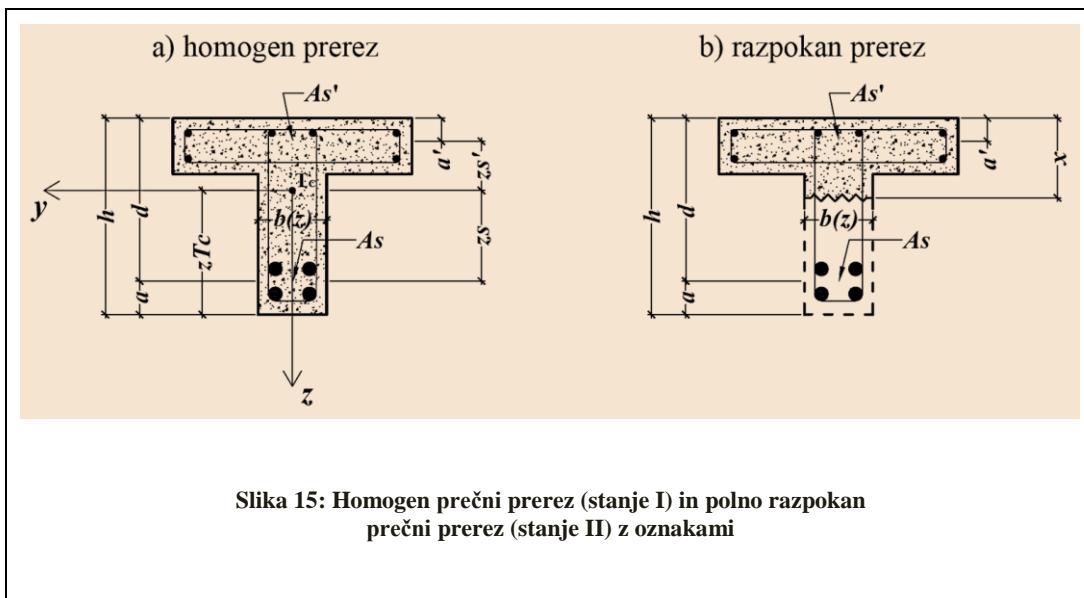
Slika 13: AB konstrukcija v stanju I (homogeni prečni prerez)



Slika 14: AB konstrukcija v stanju II (polno razpokani prečni prerez)

### 3.1.3 Določitev upogibne togosti homogenega in polno razpokanega AB prečnega prereza

Na sliki 15 prikazujemo homogen prečni rez v stanju I in polno razpokan prečni rez v stanju II. Označene so tudi količine, ki jih potrebujemo za določitev vztrajnostnega momenta prereza v posameznem stanju.



Pomen količin na sliki 15:

- $T_c$  težišče nearmiranega prečnega prereza
- $z_{Tc}$  oddaljenost težišča  $T_c$  od tegnjenega roba prereza
- $A_s$  velikost prečnega prereza natezne armature
- $A'_s$  velikost prečnega prereza tlačne armature
- $h$  višina prečnega prereza
- $b(z)$  širina prečnega prereza (v splošnem spremenljiva po višini oziroma koordinati  $z$ )
- $d$  statična višina prereza
- $a$  oddaljenost težišča natezne armature od tegnjenega roba prereza
- $a'$  oddaljenost težišča tlačne armature od tlačenega roba prereza
- $z_s$  oddaljenost težišča natezne armature od  $T_c$
- $z'_s$  oddaljenost težišča tlačne armature od  $T_c$
- $x$  globina nevtralne osi oziroma višina tlačene cone

Najprej definirajmo  $\alpha$ , ki predstavlja razmerje elastičnega modula armature in srednje vrednosti sekantnega modula elastičnosti betona:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}}. \quad (46)$$

Vztrajnostni moment homogenega AB prereza izračunamo z izrazom:

$$I_I = I_c + A_c(z_{T1})^2 + (\alpha - 1)A_s(z_s - z_{T1})^2 + (\alpha' - 1)A'_s(z'_s + z_{T1})^2, \quad (47)$$

v katerem je  $I_c$  vztrajnostni moment nearmiranega prereza glede na  $T_c$ , oznaka  $A_c$  predstavlja površino nearmiranega prereza,  $z_{T1}$  pa je premik lege težišča iz  $T_c$  v  $T_1$  zaradi upoštevanja armature in je običajno zanemarljiv. Za omenjen premik težišča velja:

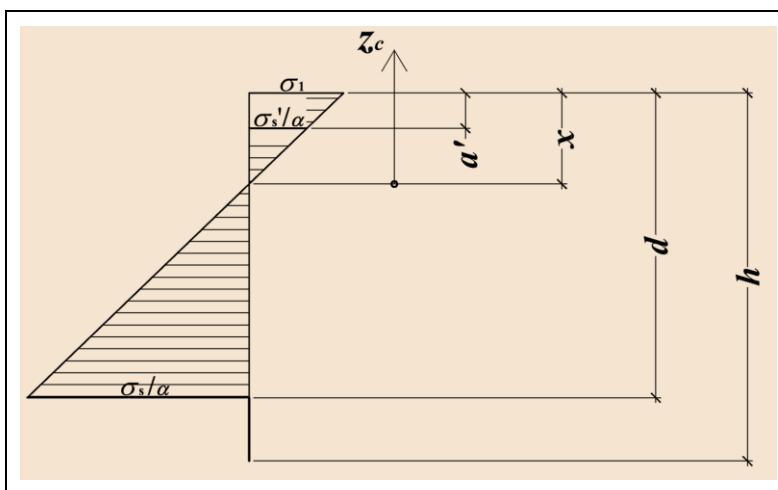
$$z_{T1} = \frac{A_s z_s - A'_s z'_s}{A_c + (\alpha - 1)A_s + (\alpha' - 1)A'_s}. \quad (48)$$

Vztrajnostni moment polno razpokanega AB prečnega prereza določimo z enačbo:

$$I_{II} = I_c(x) + \alpha A_s (d-x)^2 + \alpha A_s' (x-a')^2, \quad (49)$$

kjer je  $I_c(x)$  vztrajnostni moment tlačenega dela betonskega prereza glede na nevtralno os,  $x$  pa globina nevtralne osi.

EC 2 [1] pri analizi napetostnega in deformacijskega stanja v prečnem prerezu dovoljuje upoštevanje linearnih konstitutivnih zakonov betona in jekla (enačbi (7) in (43)). Napetostno stanje polno razpokanega prečnega prereza prikazujemo na sliki 16.



Slika 16: Napetostno stanje polno razpokanega AB prečnega prerezna

Napetosti v betonu in natezni oziroma tlačni armaturi (slika 16) izračunamo z enačbami:

$$\sigma_c(z_c) = \sigma_1 \frac{z_c}{x}, \quad (50)$$

$$\sigma_s' = \alpha \sigma_1 \frac{x-a'}{x}, \quad (51)$$

$$\sigma_s = \alpha |\sigma_1| \left( \frac{d}{x} - 1 \right), \quad (52)$$

Pomen oznak v zgornjih enačbah:

- $\sigma_1$  robna tlačna napetost betona
- $z_c$  koordinata z izhodiščem na nevtralni osi
- $\sigma_c(z_c)$  napetost betona pri poljubni koordinati  $z_c$
- $\sigma_s$  napetost v natezni armaturi
- $\sigma_s'$  napetost v tlačni armaturi

Globino nevtralne osi prečnega prereza določimo na podlagi ravnotežja osnih sil ter upogibnih momentov v prečnem prerezu:

$$N_c + N_s' + N_s + N_{Ed} = 0, \quad (53)$$

$$M_c + M_s' + M_s + M_d + M_{Ed}(N_{Ed}) = 0. \quad (54)$$

Definicije uporabljenih simbolov:

$N_{Ed}$	projektna osna sila
$N_c$	rezultanta tlačnih napetosti v tlačenem betonskem delu prereza
$N_s$	rezultanta nateznih napetosti v natezni armaturi
$N_s'$	rezultanta napetosti v tlačni armaturi
$M_{Ed}$	projektni upogibni moment
$M_{Ed}(N_{Ed})$	upogibni moment zaradi $N_{Ed}$ , ki ima prijemališče v $T_c$ , glede na nevtralno os
$M_c$	moment rezultante tlačnih napetosti glede na nevtralno os
$M_s$	moment rezultante nateznih napetosti v natezni armaturi glede na nevtralno os
$M_s'$	moment rezultante napetosti v tlačni armaturi glede na nevtralno os

$N_c, N_s, N_s', M_c, M_s$ , in  $M_s'$  so definirani kot:

$$N_c = \int_0^x \sigma_c(z_c) b(z_c) dz_c, \quad (55)$$

$$N_s = \sigma_s A_s, \quad (56)$$

$$N_s' = \sigma_s' A_s', \quad (57)$$

$$M_c = \int_0^x \sigma_c(z_c) b(z_c) z_c dz_c, \quad (58)$$

$$M_s = N_s(d - x), \quad (59)$$

$$M_s' = N_s'(x - a'). \quad (60)$$

Pod pogojem » $x \rightarrow \min$ « izberemo takšni robni napetosti  $\sigma_1$  ter  $\sigma_s$ , da ugodimo ravnotežnim pogojema (53) in (54). Tako izračunamo globino nevtralne osi  $x$ , s pomočjo katere določimo vztrajnostni moment polno razpokanega prečnega prereza za obravnavan odsek konstrukcije (izraz (49)).

V primeru, ko je  $N_{Ed} = 0$  in se širina tlačene cone prečnega prereza ne spreminja ( $b(z_c) = b$ ), se določitev globine nevtralne osi občutno poenostavi. Po kratki izpeljavi, za katero zadostuje le ravnotežje osnih sil (pogoj (53)), dobimo izraz:

$$x = \left[ \left( \frac{(\alpha A_s + \alpha A_s')^2}{b^2} \right) + \left( \frac{(\alpha A_s d + \alpha A_s' a')}{b/2} \right) \right]^{1/2} - \frac{(\alpha A_s + \alpha A_s')}{b}, \quad (61)$$

za  $I_c(x)$  v enačbi (49) pa velja:

$$I_c(x) = \frac{bx^3}{3}. \quad (62)$$

Ugotovimo, da v primeru čiste upogibne obremenitve ( $N_{Ed} = 0$ ) in konstantne širine prečnega prereza globina nevtralne osi ni odvisna od obremenitve, čemur vzrok sta linearni konstitutivni zakon betona in jekla. Sicer to ne velja.

Upogibni togosti AB prereza v stanjih I in II definiramo kot produkt  $E_{cm}I_I$  oziroma  $E_{cm}I_{II}$ , kjer za elastični modul betona skladno z EC 2 [1] upoštevamo sekantnega -  $E_{cm}$ .

### **3.1.4 Upogibna togost AB konstrukcije z upoštevanjem lezenja betona**

V razdelkih 2.3.3 in 2.3.4 smo obravnavali lezenje in krčenje betona. Na togostne karakteristike prečnega prereza vpliva samo lezenje, kar upoštevamo z redukcijo modula elastičnosti betona (enačba (34)). Dobimo namreč učinkovit modul elastičnosti betona  $E_{c,eff}$ . Razmerje med moduloma elastičnosti jekla in betona je sedaj enako:

$$\alpha \rightarrow \alpha_{eff} = \frac{E_s}{E_{c,eff}}. \quad (63)$$

Z novo vrednostjo tega razmerja nadomestimo  $\alpha$  v ustreznih enačbah iz razdelka 3.1.3.

Dobimo nove vrednosti z upoštevanjem vpliva lezenja betona:

$$\begin{aligned} E_{cm} &\rightarrow E_{c,eff} \\ I_I &\rightarrow I_{I,eff} \\ I_{II} &\rightarrow I_{II,eff} \\ E_{cm}I_I &\rightarrow E_{c,eff}I_{I,eff} \\ E_{cm}I_{II} &\rightarrow E_{c,eff}I_{II,eff} \end{aligned}$$

## 4 POENOSTAVLJEN RAČUN POVESOV AB KONSTRUKCIJ

V tem poglavju predstavimo dve poenostavljeni metodi računa povesov AB konstrukcij, in sicer metodo, ki jo predlaga EC 2 [1] ter metodo s pomožnimi diagrami [2]. Obe metodi temeljita na predpostavki, da je dejanski poves večji od povesa nerazpokane konstrukcije ter manjši od povesa polno razpokane konstrukcije.

### 4.1 Poenostavljena metoda po EC 2

#### 4.1.1 *Trenutni poves*

Trenutni poves AB konstrukcije pri projektni obtežbi v stanju I (slika 13) označimo z  $w_I$ , v stanju II (slika 14) pa z  $w_{II}$ . Dejanski trenutni poves  $w$  dobimo tako, da med pomikoma  $w_I$  in  $w_{II}$  interpoliramo z izrazom:

$$w = \zeta w_{II} + (1 - \zeta)w_I, \quad (64)$$

v katerem je  $\zeta$  razdelitveni koeficient, s katerim upoštevamo trajanje obtežbe in stopnjo razpokanosti konstrukcije ter je v splošnem za vsakega od odsekov različen. Razdelitev konstrukcije na odseke je opisana v razdelku 3.1.1. Glede na to, da analiziramo povese predvsem upogibno obremenjenih konstrukcij, lahko  $\zeta$  za posamezen odsek izračunamo s pomočjo enačbe:

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M_{Ed}} \right)^2, \quad (65)$$

kjer je  $\beta$  koeficient trajanja obtežbe, ki je enak 0,5 pri trajni in 1 pri kratkotrajni obtežbi,  $M_{Ed}$  je največja vrednost projektnega upogibnega momenta na obravnavanem odseku,  $M_{cr}$  pa upogibni moment, ki na obravnavanem odseku povzroči prvo razpoko.

Upogibni moment  $M_{cr}$  definiramo kot:

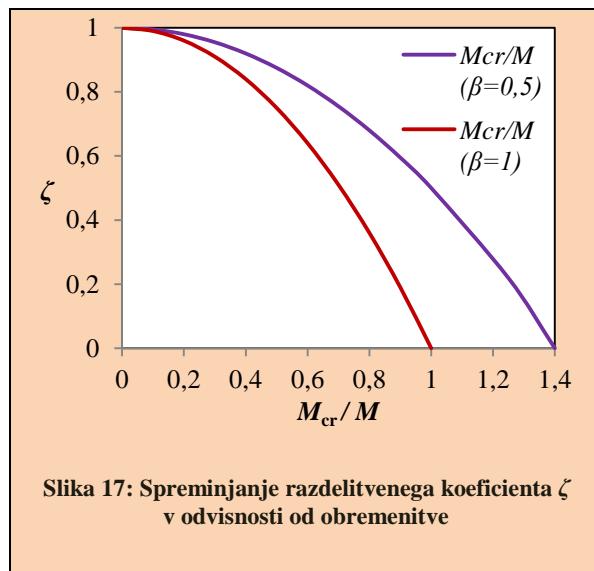
$$M_{cr} = W_I f_{ctm}, \quad (66)$$

pri čemer je  $f_{ctm}$  srednja osna natezna trdnost betona,  $W_I$  pa odpornostni moment glede na natezni rob prečnega prereza obravnavanega odseka v stanju I in ga določimo z izrazom:

$$W_I = \frac{I_I}{(z_{Tc} - z_{Tl})}. \quad (67)$$

Geometrijske parametre  $I_I$ ,  $z_{Tc}$  in  $z_{Tl}$  smo definirali v razdelku 3.1.3.

Na sliki 17 prikazujemo kako se razdelitveni koeficient  $\zeta$  spreminja v odvisnosti od velikosti obremenitve. Pri tem lahko zaključimo, da obravnavan odsek razpoka tedaj, ko v primeru kratkotrajne obtežbe projektni upogibni moment  $M_{Ed}$  preseže moment  $M_{cr}$ , v primeru trajne obtežbe pa približno  $0,7M_{cr}$ .



Natančneje je koeficient  $\zeta$  definiran kot:

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2. \quad (68)$$

Pri tem je  $\sigma_{sr}$  napetost v natezni armaturi pri obtežbi, ki povzroči prvo razpoko (ob predpostavki, da je prečni prerez razpokan),  $\sigma_s$  pa napetost v natezni armaturi zaradi dejanske obtežbe.

Ko imamo izračunane razdelitvene koeficiente za posamezne odseke, ga lahko za celotno konstrukcijo določimo kot povprečje:

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}, \quad (69)$$

kjer je  $n$  število odsekov, na katere smo razdelili obravnavano konstrukcijo (razdelek 3.1.1), z  $\zeta_k$  poimenujemo razdelitveni koeficient za  $k$ -ti odsek ( $k = 1, \dots, n$ ),  $L_k$  pa je njegova dolžina.

Pri računu trenutnega povesa AB konstrukcije v stanju I ( $w_I$ ) oziroma v stanju II ( $w_{II}$ ) za vsak odsek upoštevamo upogibno togost pripadajočega prečnega prereza, ki ustreza začetnemu času. Za nerazpokano konstrukcijo je to produkt  $E_{cm}I_I$ , za polno razpokano pa  $E_{cm}I_{II}$  (razdelek 3.1.3).

#### 4.1.2 Končni poves

Pri računu končnih povesov AB konstrukcij v analizi upoštevamo vpliv lezenja in krčenja betona (razdelka 2.3.3 in 2.3.4).

##### Vpliv lezenja betona:

Vpliv lezenja upoštevamo s koeficientom lezenja  $\varphi(\infty, t_0)$ , s katerim ustrezno reduciramo srednji sekantni modul elastičnosti betona  $E_{cm}$  (enačba (34)). Ker je koeficient lezenja odvisen tudi od

velikosti in oblike prečnega prereza, se praviloma po konstrukciji spreminja, zato ga v splošnem izračunamo za vsak odsek posebej. S tem določimo učinkovito togost konstrukcije v stanjih I in II (razdelek 3.1.4) ter pripadajoča povesa  $w_{\varphi,I}$  in  $w_{\varphi,II}$ .

Dejanski končni poves AB konstrukcije z upoštevanjem lezenja  $w_{\varphi}$  določimo z interpolacijo:

$$w_{\varphi} = \zeta_{\text{eff}} w_{\varphi,II} + (1 - \zeta_{\text{eff}}) w_{\varphi,I}, \quad (70)$$

kjer za razdelitveni koeficient  $\zeta$  upoštevamo njegovo efektivno vrednost  $\zeta_{\text{eff}}$ . Za posamezen odsek velja:

$$\zeta_{\text{eff}} = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr,eff}}}{M_{\text{Ed}}} \right)^2. \quad (71)$$

Pomen parametrov  $\beta$  in  $M_{\text{Ed}}$  je enak kot v enačbi (65),  $M_{\text{cr,eff}}$  pa je učinkovit upogibni moment, ki na obravnavanem odseku konstrukcije povzroči prvo razpoko. Slednjega definiramo kot:

$$M_{\text{cr,eff}} = W_{I,\text{eff}} f_{\text{ctm}}, \quad (72)$$

pri čemer je  $f_{\text{ctm}}$  srednja osna natezna trdnost betona,  $W_{I,\text{eff}}$  pa učinkovit odpornostni moment glede na natezni rob prečnega prereza obravnavanega odseka v stanju I in velja:

$$W_{I,\text{eff}} = \frac{I_{I,\text{eff}}}{(z_{Tc} - z_{Tl,\text{eff}})}. \quad (73)$$

Geometrijske parametre prereza  $I_{I,\text{eff}}$ ,  $z_{Tc}$  in  $z_{Tl,\text{eff}}$  smo definirali v poglavju 3.1.4.

V računu končnega povesa AB konstrukcije v stanju I ( $w_{\varphi,I}$ ) oziroma II ( $w_{\varphi,II}$ ) za posamezen odsek upoštevamo efektivno togost pripadajočega prečnega prereza, in sicer produkt  $E_{c,\text{eff}} I_{I,\text{eff}}$  oziroma  $E_{c,\text{eff}} I_{II,\text{eff}}$  (razdelek 3.1.4).

### Vpliv krčenja betona:

Vpeljemo ukrivljenost zaradi krčenja, ki jo za vsako izmed stanj I in II definiramo kot:

$$\kappa_{cs,I} = \varepsilon_{cs} \alpha_{\text{eff}} \frac{S_I}{I_I} \quad (74)$$

in

$$\kappa_{cs,II} = \varepsilon_{cs} \alpha_{\text{eff}} \frac{S_{II}}{I_{II}}. \quad (75)$$

V enačbah (74) in (75) je  $\varepsilon_{cs}$  deformacija zaradi krčenja betona na obravnavanem odseku,  $S_I$  in  $S_{II}$  predstavljata statična momenta prečnega prereza vzdolžne armature na tem odseku v stanjih I in II, z  $\alpha_{\text{eff}}$  pa označimo razmerje modula elastičnosti armature in učinkovitega modula elastičnosti betona (enačba (63)).

Dejansko ukrivljenost zaradi deformacije krčenja betona za vsak odsek posebej določimo s pomočjo interpolacije:

$$\kappa_{cs} = \zeta_{\text{eff}} \kappa_{cs,II} + (1 - \zeta_{\text{eff}}) \kappa_{cs,I}. \quad (76)$$

Efektivno vrednost koeficiente  $\zeta_{\text{eff}}$  smo definirali z izrazom (71).

Statična momenta armature  $S_I$  in  $S_{II}$  za posamezen odsek izračunamo z enačbama:

$$S_I = A_s z_s - A_s' z_s' \quad (77)$$

in

$$S_{II} = A_s (d - x_{\text{eff}}) - A_s' (x_{\text{eff}} - a'). \quad (78)$$

Količine v enačbah (77) in (78) prikazujemo na sliki 15.

Poves AB konstrukcije zaradi krčenja betona izračunamo s pomočjo izreka o virtualnem delu, z izrazom:

$$w_{\text{cs}} = \sum_{k=1}^n \left\{ \kappa_{\text{cs},k} \int_0^{L_k} M(P=1) dL \right\}, \quad (79)$$

v katerem je  $n$  število odsekov, na katere smo razdelili obravnavano konstrukcijo (razdelek 3.1.1),  $M(P=1)$  predstavlja upogibni moment po konstrukciji zaradi delovanja sile  $P=1$  na mestu in v smeri iskanega pomika, s  $\kappa_{\text{cs},k}$  označimo dejansko ukrivljenost zaradi deformacije krčenja betona za odsek  $k$  ( $k = 1, \dots, n$ ),  $L_k$  pa je dolžina  $k$ -tega odseka.

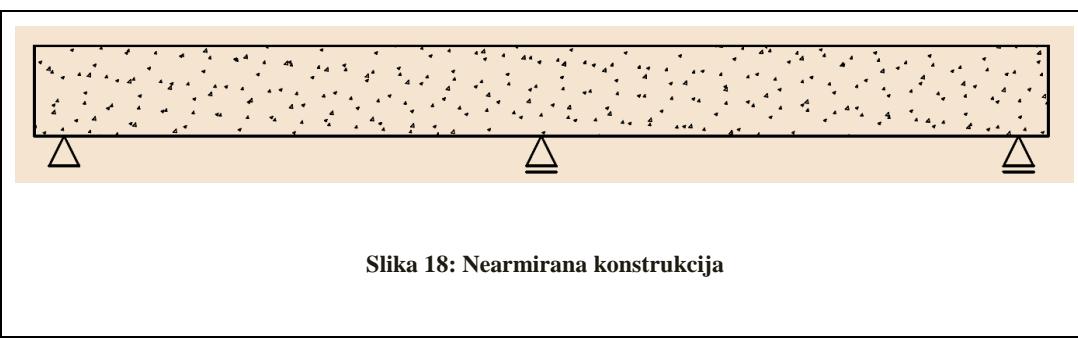
#### Skupni vpliv reologije betona:

Končni poves AB konstrukcije izračunamo kot vsoto povesa konstrukcije z upoštevanjem lezenja krčenja betona, kar zapišemo kot:

$$w_{\infty} = w_{\varphi} + w_{\text{cs}}. \quad (80)$$

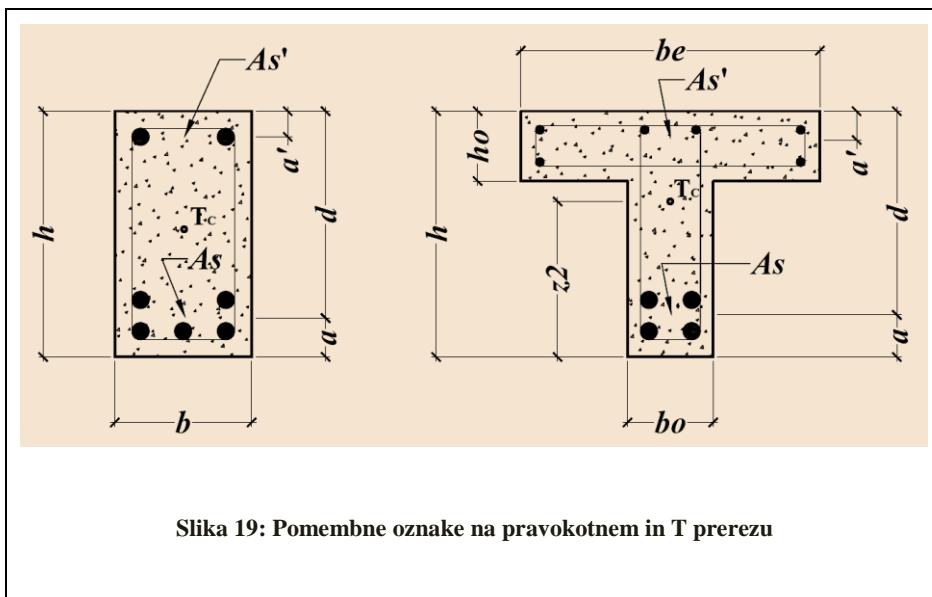
#### **4.2 Metoda s pomožnimi diagrami za AB konstrukcije s pravokotnimi in T prečnimi prerezi**

Pri tej metodi prav tako razdelimo konstrukcijo na odseke po pravilih, ki smo jih navedli v razdelku 3.1.1. Nato za trenutek pozabimo na vzdolžno armaturo in pri projektni obtežbi določimo poves nearmirane konstrukcije, ki ga označimo z  $w_c$ . Upogibna togost prečnega prereza posameznega odseka nearmirane konstrukcije je enaka produktu srednjega sekantnega modula elastičnosti betona  $E_{\text{cm}}$  ter vztrajnostnega momenta nearmiranega prereza  $I_c$ , tj.  $E_{\text{cm}} I_c$ . Vpliv armature, razpokanosti in reologije pa določimo s pomočjo diagramov, ki jih podajamo v razdelku 4.2.3.



Kot pri metodi iz EC 2 [1], tudi pri tej metodi obravnavamo stanji I in II (sliki 13 in 14).

Na sliki 19 prikazujemo značilne geometrijske podatke pravokotnega in T prečnega prereza.



Slika 19: Pomembne oznake na pravokotnem in T prerezu

Pomen oznak na sliki 19:

- $T_c$  težišče nearmiranega prečnega prereza
- $A_s$  velikost prečnega prereza natezne armature
- $A'_s$  velikost prečnega prereza tlačne armature
- $h$  višina prečnega prereza
- $h_0$  debelina pasnice T prereza
- $b$  širina pravokotnega prečnega prereza
- $b_e$  širina pasnice T prereza
- $b_0$  širina stojine T prereza
- $d$  statična višina prereza
- $a$  oddaljenost težišča natezne armature od tegnjenega roba prereza,
- $a'$  oddaljenost težišča tlačne armature od tlačenega roba prereza,
- $z_2$  oddaljenost  $T_c$  od tegnjenega roba T prereza.

#### 4.2.1 Trenutni poves

Trenutni poves nerazpokane AB konstrukcije z upoštevanjem vzdolžne armature (stanje I) določimo z izrazom:

$$w_i = k_i w_c, \quad (81)$$

poves polno razpokane konstrukcije, tudi z upoštevanjem vzdolžne armature (stanje II), pa z enačbo:

$$w_{ii} = \left[ k_{ii} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} \right] w_c. \quad (82)$$

Pri tem sta  $k_i$  in  $k_{ii}$  koeficienta, s katerima upoštevamo ugoden vpliv vzdolžne armature v stanju I oziroma v stanju II (slike 21, 26, 22 in 27),  $h$  je višina prečnega prereza in  $d$  njegova statična višina, z  $b_i$  označimo nadomestno širino prečnega prereza, z  $b_e$  pa širino tlačene cone prereza (ozioroma širino

pasnice v primeru T prereza). V primeru pravokotnega prečnega prereza velja  $b_i / b_e = 1$ , za T prerez pa uporabimo preglednico 5.

Očitno je, da se zgoraj navedene količine oziroma koeficienti vzdolž konstrukcije spreminjajo, zato najprej obravnavamo vsak odsek posebej, za celotno konstrukcijo pa določimo povprečji:

$$k_I = \frac{\sum_{k=1}^n k_{I,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} \quad (83)$$

ter

$$k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = \frac{\sum_{k=1}^n k_{II,k} \left( \frac{h_k}{d_k} \right)^3 \left( \frac{b_{I,k}}{b_{e,k}} \right) L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}, \quad (84)$$

kjer je  $n$  število odsekov, na katere smo razdelili obravnavano konstrukcijo (razdelek 3.1.1),  $L_k$  pa dolžina  $k$ -tega odseka ( $k = 1, \dots, n$ ).

Dejanski trenutni poves konstrukcije  $w$  določimo z interpolacijo po enačbi:

$$w = \delta_0 w_{II} + (1 - \delta_0) w_I. \quad (85)$$

Pri tem je  $\delta_0$  razdelitveni koeficient, s katerim upoštevamo razpokanost konstrukcije in ga za posamezen odsek določimo z izrazom:

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M_{Ed}}, \quad (86)$$

v katerem je  $M_{Ed}$  največja vrednost projektnega upogibnega momenta na obravnavanem odseku,  $M_{r,0}$  pa upogibni moment, ki v začetnem času na obravnavanem odseku povzroči prvo razpoko.

$M_{r,0}$  je definiran kot:

$$M_{r,0} = \frac{1}{6} \rho_M f_{ctm,fl} b_i h^2, \quad (87)$$

pri čemer je  $b_i$  nadomestna širina prereza obravnavanega odseka (za pravokotni prerez velja  $b_i = b$ , za T prerez pa uporabimo preglednico 5),  $h$  je višina prečnega prereza obravnavanega odseka, s koeficientom  $\rho_M$  zajamemo ugoden vpliv armature (sliki 20 in 25),  $f_{ctm,fl}$  pa je upogibna natezna trdnost betona.

Ker EC 2 [1] za posamezne trdnostne razrede neposredno podaja le srednjo osno natezno trdnost betona, bi bilo ugodno, če bi v izrazu (87) prav s to nadomestili upogibno natezno trdnost. Glede na sliko 5 privzamemo, da je  $f_{ctm,fl} \approx 1,2 f_{ctm}$ , s čimer izraz (87) zapišemo v obliki:

$$M_{r,0} \approx 0,2 \rho_M f_{ctm} b_i h^2. \quad (88)$$

Za celotno konstrukcijo določimo koeficient  $\delta_0$  kot povprečje:

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}, \quad (89)$$

kjer je  $n$  število odsekov, na katere smo razdelili obravnavano konstrukcijo (razdelek 3.1.1),  $\delta_{0,k}$  pomeni razdelitveni koeficient za  $k$ -ti odsek ( $k = 1, \dots, n$ ),  $L_k$  pa je dolžina odseka  $k$ .

#### 4.2.2 Končni poves

Končni poves AB konstrukcije pri metodi s pomožnimi diagrami določimo z upoštevanjem lezenja in krčenja betona.

##### Vpliv lezenja betona:

Lezenje betona upoštevamo s povečanjem trenutnih povesov v stanjih I in II in sicer:

$$w_{\gamma,I} = [1 + \gamma_I(\infty, t_0)] w_I, \quad (90)$$

$$w_{\gamma,II} = [1 + \gamma_{II}(\infty, t_0)] w_{II}. \quad (91)$$

Pri tem sta  $\gamma_I$  in  $\gamma_{II}$  koeficienta, s katerima upoštevamo lezenje, staranje ter ugoden vpliv armature v stanju I oziroma v stanju II.

V splošnem koeficiente  $\gamma_I$  in  $\gamma_{II}$  določimo za vsak odsek posebej, definiramo pa ju kot:

$$\gamma_I(\infty, t_0) = 0,8 k_{c,I} \varphi_{PBAB}(\infty, t_0) \quad (92)$$

in

$$\gamma_{II}(\infty, t_0) = 0,8 k_{c,II} \varphi_{PBAB}(\infty, t_0), \quad (93)$$

kjer sta  $k_{c,I}$  in  $k_{c,II}$  koeficiente, s katerima na posameznem odseku upoštevamo ugoden vpliv vzdolžne armature pri lezenju v stanju I oziroma v stanju II (slike 23, 26 in 28), s  $\varphi_{PBAB}(\infty, t_0)$  pa označimo končni koeficient lezenja na obravnavanem odseku v skladu s pravilnikom PBAB [9] in ga podajamo na sliki 29 oziroma v preglednici 6.

S faktorjem 0,8 v enačbah (92) in (93) ocenimo ugoden vpliv staranja betona [2].

Ker se pri kompleksnejših AB konstrukcijah koeficiente  $\gamma_I$  in  $\gamma_{II}$  vzdolž konstrukcije spremojata, ju lahko, podobno kot to storimo za  $\delta_0$ , povprečimo.

Dejanski končni poves z upoštevanjem lezenja betona  $w_\gamma$  določimo z interpolacijo:

$$w_\gamma = \delta_{eff} w_{\gamma,II} + (1 - \delta_{eff}) w_{\gamma,I}, \quad (94)$$

kjer je  $\delta_{eff}$  učinkovit razdelitveni koeficient, ki ga za posamezen odsek definiramo z izrazom:

$$\delta_{eff} = 1 - 0,8 \frac{M_{r,0}}{M_{Ed}}, \quad (95)$$

za celotno konstrukcijo pa kot povprečno vrednost, analogno izrazu (89). Upogibna momenta  $M_{Ed}$  in  $M_{r,0}$  definiramo enako kot pri koeficientu  $\delta_0$ .

### Vpliv krčenja betona:

Vpliv krčenja betona na poves AB konstrukcij, podobno kot pri predhodni metodi, upoštevamo z ukrivljenostjo, ki jo za posamezen odsek v stanju I definiramo kot:

$$\kappa_{cs,I} = k_{s,I} \frac{\varepsilon_{cs,\infty,PBAB}}{h}, \quad (96)$$

v stanju II pa kot:

$$\kappa_{cs,II} = k_{s,II} \frac{\varepsilon_{cs,\infty,PBAB}}{d}. \quad (97)$$

Pri tem sta  $k_{s,I}$  in  $k_{s,II}$  koeficiente, s katerima na posameznem odseku upoštevamo ugoden vpliv vzdolžne armature pri krčenju v stanju I oziroma v stanju II (sliki 24 in 28),  $\varepsilon_{cs,\infty,PBAB}$  je oznaka za končno deformacijo zaradi krčenja betona na obravnavanem odseku v skladu s pravilnikom PBAB [9] (slika 30),  $h$  je višina prečnega prereza obravnavanega odseka,  $d$  pa njegova statična višina.

Dejansko ukrivljenost zaradi krčenja  $\kappa_{cs}$  dobimo z interpolacijo na vsakem odseku posebej:

$$\kappa_{cs} = \delta_{eff} \kappa_{cs,II} + (1 - \delta_{eff}) \kappa_{cs,I}. \quad (98)$$

Za razdelitveni koeficient  $\delta_{eff}$  velja izraz (95).

Prispevek krčenja betona  $h$  končnemu povesu AB konstrukcije  $w_{cs}$  določimo na enak način kot pri metodi iz EC 2 [1], to je s pomočjo izraza (79).

### Skupni vpliv reologije betona:

Končni poves AB konstrukcije  $w_\infty$  je seštevek povesa z upoštevanjem lezenja in povesa zaradi krčenja betona:

$$w_\infty = w_\gamma + w_{cs}. \quad (99)$$

#### **4.2.3 Pomožni diagrami**

V nadaljevanju podajamo diagrame, ki jih potrebujemo pri računu povesov AB konstrukcij po metodi s pomožnimi diagrami. Ločeno podajamo diagrame za pravokotni in T prečni prerez ter diagrame za upoštevanje vpliva lezenja in krčenja betona. Pri tem potrebne geometrijske oznake podajamo na sliki 19, spremenljivke, ki tudi nastopajo v diagramih pa definiramo kot:

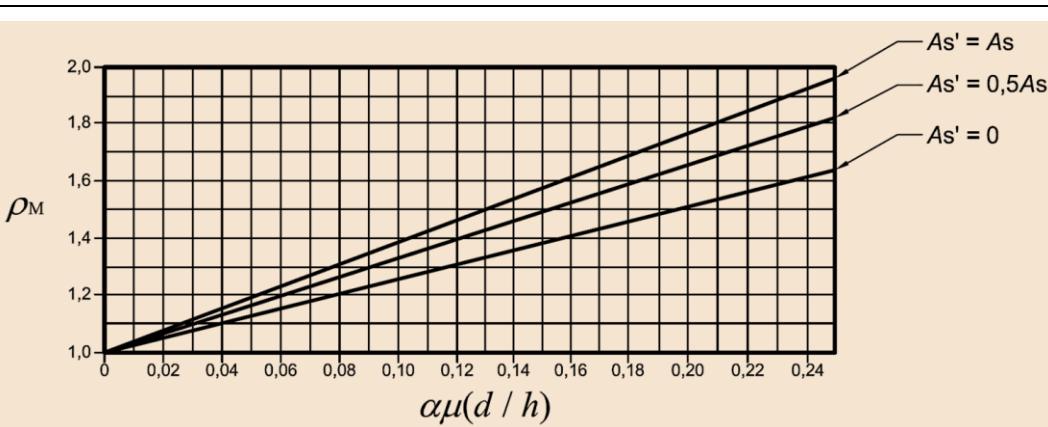
$$\mu = \frac{A_s}{bd} \text{ za pravokotni prečni prerez in} \quad (100)$$

$$\mu = \frac{A_s}{b_t d} \text{ za T prečni prerez.} \quad (101)$$

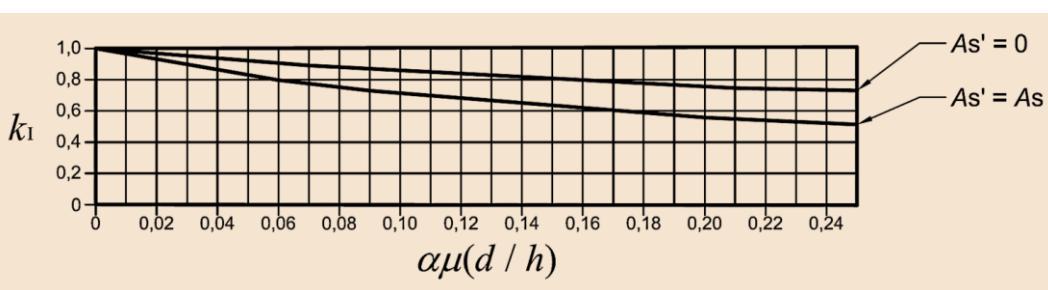
Razmerje elastičnega modula armature in srednje vrednosti sekantnega modula elastičnosti betona smo definirali že v poglavju 3, in sicer kot:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} .$$

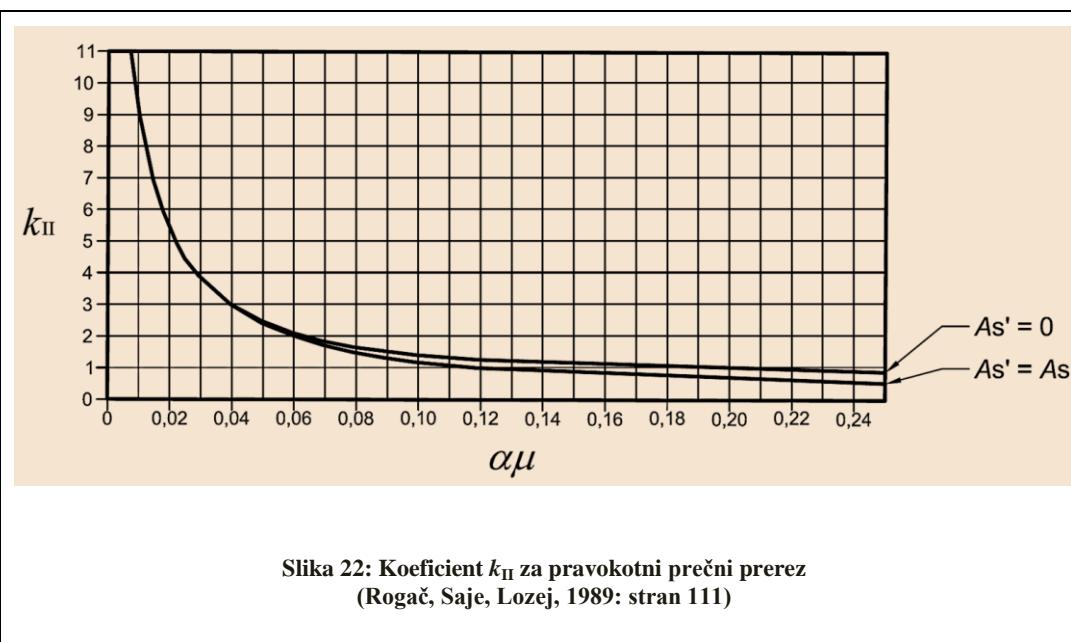
Pomožni diagrami za pravokotni prečni prerez:



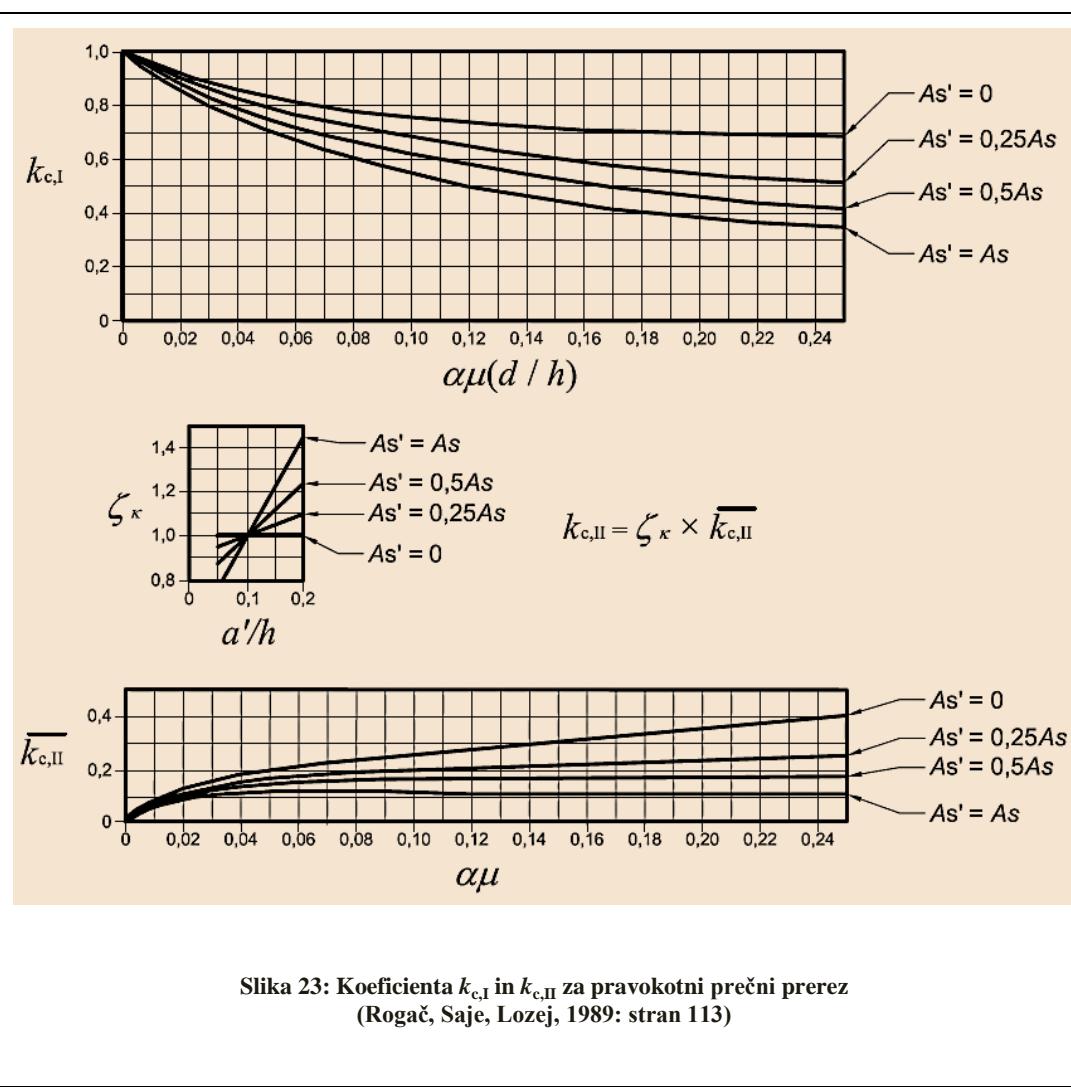
Slika 20: Koeficient  $\rho_M$  za pravokotni prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 115)



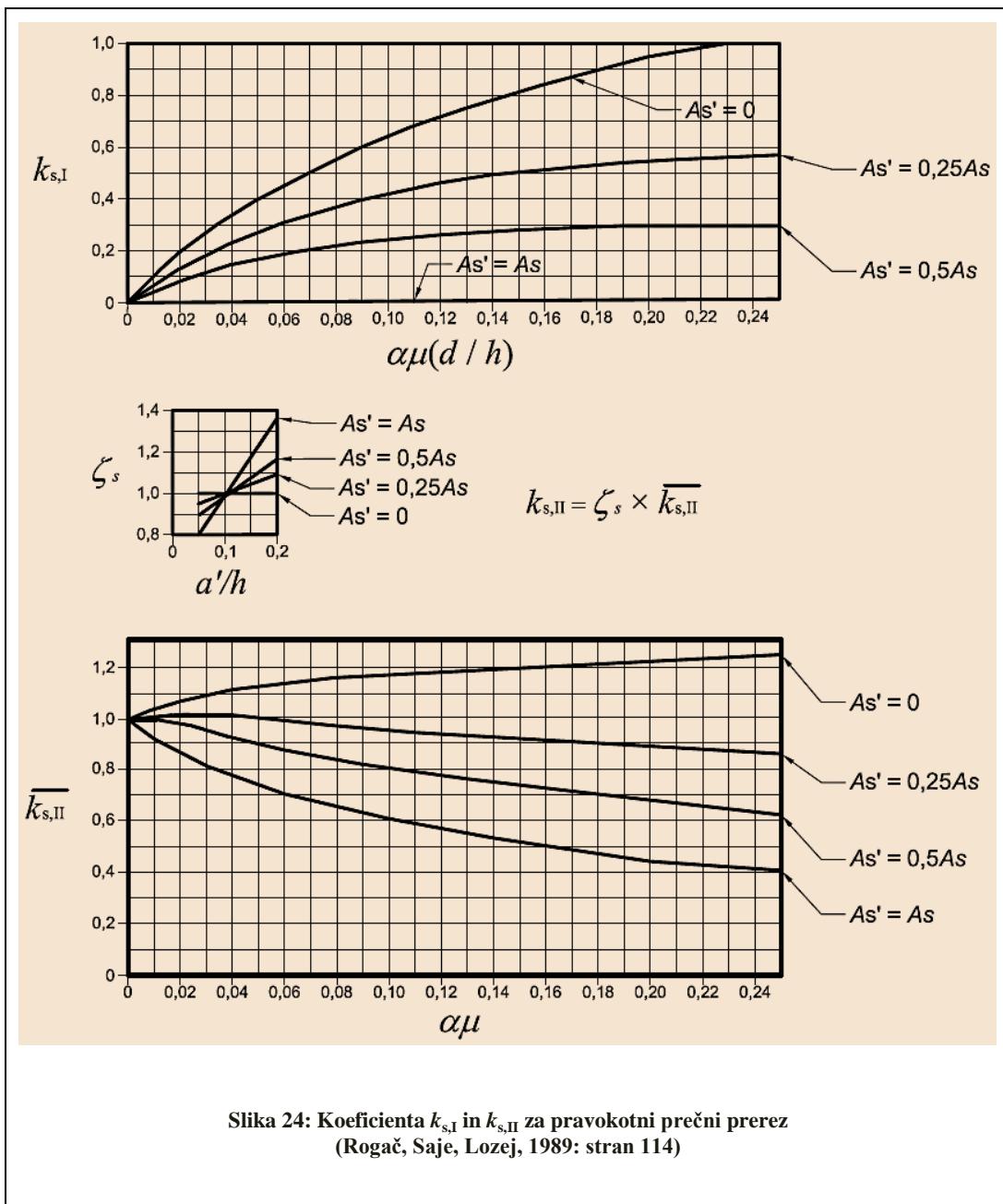
Slika 21: Koeficient  $k_1$  za pravokotni prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111)



Slika 22: Koeficient  $k_{II}$  za pravokotni prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111)



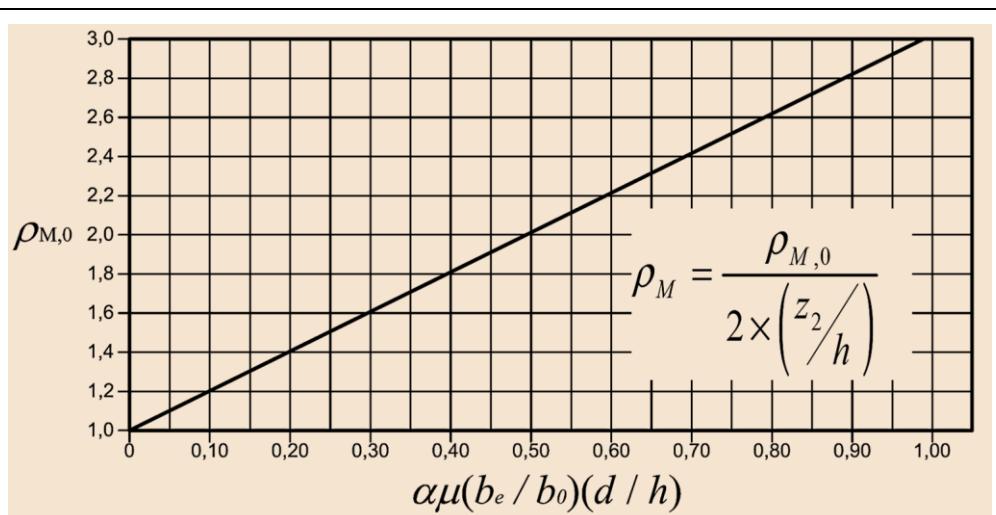
Slika 23: Koeficiente  $k_{c,I}$  in  $k_{c,II}$  za pravokotni prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 113)



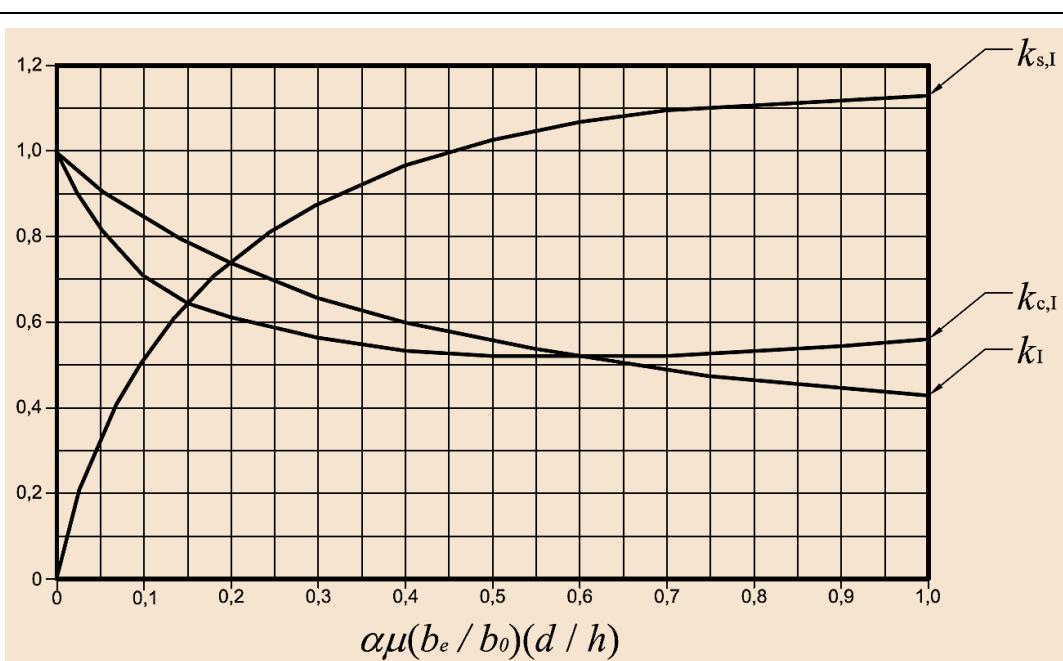
Pomožni diagrami za T prečni prerez:

**Preglednica 5: Nadomestna širina in lega težišča pri T prečnem prerezu  
(Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 110)**

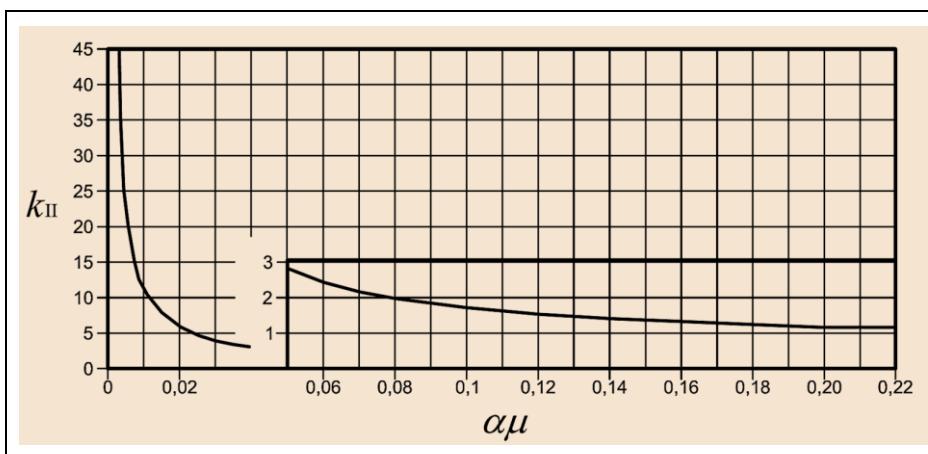
$h_0 / h$	$b_e / b_0$										$b_i / b_e$ $z_2 / h$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0.30	1.000 0.500	0.683 0.580	0.535 0.631	0.444 0.665	0.382 0.690	0.336 0.710	0.301 0.725	0.273 0.737	0.250 0.747	0.232 0.755	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.275	1.000 0.500	0.680 0.578	0.534 0.628	0.444 0.663	0.382 0.689	0.336 0.709	0.301 0.726	0.273 0.739	0.250 0.749	0.231 0.758	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.25	1.000 0.500	0.677 0.575	0.531 0.625	0.443 0.660	0.381 0.687	0.336 0.708	0.301 0.724	0.273 0.739	0.250 0.750	0.231 0.760	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.225	1.000 0.500	0.671 0.571	0.527 0.620	0.440 0.656	0.380 0.683	0.335 0.705	0.301 0.722	0.273 0.737	0.250 0.749	0.231 0.759	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.20	1.000 0.500	0.664 0.566	0.521 0.614	0.436 0.650	0.377 0.677	0.333 0.700	0.299 0.718	0.272 0.733	0.249 0.746	0.231 0.757	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.175	1.000 0.500	0.655 0.561	0.513 0.606	0.429 0.642	0.372 0.669	0.330 0.692	0.297 0.711	0.270 0.727	0.248 0.740	0.230 0.752	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.15	1.000 0.500	0.643 0.555	0.502 0.598	0.421 0.631	0.365 0.659	0.324 0.682	0.292 0.701	0.267 0.717	0.245 0.731	0.228 0.744	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.125	1.000 0.500	0.629 0.548	0.488 0.587	0.408 0.619	0.355 0.645	0.316 0.668	0.285 0.687	0.261 0.704	0.240 0.718	0.223 0.731	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.100	1.000 0.500	0.611 0.540	0.469 0.575	0.391 0.603	0.340 0.628	0.303 0.650	0.274 0.668	0.257 0.686	0.232 0.700	0.216 0.713	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.075	1.000 0.500	0.590 0.532	0.445 0.560	0.368 0.584	0.319 0.606	0.284 0.626	0.257 0.643	0.236 0.659	0.218 0.673	0.204 0.686	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.05	1.000 0.500	0.565 0.522	0.415 0.561	0.338 0.579	0.290 0.595	0.257 0.626	0.232 0.609	0.213 0.623	0.197 0.635	0.184 0.647	$b_i / b_e$ $z_2 / h$
0.025	1.000 0.500	0.535 0.511	0.378 0.523	0.300 0.534	0.252 0.544	0.219 0.554	0.191 0.563	0.178 0.672	0.164 0.581	0.152 0.589	$b_i / b_e$ $z_2 / h$



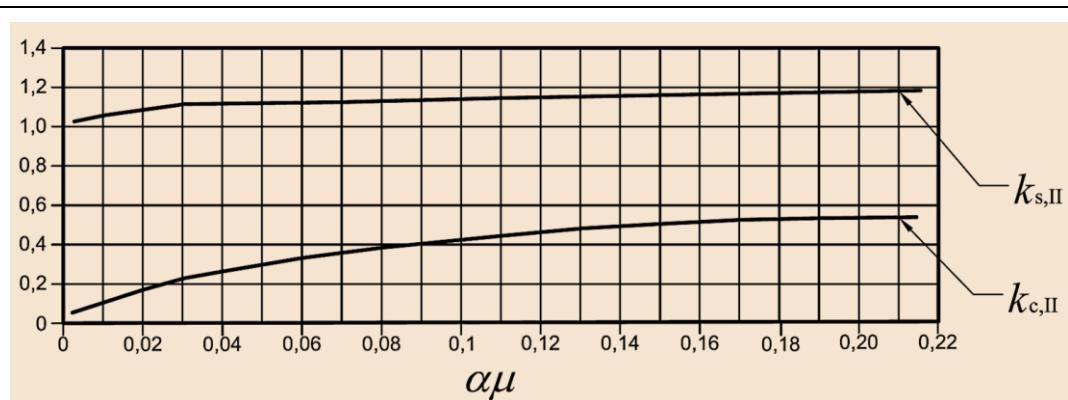
Slika 25: Koeficient  $\rho_M$  za T prečni prerez  
(Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 116)



Slika 26: Koeficienti  $k_I$ ,  $k_{c,I}$  in  $k_{s,I}$  za T prečni prerez  
(Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 112)



Slika 27: Koeficient  $k_{II}$  za T prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111)

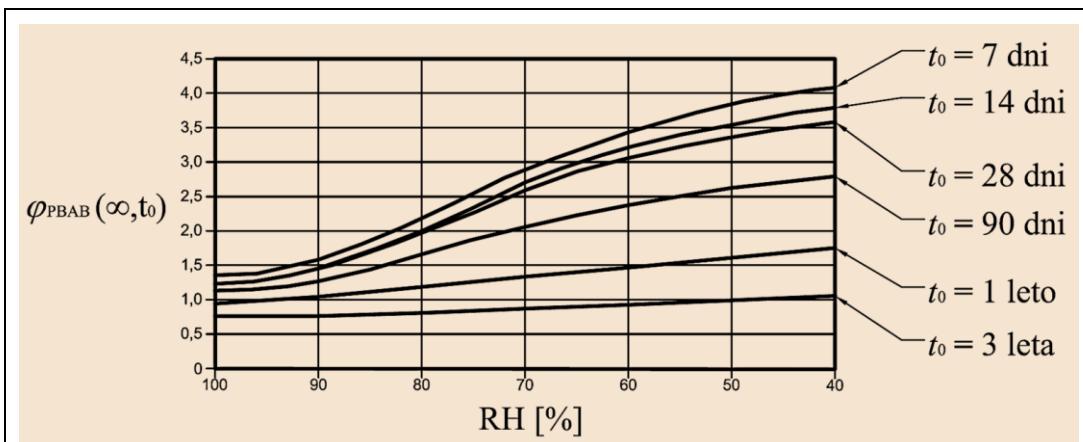


Slika 28: Koeficiente  $k_{c,II}$  in  $k_{s,II}$  za T prečni prerez  
 (Rogač, Saje, Lozej, 1989: stran 111)

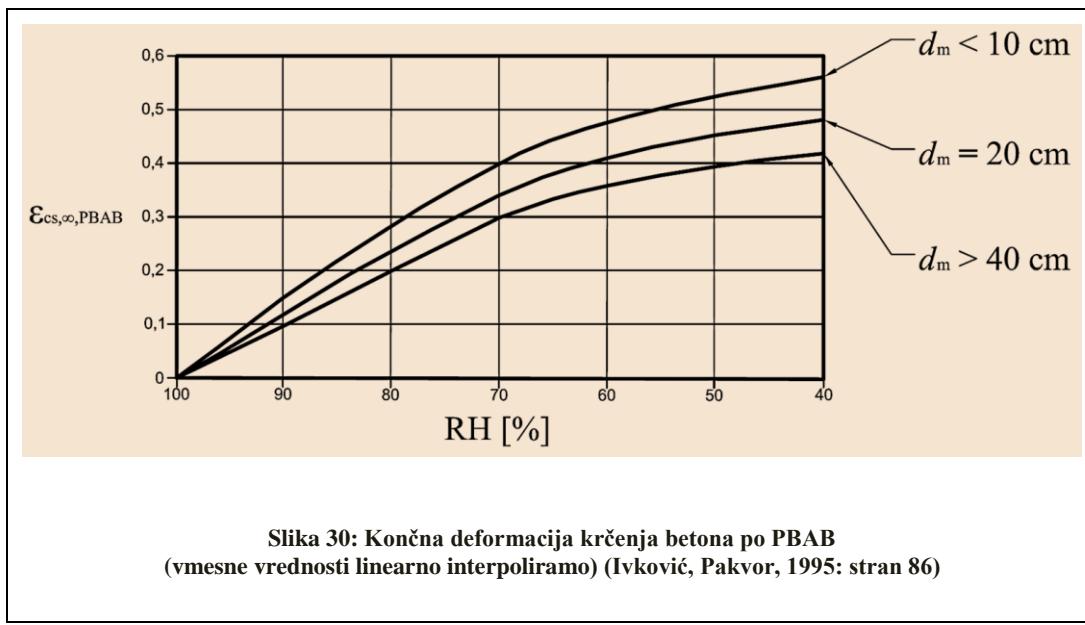
Lezenje in krčenje:

Pri odčitavanju koeficiente lezenja in deformacije krčenja betona potrebujemo nazivno velikost prečnega prereza. Tukaj jo označimo z  $d_m$ , izračunamo pa s pomočjo enačbe (17).

Preglednica 6: Koeficient lezenja po PBAB (PBAB, 1987) (vmesne vrednosti linearno interpoliramo)					
$t_0$	$d_m$	$RH = 40\%$	$RH = 70\%$	$RH = 90\%$	$RH = 100\%$
7 dni	< 10 cm	4,3	3,1	1,7	1,4
	20 cm	4,1	2,9	1,6	1,4
	> 40 cm	3,8	2,7	1,6	1,4
14 dni	< 10 cm	4,0	2,9	1,6	1,3
	20 cm	3,8	2,7	1,5	1,3
	> 40 cm	3,6	2,5	1,5	1,3
28 dni	< 10 cm	3,7	2,6	1,6	1,3
	20 cm	3,6	2,6	1,5	1,3
	> 40 cm	3,4	2,5	1,4	1,3
90 dni	< 10 cm	2,7	2,0	1,3	1,2
	20 cm	2,8	2,1	1,3	1,2
	> 40 cm	2,9	2,1	1,3	1,2
365 dni	< 10 cm	1,7	1,3	1,0	1,0
	20 cm	1,8	1,4	1,1	1,0
	> 40 cm	2,0	1,5	1,1	1,0
3 leta	< 10 cm	0,9	0,8	0,7	0,8
	20 cm	1,1	0,9	0,8	0,8
	> 40 cm	1,2	1,0	0,8	0,8



Slika 29: Koeficient lezenja po PBAB za  $d_m \approx 20$  cm (Ivković, Pakvor, 1995: stran 88)



#### 4.3 Določitev povesa AB konstrukcije na podlagi reducirane togosti

Pri opisanih poenostavljenih metodah računa povesov AB konstrukcij smo interpolirali povese, v splošnem pa to lahko storimo tudi za druge deformacijske parametre, kot je npr. deformacija ali ukrivljenost. S slednjo si lahko pomagamo izpeljati reducirano togost AB prečnega prereza, ki jo nato enostavno vnesemo v program za linearno elastično analizo ter izvrednotimo poves.

Nastavimo enačbo za interpolacijo ukrivljenosti posameznega odseka (na mestu  $M_{Ed}$ ) med stanjem I in II v začetnem času:

$$\kappa = \frac{M_{Ed}}{E_{cm} I_{\text{red}}} = \zeta \frac{M_{Ed}}{E_{cm} I_{\text{II}}} + (1 - \zeta) \frac{M_{Ed}}{E_{cm} I_{\text{I}}}, \quad (102)$$

iz katere nato izrazimo reducirani vztrajnostni moment prereza obravnavanega odseka:

$$I_{\text{red}} = \frac{I_{\text{I}} I_{\text{II}}}{\zeta I_{\text{I}} + (1 - \zeta) I_{\text{II}}}. \quad (103)$$

Oznake v zgornjem izrazu smiselno nadomestimo z ustrezнимi za končni čas:

$$\begin{aligned} E_{cm} &\rightarrow E_{c,\text{eff}} \\ I_{\text{I}}, I_{\text{II}} &\rightarrow I_{\text{I,eff}}, I_{\text{II,eff}} \\ \zeta &\rightarrow \zeta_{\text{eff}} \end{aligned}$$

Pri metodi s pomožnimi diagrami razdelitvena koeficienta  $\zeta$  in  $\zeta_{\text{eff}}$  nadomestimo z  $\delta_0$  in  $\delta_{\text{eff}}$ . Pomen posameznih spremenljivk smo prikazali v poglavjih 3 in 4.

Če povzamemo, vsakemu izmed odsekov 1, ...  $n$  določimo reducirano togost ter s pomočjo linearne elastične analize izračunamo poves. Pri tem ustrezno upoštevamo tudi lezenje betona za poves v končnem času.

## 5 RAČUNSKI PRIMERI

V računskih primerih analiziramo primernost, natančnost in učinkovitost predstavljenih poenostavljenih metod za račun povesov AB konstrukcij. Računsko določene odzive primerjamo z eksperimentalnimi odzivi, ki jih povzamemo iz tuje strokovne in znanstvene literature. Pri eksperimentih gre za obremenjevanje konstrukcij, pri katerih spremenljiva (»preizkusna«) obtežba monotono narašča do porušitve. Upoštevamo tudi lastno težo obravnavane konstrukcije, ki pa je, zlasti pri višjih nivojih spremenljive obtežbe, običajno zanemarljiva.

### 5.1 Postopek računa s poenostavljenim metodo po EC 2

Pri računu povesov obravnavanih AB konstrukcij si pomagamo s pripomočkom, ki smo ga izdelali v programu MS Excel (Microsoft Office Professional Plus 2010, Microsoft Excel), ter s programom za elastično analizo konstrukcij SAP 2000 (SAP 2000, Version 12.0.0, Computers and Structures, Inc).

V splošnem konstrukcijo razdelimo na več odsekov, kot smo to opisali v razdelku 3.1.1, postopek, opisan v nadaljevanju, pa velja za poljubnega izmed njih.

#### 5.1.1 Vnos materialnih podatkov

V pripomoček, izdelan v programu MS Excel, podamo naslednje materialne podatke:

$f_{cc}$	-	dejanska tlačna trdnost betona
$f_{ct}$	-	dejanska osna natezna trdnost betona

Če ni podatkov za  $f_{ct}$  oziroma če je natezna trdnost podana kot upogibna natezna trdnost  $f_{ct,fl}$  ali cepilna natezna trdnost  $f_{ct,sp}$ , si pomagamo z enačbami, ki jih navajamo v razdelku 2.3.2.

$E_c$	-	modul elastičnosti betona
-------	---	---------------------------

V primeru, da za  $E_c$  ni podatkov, privzamemo izraz, ki ga podaja EC 2 [1] in v katerem srednjo tlačno trdnost betona  $f_{cm}$  zamenjamo z dejansko:

$$E_c [\text{GPa}] = 22 \left( \frac{f_{cc} [\text{MPa}]}{10} \right)^{0,3}. \quad (104)$$

$\gamma_c$	-	teža betona
------------	---	-------------

Za težo betona upoštevamo vrednost  $25 \text{ kN/m}^3$ .

$f_y$	-	napetost tečenja natezne armature
$E_s$	-	modul elastičnosti natezne armature
$f_y'$	-	napetost tečenja tlačne armature

$E_s'$  - modul elastičnosti tlačne armature

Kvaliteti natezne in tlačne armature se lahko razlikujeta. Njuna napetost tečenja ni tako pomembna kot njun modul elastičnosti, za katerega, če ni znan točen podatek, privzamemo vrednost iz EC 2 [1], tj. 200000 MPa.

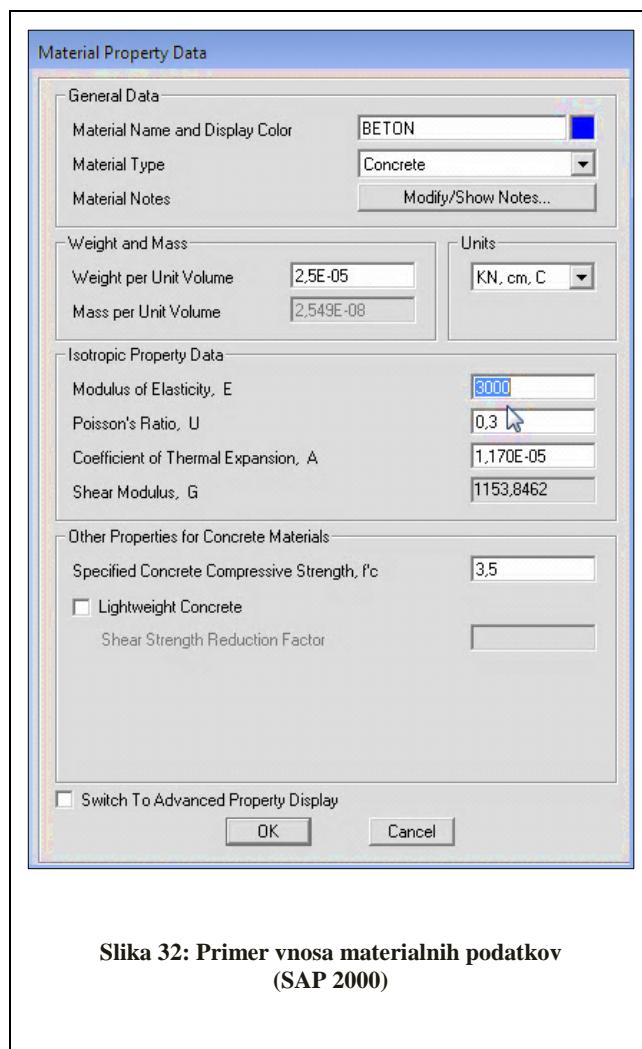
Bistveni materialni podatki so trije:

- osna natezna trdnost betona  $f_{ct}$
- modul elastičnosti betona  $E_c$
- modul elastičnosti armature  $E_s$  (ter  $E_s'$ , če se kvaliteti natezne in tlačne armature razlikujeta)

Na slikah 31 in 32 prikazujemo vnos materialnih podatkov v pripomoček, pripravljen v programu MS Excel, ter v program SAP 2000.

Materialni podatki		
BETON		
$f_{cc}$	<b>3,5</b>	kN/cm <sup>2</sup>
$f_{ct}$	<b>0,263</b>	kN/cm <sup>2</sup>
$E_c$	<b>3000</b>	kN/cm <sup>2</sup>
ARMATURA		
$f_y$	<b>48</b>	kN/cm <sup>2</sup>
$E_s$	<b>19300</b>	kN/cm <sup>2</sup>
$f_y'$	<b>43</b>	kN/cm <sup>2</sup>
$E_s'$	<b>18300</b>	kN/cm <sup>2</sup>

Slika 31: Primer vnosa materialnih podatkov (MS Excel)



### 5.1.2 Vnos podatkov o geometriji prečnega prereza

V nadaljevanju podajamo podatke o geometriji prerezova za obravnavan odsek konstrukcije:

- |        |   |   |
|--------|---|---|
| $b(z)$ | - | širina prečnega prerezova (se po višini v splošnem spreminja) |
| $h$    | - | višina prečnega prerezova                                     |
| $a$    | - | lega težišča natezne armature glede na natezni rob prerezova  |
| $a'$   | - | lega težišča tlačne armature glede na tlačni rob prerezova    |
| $A_s$  | - | površina prerezova natezne armature                           |
| $A'_s$ | - | površina prerezova tlačne armature                            |

Vnos geometrijskih podatkov v pripomoček (MS Excel) prikazujemo na sliki 33. V primeru neveznih sprememb širine prečnega prerezova, le-tega razdelimo na podprerezove. Pri določanju geometrijskih karakteristik pa se podprerezzi razdelijo še na manjše delčke - lamele.

Podatki o prečnem prerezu			
podprerez	$bi,zg$ (cm)	$bi,sp$ (cm)	$hi$ (cm)
1	30	30	15
2	15	15	35
3			
4			
5			
$A_s$		6,28	cm <sup>2</sup>
$a$		5	cm
$A_s'$		1,26	cm <sup>2</sup>
$a'$		3	cm

**Slika 33: Primer vnosa podatkov o prečnem prerezu (MS Excel)**

### 5.1.3 Vnos podatkov o obremenitvi

V primeru, da je na obravnavanem odseku projektna vrednost osne sile enaka od nič, v pomočku (MS Excel) podamo poljubno pozitivno vrednost upogibnega momenta, saj ta ne vpliva na razpokanje (razdelek 3.1.3), sicer pa je vnos podatkov o obremenitvi nujen (slika 34).

Obremenitev		
$M_d$	30	kN m
$N_d$	-10	kN (tlak)

**Slika 34: Primer vnosa podatkov o obremenitvi (MS Excel)**

### 5.1.4 Izračun geometrijskih karakteristik prečnega prereza

S pomočjo pomočka (MS Excel), izračunamo naslednje geometrijske karakteristike:

- a) Nearmiran betonski prečni prerez:

- $A_c$  - površina nearmiranega prereza  
 $z_{Tc}$  - lega težišča nearmiranega prereza  $T_c$  glede na natezni rob  
 $I_c$  - vztrajnostni moment nearmiranega prereza glede na  $T_c$

b) Homogen AB prečni prerez (stanje I):

- $d$  - statična višina prereza  
 $z_{T_1}$  - premik lege težišča iz  $T_c$  v  $T_1$  (običajno zanemarljivo)  
 $I_I$  - vztrajnostni moment homogenega prereza glede na  $T_1$

c) Polno razpokan AB prečni prerez (stanje II):

- $x$  - globina nevralne osi  
 $I_{II}$  - vztrajnostni moment polno razpokanega prereza glede na nevralno os

Primer izpisa geometrijskih karakteristik prikazujemo na sliki 35.

Geometrija		
$A_c$	<b>288</b>	$\text{cm}^2$
$z_{T_c}$	<b>16,52</b>	cm
$I_c$	<b>27456</b>	$\text{cm}^4$
$d$	<b>24</b>	cm
$E_s / E_c$	<b>6,43</b>	/
$E_s' / E_c$	<b>6,43</b>	/
$z_{T_1}$	<b>1,00</b>	cm
$I_I$	<b>32271</b>	$\text{cm}^4$
$M_{cr}$	<b>4,9</b>	kN m
$\varepsilon_1$	<b>-0,09</b>	prom
$\varepsilon_s$	<b>0,19</b>	prom
$\varepsilon_s'$	<b>-0,06</b>	prom
$x$	<b>7,94</b>	cm
$I_{II}$	<b>13921</b>	$\text{cm}^4$

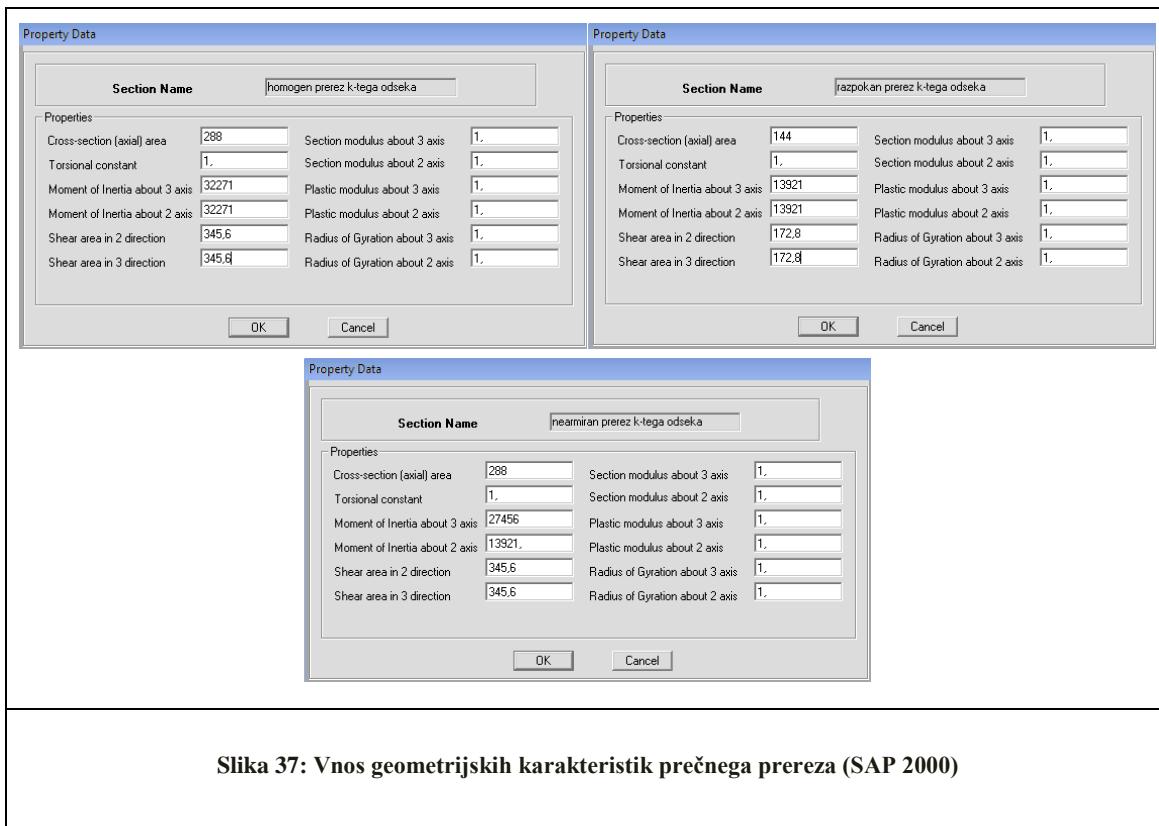
**Slika 35: Primer izpisa geometrijskih karakteristik (MS Excel)**

V stanju II moramo zagotoviti ravnotežje osnih sil in upogibnih momentov (razdelek 3.1.3). S pomočjo pripomočka (MS Excel), natančneje z orodjem »reševalec« (solver), iterativno poiščemo ustrezno globino nevralne osi, da je odpornost prečnega prereza enakovredna obremenitvi. Primer prikazujemo na sliki 36.

Odpornost in ravnotežje			
$M_{c,rd}$	<b>-5,1</b>	kN m	moment $N_{c,rd}$ glede na nevtralno os
$N_{c,rd}$	<b>-75,2</b>	kN	rezultanta tlačnih napetosti v nerazpokanem delu betona
$N_{s,rd}$	<b>67,9</b>	kN	sila v natezni armaturi
$M_{s,rd}$	<b>-23,6</b>	kN m	moment $N_{s,rd}$ glede na nevtralno os
$N_{s',rd}$	<b>-2,7</b>	kN	sila v tlačni armaturi
$M_{s',rd}$	<b>-0,2</b>	kN m	moment $N_{s',rd}$ glede na nevtralno os
$\Sigma N = 0 ?$	<b>0,00</b>	kN	vsota osnih sil
$\Sigma M = 0 ?$	<b>0,00</b>	kN m	vsota momentov

**Slika 36: Primer zagotovitve ravnotežja (MS Excel)**

Izračunane geometrijske karakteristike lahko uporabimo v direktnih izrazih za povese, v kolikor jih imamo na voljo, sicer pa jih vnesemo v program SAP 2000, kar prikazujemo na sliki 37.



### 5.1.5 Izračun povesa

Med preizkusom na konstrukcijo delujeta lastna teža  $G$  ter spremenljiva obtežba  $Q$  (obremenjevanje, preizkusna obtežba). Upoštevamo ju kot kratkotrajni obtežbi, torej je v razdelitvenem koeficientu  $\zeta$  faktor trajanja obtežbe  $\beta$  enak 1 (razdelek 4.1.1). Za vsako izmed omenjenih obtežb posebej določimo

poves konstrukcije v stanju I in v stanju II ter s pomočjo interpolacije še dejanskega. To s simboli zapišemo kot:

$$G \rightarrow w_I(G) \text{ in } w_{II}(G) \rightarrow w(G),$$

$$Q \rightarrow w_I(Q) \text{ in } w_{II}(Q) \rightarrow w(Q).$$

Predpostavimo, da so meritve izvedene po že izvršenem povesu zaradi lastne teže konstrukcije v stanju I, zato skupni poves konstrukcije določimo z izrazom:

$$w = w(G) + w(Q) - w_I(G). \quad (105)$$

Z algoritmom, ki ga podajamo v nadaljevanju, slikoviteje prikazujemo določitev povesov s poenostavljeni metodo v skladu z EC 2 [1]. Definicije uporabljenih oznak in izrazov smo podali v razdelku 4.1.1. Konstrukcijo razdelimo na  $n$  odsekov, pri čemer je  $k$  poljubni odsek ( $k = 1, \dots, n$ ). Obravnavamo različne nivoje spremenljive obtežbe  $Q$ , in sicer  $Q = 0, \dots, \max Q$ .

- 1) Podamo upogibni moment na  $k$ -tem odseku zaradi enotske spremenljive obtežbe in zaradi lastne teže:  $M_k(Q = 1)$  in  $M_k(G)$ . Če omenjeni vrednosti določamo s pomočjo programa SAP 2000, upoštevamo geometrijske karakteristike nearmiranih prerezov konstrukcije, sicer pa jih pri tem ne potrebujemo.
- 2) Pri poljubni vrednosti spremenljive obtežbe na podlagi načela superpozicije določimo skupni upogibni moment na  $k$ -tem odseku:  $M_k(G, Q) = M_k(G) + M_k(Q = 1) \times Q$ .
- 3) Z upoštevanjem upogibnega momenta  $M_{cr,k}$  za  $k$ -ti odsek v programu MS Excel izračunamo razdelitveni koeficient (pri posamezni vrednosti spremenljive obtežbe):

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,k}}{M_k(G, Q)} \right)^2.$$

- 4) Ko imamo razdelitvene koeficiente določene za vse odseke, določimo še povprečno vrednost:

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}.$$

- 5) Podamo poves homogene in polno razpokane konstrukcije zaradi enotske spremenljive obtežbe in zaradi lastne teže:  $w_I(Q = 1)$  in  $w_I(G)$  ter  $w_{II}(Q = 1)$  in  $w_{II}(G)$ . Upoštevamo ustreerne geometrijske karakteristike prečnih prerezov. Za program SAP 2000 to prikazujemo na sliki 37.
- 6) Na podlagi načela superpozicije pri poljubni vrednosti spremenljive obtežbe določimo poves homogene in polno razpokane konstrukcije:  

$$w_I(G, Q) = w_I(G) + Q \times w_I(Q = 1) \text{ in } w_{II}(G, Q) = w_{II}(G) + Q \times w_{II}(Q = 1).$$
- 7) Interpoliramo poves, pri čemer odštejemo poves homogene konstrukcije zaradi lastne teže:

$$w = \zeta w_{II}(G, Q) + (1 - \zeta) w_I(G, Q) - w_I(G).$$

Princip, ki smo ga pravkar opisali, je splošen in primeren za kompleksnejše konstrukcije, npr. okvire. V primeru, da za obremenitve in poves poznamo direktne enačbe, npr. pri prostoležečih nosilcih, je postopek nekoliko krajši, saj nam ni potrebno določiti enotskih količin.

## 5.2 Postopek računa z metodo s pomožnimi diagrami

Pri metodi s pomožnimi diagrami najprej privzamemo, da je konstrukcija nearmirana. Obremenimo jo z lastno težo  $G$  in spremenljivo obtežbo  $Q$  ter izračunamo povesa (nearmirane) konstrukcije  $w_c(G)$  in  $w_c(Q)$ . V nadaljevanju s pomočjo pomožnih diagramov določimo poves v stanju I in stanju II ter z interpolacijo še dejanskega. Za kompleksnejše konstrukcije se lahko poslužimo podobnega algoritma, kot pri metodi s pomožnimi diagrami, le da uporabimo druge ustrezne izraze ter oznake količin.

- 1) Podamo upogibni moment na  $k$ -tem odseku zaradi enotske spremenljive obtežbe in zaradi lastne teže:  $M_k(Q = 1)$  in  $M_k(G)$ . Če omenjeni vrednosti določamo s pomočjo programa SAP 2000, upoštevamo geometrijske karakteristike nearmiranih prerezov konstrukcije.
- 2) Pri poljubni vrednosti spremenljive obtežbe na podlagi načela superpozicije določimo skupni upogibni moment na  $k$ -tem odseku:  $M_k(G, Q) = M_k(G) + M_k(Q = 1) \times Q$ .
- 3) Z upoštevanjem upogibnega momenta  $M_{r,0,k}$  za  $k$ -ti odsek v programu MS Excel izračunamo razdelitveni koeficient:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(G, Q)}.$$

- 4) Ko imamo razdelitvene koeficiente določene za vse odseke, določimo še povprečno vrednost:

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}.$$

- 5) Podamo poves nearmirane konstrukcije zaradi enotske spremenljive obtežbe in zaradi lastne teže:  $w_c(G)$  in  $w_c(Q = 1)$ .
- 6) Na podlagi načela superpozicije izračunamo poves nearmirane konstrukcije pri poljubni spremenljivi obtežbi:  $w_c(G, Q) = w_c(G) + Q \times w_c(Q = 1)$ .
- 7) Najprej za posamezen odsek, nato pa še za celotno konstrukcijo, določimo koeficienta  $k_I$  in  $k_{II}$ :

$$k_I = \frac{\sum_{k=1}^n k_{I,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} \text{ ter } k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = \frac{\sum_{k=1}^n k_{II,k} \left( \frac{h_k}{d_k} \right)^3 \left( \frac{b_{i,k}}{b_{e,k}} \right) L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}.$$

- 8) Izračunamo poves homogene in polno razpokane konstrukcije zaradi poljubne vrednosti spremenljive obtežbe ter zaradi lastne teže:

$$w_I = k_I w_c \text{ in } w_{II} = \left[ k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} \right] w_c.$$

- 9) Interpoliramo poves, pri čemer odštejemo poves homogene konstrukcije zaradi lastne teže:

$$w = \delta_0 w_{II}(G, Q) + (1 - \delta_0) w_I(G, Q) - k_I w_c(G).$$

Tukaj prav tako velja, da je lahko postopek pri enostavnnejših primerih krajši.

### 5.3 Prostoležeči nosilci

#### 5.3.1 Carpinteri-jevi nosilci

Obravnavamo šest prostoležečih nosilcev s pravokotnim prečnim rezom, ki so obteženi z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini razpetine. Geometrijske podatke ter podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 38.

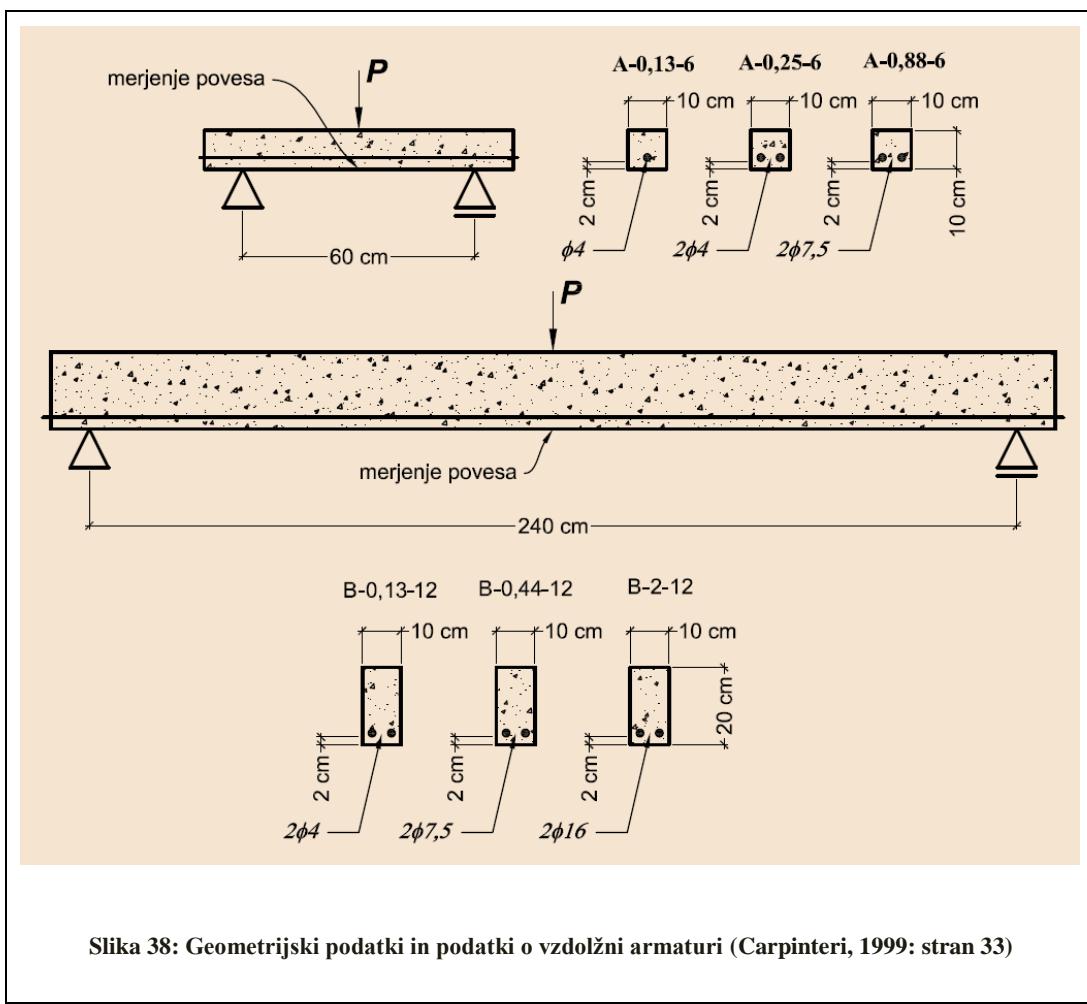
Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 43,4$  MPa
- modul elastičnosti betona  $E_c = 21000$  MPa
- cepilna natezna trdnost  $f_{ct,sp} = 4,0$  MPa
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,9f_{ct,sp} = 3,6$  MPa (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne armature:

$$E_s (\phi 4) = 166000 \text{ MPa}$$

$$E_s (\phi 7,5) = 190000 \text{ MPa}$$

$$E_s (\phi 16) = 183000 \text{ MPa}$$



Podan je le krovni sloj betona (2 cm), torej oddaljenost težišča prereza natezne armature glede na natezni rob prečnega prereza za posamezen nosilec znaša  $a = \phi/2 + 2$  cm.

Preizkušanci se med seboj razlikujejo v dimenzijah prereza (A, B), v stopnji armiranja  $\rho = A_s/A_c$  ter v razmerju razpetine nosilca napram njegovi višini  $k = L/h$ . Za boljšo preglednost vpeljemo oznake nosilcev v smislu »prerez- $\rho$  [%]- $k$ «, npr. »B-2-12«. Geometrijske karakteristike prečnih prerezov v skladu z razdelkom 3.1.3 za obravnavane nosilce podajamo v preglednici 7.

Preglednica 7: Geometrijske karakteristike prečnih prerezov (Carpinteri-jevi nosilci)							
	A-0,13-6	A-0,25-6	A-0,88-6	B-0,13-12	B-0,44-12	C-2-12	enote
$A_c$	100	100	100	200	200	200	cm <sup>2</sup>
$I_c$	833	833	833	6667	6667	6667	cm <sup>4</sup>
$I_I$	840	847	879	6775	7064	8052	cm <sup>4</sup>
$M_{cr}$	0,6	0,6	0,7	2,5	2,6	3,2	kN m
$x$	1,17	1,57	2,78	2,51	4,56	8,01	cm
$I_{II}$	51	90	259	533	1675	4657	cm <sup>4</sup>

Linijsko obtežbo posameznega nosilca zaradi lastne teže izračunamo z enačbo:

$$g = A_c \times \gamma_c ,$$

upogibni moment v prečnem prerezu na sredini razpetine zaradi delajočih obtežb pa z izrazom:

$$M(g, P) = M(g) + M(P) = \frac{gL^2}{8} + \frac{PL}{4} .$$

#### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Povese homogenih ter polno razpokanih nosilcev zaradi lastne teže in sile  $P$  določimo z enačbama:

$$w_I(g, P) = \frac{5gL^4}{384E_c I_I} + \frac{PL^3}{48E_c I_I}$$

in

$$w_{II}(g, P) = \frac{5gL^4}{384E_c I_{II}} + \frac{PL^3}{48E_c I_{II}} .$$

Dejanski poves nosilca (z odštetim povesom zaradi lastne teže v stanju I) interpoliramo z izrazom:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta) w_I(g, P) - \frac{5gL^4}{384E_c I_I} ,$$

pri čemer razdelitveni koeficient  $\zeta (\beta = 1)$  izračunamo z enačbo:

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M(g, P)} \right)^2 .$$

Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poveze nearmiranih nosilcev zaradi lastne teže in sile  $P$  izračunamo z enačbo:

$$w_c(g, P) = \frac{5gL^4}{384E_c I_c} + \frac{PL^3}{48E_c I_c},$$

poveze homogenih in polno razpokanih nosilcev pa z izrazoma:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P)$$

in

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P).$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  odčitamo s slik 21 in 22, kar s simboli zapišemo kot:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} \rightarrow k_I \text{ in } \alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \rightarrow k_{II}.$$

Ker so prečni prerezi obravnavanih nosilcev pravokotni, upoštevamo  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$ .

Dejanski poves posameznega nosilca dobimo z interpolacijo:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I \frac{5gL^4}{384E_c I_c},$$

pri čemer razdelitveni koeficient  $\delta_0$  izračunamo z izrazom:

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M(g, P)},$$

upogibni moment  $M_{r,0}$  pa določimo s pomočjo slike 20, in sicer kot:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} \rightarrow \rho_M \rightarrow M_{r,0} = 0,2\rho_M f_{ct} b_i h^2.$$

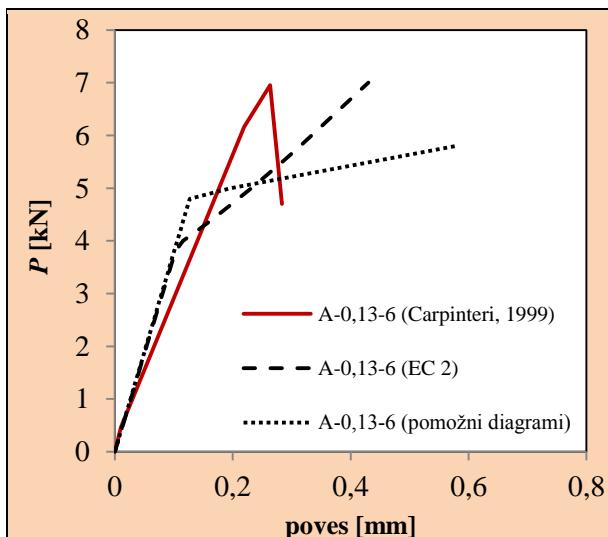
Vrednosti, ki jih dobimo s pomočjo zgoraj navedenih izrazov, za metodo s pomožnimi diagrami, podajamo v preglednici 8.

**Preglednica 8: Potrebne vrednosti za metodo s pomožnimi diagrami  
(Carpinteri-jevi nosilci)**

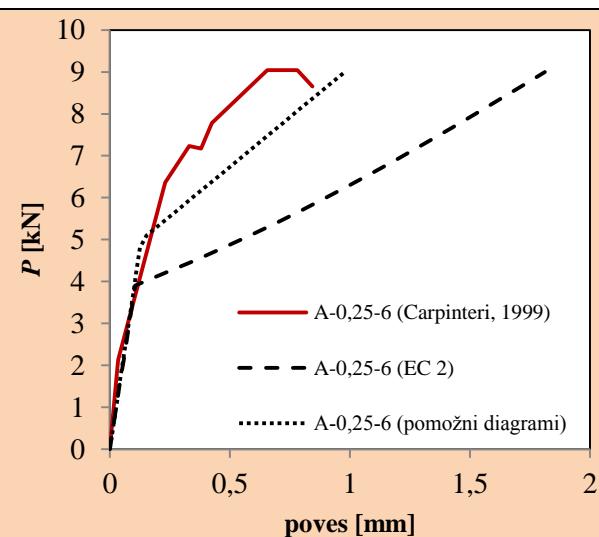
	A-0,13-6	A-0,25-6	A-0,88-6	B-0,13-12	B-0,44-12	C-2-12
$\alpha\mu(d / h)$	0,01	0,02	0,08	0,01	0,04	0,17
$k_I$	<b>0,98</b>	<b>0,97</b>	<b>0,88</b>	<b>0,98</b>	<b>0,95</b>	<b>0,80</b>
$\alpha\mu$	0,01	0,03	0,10	0,01	0,05	0,20
$k_{II}(h / d)^3$	<b>17,58</b>	<b>7,81</b>	<b>2,93</b>	<b>12,35</b>	<b>3,43</b>	<b>1,73</b>
$\alpha\mu(d / h)$	0,01	0,02	0,08	0,01	0,04	0,17
$\rho_M$	<b>1,03</b>	<b>1,05</b>	<b>1,2</b>	<b>1,03</b>	<b>1,1</b>	<b>1,43</b>
$M_{r,0}$ [kN m]	<b>0,74</b>	<b>0,76</b>	<b>0,86</b>	<b>2,97</b>	<b>3,17</b>	<b>4,36</b>

Primerjava z eksperimentom:

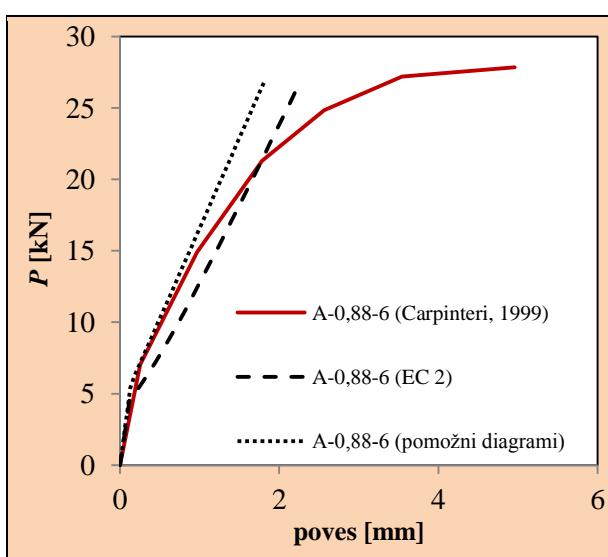
Naštete izraze za obe metodi uporabimo v programu MS Excel in pri različnih nivojih sile  $P$  skupaj s prispevkom lastne teže izračunamo pripadajoče povese. Na slikah 39 do 44 za obravnavane nosilce prikazujemo primerjavo računske določenih odzivov z rezultati preizkusov.



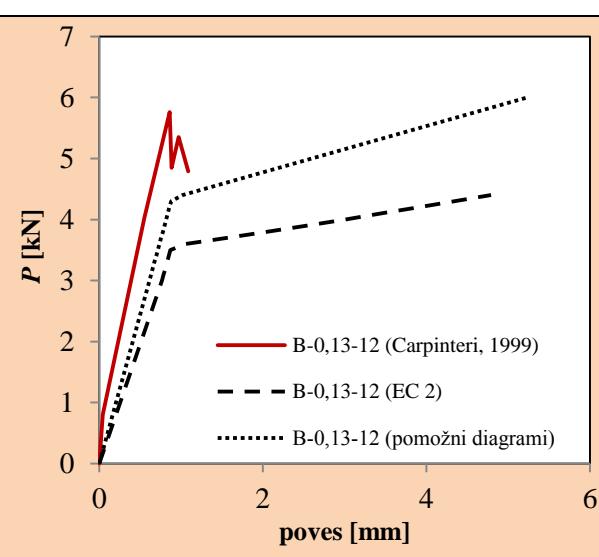
Slika 39: Odziv nosilca A-0,13-6  
(Carpinteri-jevi nosilci)



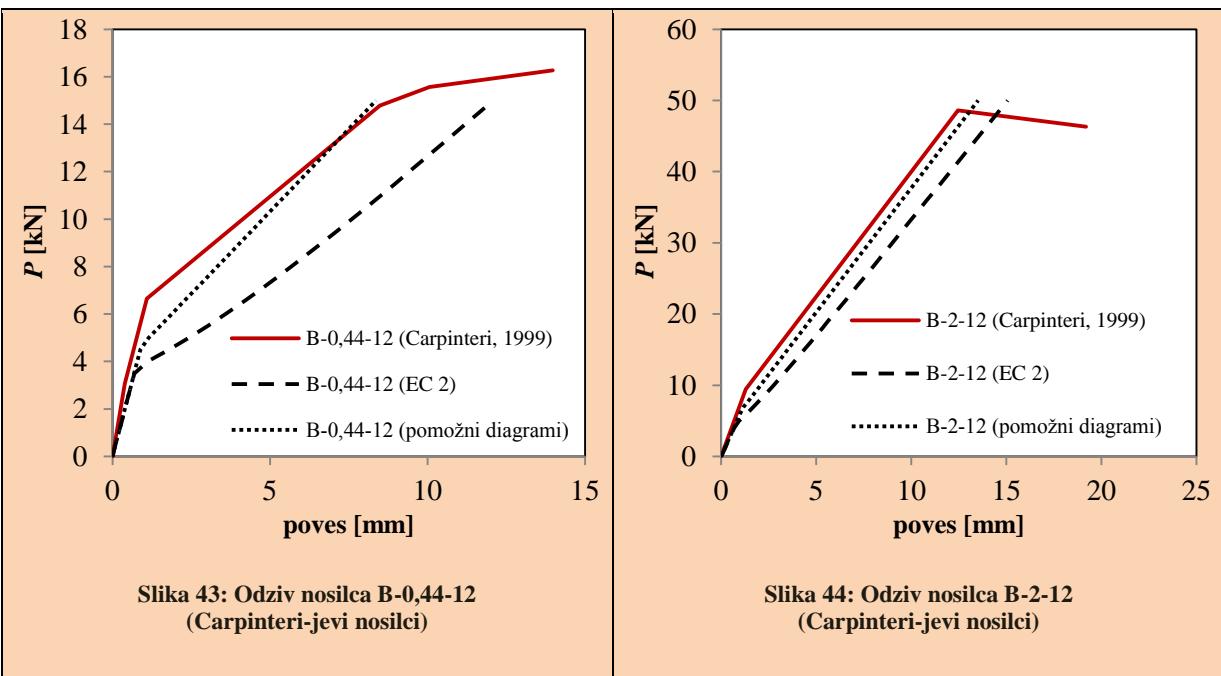
Slika 40: Odziv nosilca A-0,25-6  
(Carpinteri-jevi nosilci)



Slika 41: Odziv nosilca A-0,88-6  
(Carpinteri-jevi nosilci)



Slika 42: Odziv nosilca B-0,13-12  
(Carpinteri-jevi nosilci)



Slika 43: Odziv nosilca B-0,44-12  
(Carpinteri-jevi nosilci)

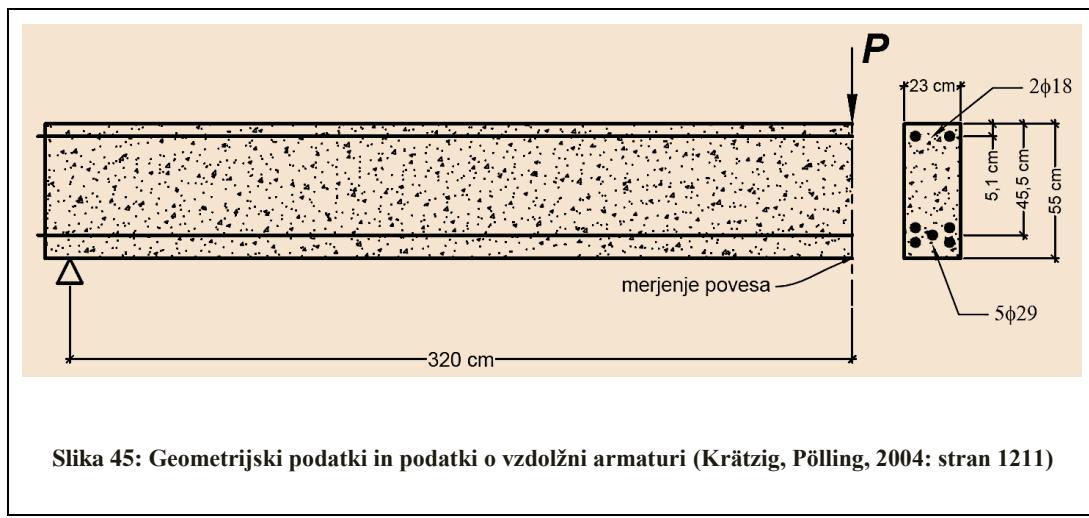
Slika 44: Odziv nosilca B-2-12  
(Carpinteri-jevi nosilci)

### 5.3.2 Krätzig-ov nosilec

Obravnavamo prostoležeč nosilec s pravokotnim prečnim prerezom, ki je obtežen z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini razpetine. Geometrijske podatke in podatke vzdolžno armaturi prikazujemo na sliki 45.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 38,75$  MPa
- modul elastičnosti betona  $E_c = 31992$  MPa
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 2,96$  MPa
- modul elastičnosti natezne armature  $E_s = 205500$  MPa
- modul elastičnosti tlačne armature  $E_s' = 201300$  MPa



Površini prečnih prerezov natezne in tlačne armature znašata  $A_s = 33 \text{ cm}^2$  in  $A_s' = 5,09 \text{ cm}^2$ . Površina nearmiranega prečnega prereza nosilca je enaka  $A_c = 1265 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 318885 \text{ cm}^4$ .

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 1265 \times 10^{-4} \times 25 = 3,16 \text{ kN/m}$$

Upogibni moment v prečnem prerezu na sredini razpetine nosilca zaradi delajoče obtežbe:

$$M(g, P) = \frac{gL^2}{8} + \frac{PL}{4} = \frac{3,16 \times 6,4^2}{8} + \frac{P \times 6,4}{4} = 16,2 + P[\text{kN}] \times 1,6 \text{ kN m}$$

#### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prereza v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 385432 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 44,4 \text{ kN m}$$

$$x = 20,45 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 205652 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in sile  $P$ :

$$\begin{aligned} w_I(g, P) &= \frac{5gL^4}{384E_c I_I} + \frac{PL^3}{48E_c I_I} = \\ &= \frac{5 \times 0,0316 \times 640^4}{384 \times 3199,2 \times 385432} + \frac{P \times 640^3}{48 \times 3199,2 \times 385432} = 0,056 + P[\text{kN}] \times 0,00443 \text{ cm} \\ w_{II}(g, P) &= \frac{5gL^4}{384E_c I_{II}} + \frac{PL^3}{48E_c I_{II}} = \\ &= \frac{5 \times 0,0316 \times 640^4}{384 \times 3199,2 \times 205652} + \frac{P \times 640^3}{48 \times 3199,2 \times 205652} = 0,105 + P[\text{kN}] \times 0,0083 \text{ cm} \end{aligned}$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta) w_I(g, P) - \frac{5gL^4}{384E_c I_I}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$ :

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M(g, P)} \right)^2$$

#### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega nosilca zaradi lastne teže in sile  $P$ :

$$\begin{aligned} w_c(g, P) &= \frac{5gL^4}{384E_c I_c} + \frac{PL^3}{48E_c I_c} = \\ &= \frac{5 \times 0,0316 \times 640^4}{384 \times 3199,2 \times 318885} + \frac{P \times 640^3}{48 \times 3199,2 \times 318885} = 0,068 + P[\text{kN}] \times 0,0054 \text{ cm} \end{aligned}$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (slike 21 in 22):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{205500}{31992} \times \frac{32,9}{23 \times 45,5} \times \frac{45,5}{55} = 0,17 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow k_I = 0,75$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{205500}{31992} \times \frac{32,9}{23 \times 45,5} = 0,20 \rightarrow k_{II} = 1,0$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in sile  $P$ :

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,75 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,0 \times \left( \frac{55}{45,5} \right)^3 \times w_c(g, P) = 1,77 w_c(g, P)$$

Velja  $b_i/b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I \frac{5gL^4}{384E_c I_c}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M(g, P)}.$$

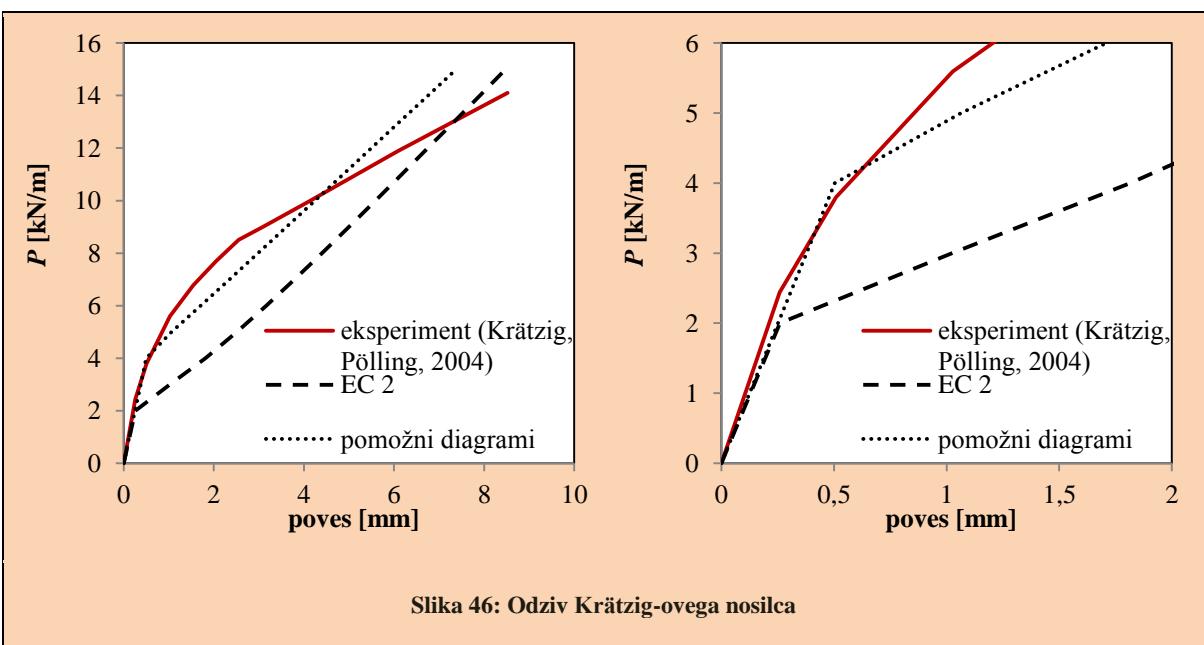
Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{205500}{31992} \times \frac{32,9}{23 \times 45,5} \times \frac{45,5}{55} = 0,17 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow \rho_M = 1,48$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,48 \times \frac{2,96}{10} \times 23 \times 55^2 \times \frac{1}{100} = 60,96 \text{ kN m}$$

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 46 prikazujemo primerjavo izračunanega in izmerjenega odziva za Krätzig-ov nosilec.

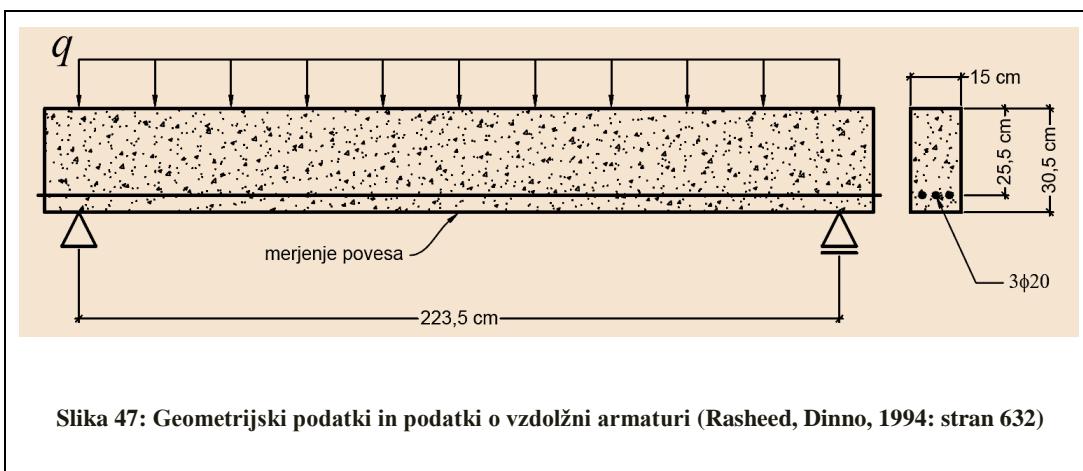


### 5.3.3 Rasheed-ov nosilec

Obravnavamo prostoležec nosilec s pravokotnim prečnim prerezom. Obtežen je z lastno težo ter s spremenljivo linijsko obtežbo  $q$ . Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 47.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 34,6 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 27596 \text{ MPa}$
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 2,93 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti natezne armature  $E_s = 200000 \text{ MPa}$



Slika 47: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Rasheed, Dinno, 1994: stran 632)

Površina prereza natezne armature znaša  $A_s = 3\phi 20 = 9,42 \text{ cm}^2$ . Površina nearmiranega prečnega prereza nosilca je enaka  $A_c = 458 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 35466 \text{ cm}^4$ .

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 458 \times 10^{-4} \times 25 = 1,15 \text{ kN/m}$$

Upogibni moment v prečnem prerezu na sredini razpetine nosilca zaradi delajoče obtežbe:

$$M(g, q) = \frac{gL^2}{8} + \frac{qL^2}{8} = \frac{1,15 \times 2,235^2}{8} + \frac{q \times 2,235^2}{8} = 0,72 + q [\text{kN/m}] \times 0,624 \text{ kN m}$$

Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prerezova v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 40944 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 8,5 \text{ kN m}$$

$$x = 11,35 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 20980 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in obtežbe  $q$ :

$$w_I(g, q) = \frac{5gL^4}{384E_c I_I} + \frac{5qL^4}{384E_c I_I} =$$

$$= \frac{5 \times 0,0115 \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 40944} + \frac{5 \times q \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 20980} = 0,033 + q [\text{kN/m}] \times 0,288 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} w_{\text{II}}(g, q) &= \frac{5gL^4}{384E_c I_{\text{II}}} + \frac{5qL^4}{384E_c I_{\text{II}}} = \\ &= \frac{5 \times 0,0115 \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 20980} + \frac{5 \times q \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 40944} = 0,065 + q [\text{kN/m}] \times 0,562 \text{ cm} \end{aligned}$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, q) = \zeta w_{\text{II}}(g, q) + (1 - \zeta) w_{\text{I}}(g, q) - \frac{5gL^4}{384E_c I_{\text{I}}}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$ :

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr}}}{M(g, q)} \right)^2.$$

#### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega nosilca zaradi lastne teže in obtežbe  $q$ :

$$\begin{aligned} w_{\text{c}}(g, q) &= \frac{5gL^4}{384E_c I_{\text{c}}} + \frac{5qL^4}{384E_c I_{\text{c}}} = \\ &= \frac{5 \times 0,0115 \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 35466} + \frac{5 \times q \times 223,5^4}{384 \times 2759,6 \times 35466} = 0,0038 + q [\text{kN/m}] \times 0,332 \text{ cm} \end{aligned}$$

Koeficiente  $k_{\text{I}}$  in  $k_{\text{II}}$  (slike 21 in 22):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{27596} \times \frac{9,42}{15 \times 25,5} \times \frac{25,5}{30,5} = 0,15 \rightarrow k_{\text{I}} = 0,82$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{27596} \times \frac{9,42}{15 \times 25,5} = 0,18 \rightarrow k_{\text{II}} = 1,15$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in obtežbe  $q$ :

$$w_{\text{I}}(g, q) = k_{\text{I}} w_{\text{c}}(g, q) = 0,82 w_{\text{c}}(g, q)$$

$$w_{\text{II}}(g, q) = k_{\text{II}} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_{\text{I}}}{b_{\text{c}}} w_{\text{c}}(g, q) = 1,15 \times \left( \frac{30,5}{25,5} \right)^3 \times 1 \times w_{\text{c}}(g, q) = 1,97 w_{\text{c}}(g, q)$$

Velja  $b_{\text{I}}/b_{\text{c}} = 1$  in  $b_{\text{I}} = b$  (pravokotni prerez).

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, q) = \delta_0 w_{\text{II}}(g, q) + (1 - \delta_0) w_{\text{I}}(g, q) - k_{\text{I}} \frac{5gL^4}{384E_c I_{\text{c}}}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{\text{r},0}}{M(g, q)}$$

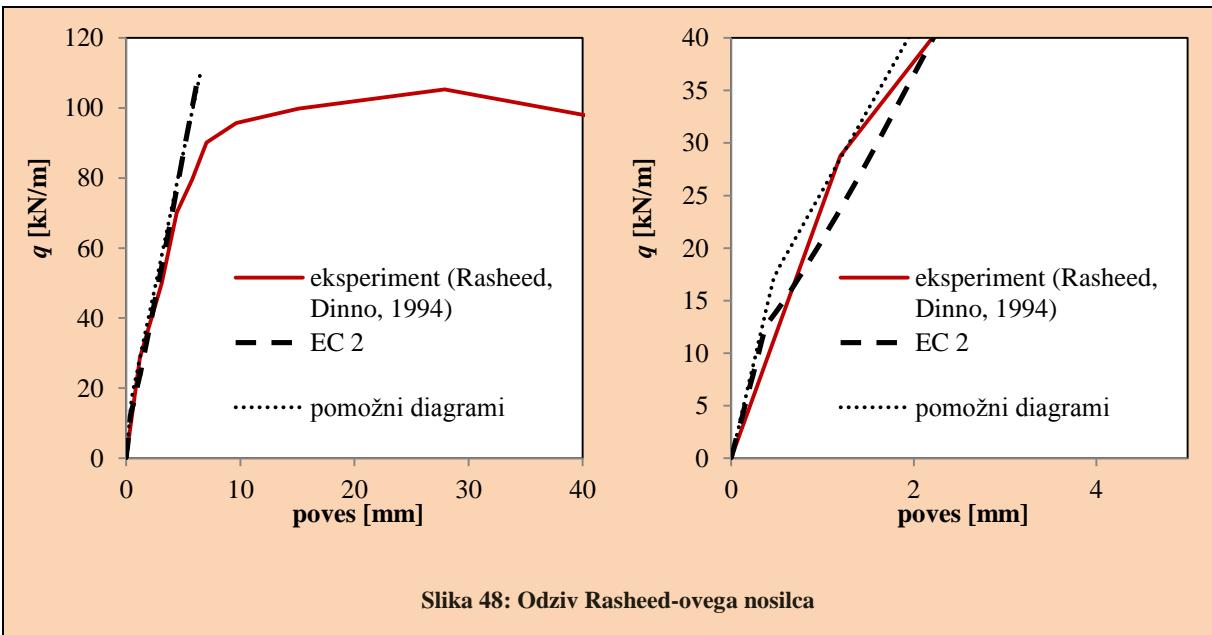
Upogibni moment  $M_{\text{r},0}$  (slika 20):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{27596} \times \frac{9,42}{15 \times 25,5} \times \frac{25,5}{30,5} = 0,15 \rightarrow \rho_M = 1,4$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,4 \times \frac{2,93}{10} \times 15 \times 30,5^2 \times \frac{1}{100} = 11,45 \text{ kN m}$$

#### Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 48 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Rasheed-ov nosilec.



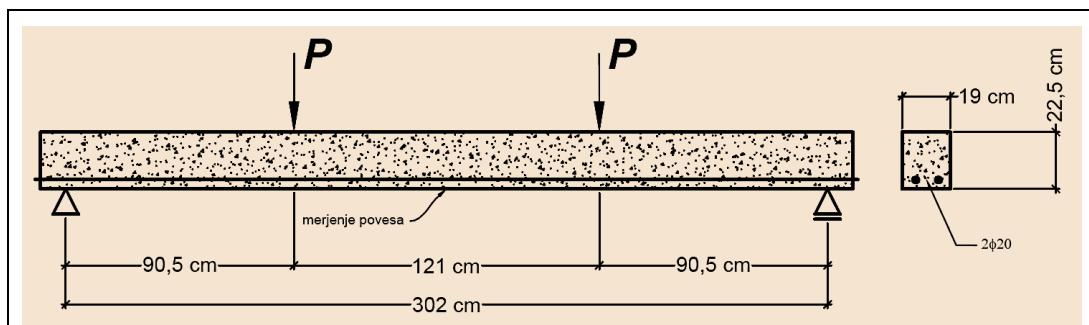
Slika 48: Odziv Rasheed-ovega nosilca

#### 5.3.4 Lazaro-v nosilec

Obravnavamo prostoležeč nosilec s pravokotnim prečnim prerezom, ki je obtežen z lastno težo ter z dvema spremenljivima točkovnima silama  $P$ . Geometrijske podatke in podatke o armaturi ter lego sil  $P$  prikazujemo na sliki 49.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 21,4 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 22 \times (21,4 / 10)^{0,3} = 27630 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075f_{cc} = 1,61 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne armature  $E_s = 200000 \text{ MPa}$  (ni podatka)



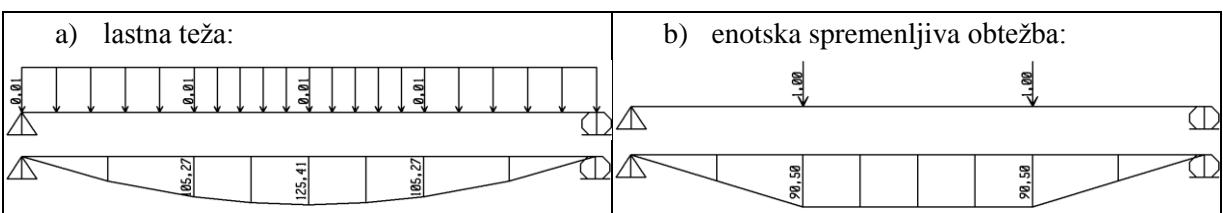
Slika 49: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe  
(Lazaro, Richards, 1973: stran 1771)

Površina prereza natezne armature znaša  $A_s = 6,3 \text{ cm}^2$ . Lega njene težišča  $a$  ni podana, zato za statično višino prečnega prereza predpostavimo  $d = 0,85h = 0,85 \times 22,5 \text{ cm} \approx 19 \text{ cm}$ , torej je  $a = h - d = 22,5 - 19 = 3,5 \text{ cm}$ . Površina nearmiranega prečnega prereza nosilca je enaka  $A_c = 428 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 18035 \text{ cm}^4$ .

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 428 \times 10^{-4} \times 25 = 1,07 \text{ kN/m}$$

Na sliki 50 prikazujemo računski model Lazaro-vega nosilca z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).



Slika 50: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Lazaro-v nosilec); enote: kN, cm

Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$M(g, P) = M(g) + M(P=1)P$$

Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prereza v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 20260 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 3,1 \text{ kN m}$$

$$x = 7,54 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 8894 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,022 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,017 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,052 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,040 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta$  ( $\beta = 1$ ):

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M(g, P)} \right)^2$$

#### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,024 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,018 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (sliki 21 in 22):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{27630} \times \frac{6,5}{19 \times 19} \times \frac{19}{22,5} = 0,11 \rightarrow k_I = 0,85$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{27630} \times \frac{6,5}{19 \times 19} = 0,13 \rightarrow k_{II} = 1,25$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,85 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,25 \times \left( \frac{22,5}{19} \right)^3 \times 1 \times w_c(g, P) = 2,08 w_c(g, P)$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0)w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M(g, P)}$$

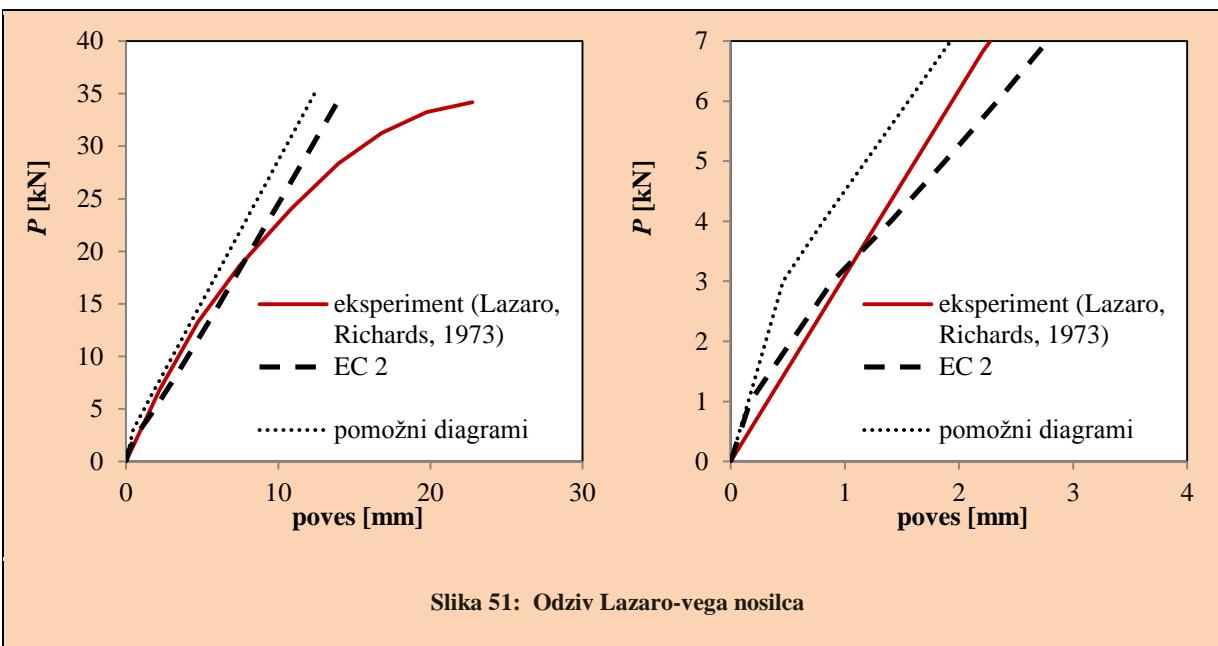
Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{27630} \times \frac{6,5}{19 \times 19} \times \frac{19}{22,5} = 0,11 \rightarrow \rho_M = 1,3$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,3 \times \frac{1,61}{10} \times 19 \times 22,5^2 \times \frac{1}{100} = 4,03 \text{ kN m}$$

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 51 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Lazaro-v nosilec.

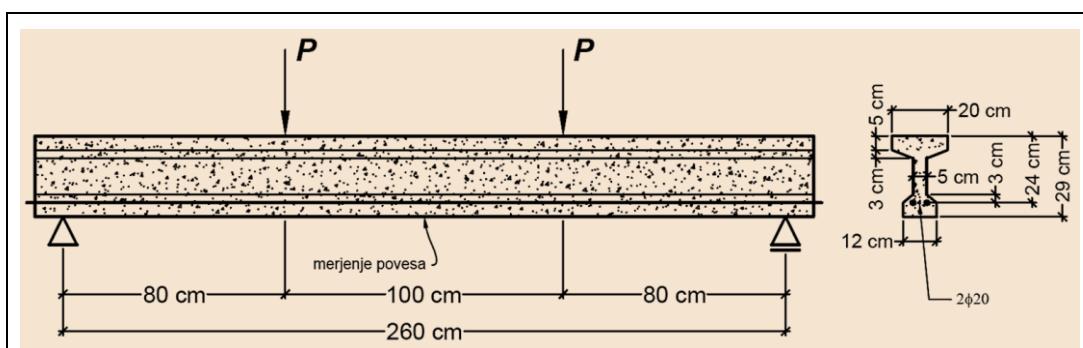


### 5.3.5 Kotsovovs-ov nosilec

Obravnavamo prostoležeč nosilec s prečnim prerezom T oblike. Obtežen je z lastno težo ter z dvema spremenljivima točkovnima silama  $P$ . Geometrijske podatke, podatke o legi sil  $P$  in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 52.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 48,4 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 22 \times (48,4 / 10)^{0,3} = 35308 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075 f_{cc} = 3,63 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne armature  $E_s = 200000 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti tlačne armature  $E'_s = 200000 \text{ MPa}$  (ni podatka)



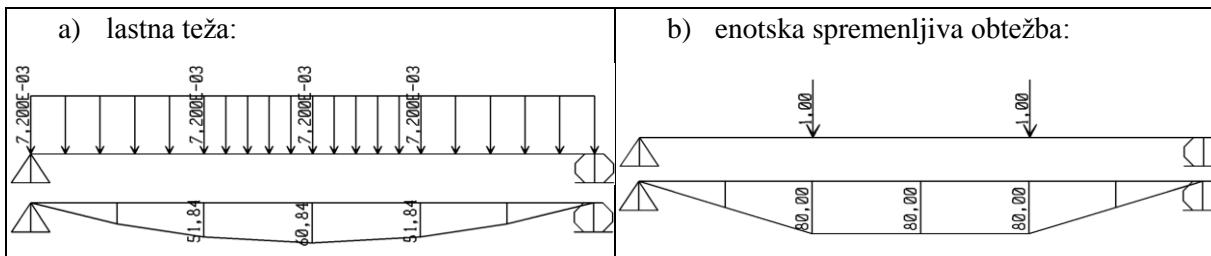
Slika 52: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe  
(Kotsovos, Lefas, 1990: stran 130)

Površini prerezov natezne in tlačne armature znašata  $A_s = 6,28 \text{ cm}^2$  in  $A_s' = 0,2A_s = 1,26 \text{ cm}^2$ , pri čemer smo predpostavili konstruktivno tlačno armaturo, saj je nosilec strižno armiran. Površina nearmiranega prečnega prereza je enaka  $A_c = 288 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa znaša  $I_c = 27456 \text{ cm}^4$ .

Linjska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 288 \times 10^{-4} \times 25 = 0,72 \text{ kN/m}$$

Na sliki 53 prikazujemo računski model Kotsovos-ovega nosilca z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).



Slika 53: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Kotsovos-ov nosilec); enote: kN, cm

Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$M(g, P) = M(g) + M(P=1)P$$

Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prereza v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 31626 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 7,3 \text{ kN m}$$

$$x = 7,53 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 12625 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_1, E_c) = 0,004 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_1, E_c) = 0,0055 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,0099 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,0136 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$ :

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M(g, P)} \right)^2$$

#### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,0045 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,0063 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (sliki 26 in 27):

$$\frac{b_e}{b_0} = \frac{20}{5} = 4, \quad \frac{h_0}{h} = \frac{(5 + (5 + 3)) / 2}{29} = 0,22 \rightarrow \frac{b_i}{b_e} = 0,44, \quad \frac{z_2}{h} = 0,66$$

$$\alpha\mu \frac{b_e}{b_0} \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{b_i d} \frac{b_e}{b_0} \frac{d}{h} = \frac{200000}{35308} \times \frac{6,28}{0,44 \times 20 \times 24} \times \frac{20}{5} \times \frac{24}{29} = 0,56 \rightarrow k_I = 0,54$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{b_i d} = \frac{200000}{35308} \times \frac{6,28}{0,44 \times 20 \times 24} = 0,17 \rightarrow k_{II} = 1,25$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,54 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,25 \times \left( \frac{29}{24} \right)^3 \times 0,44 \times w_c(g, P) = 0,97 w_c(g, P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0)w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M(g, P)}$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 25):

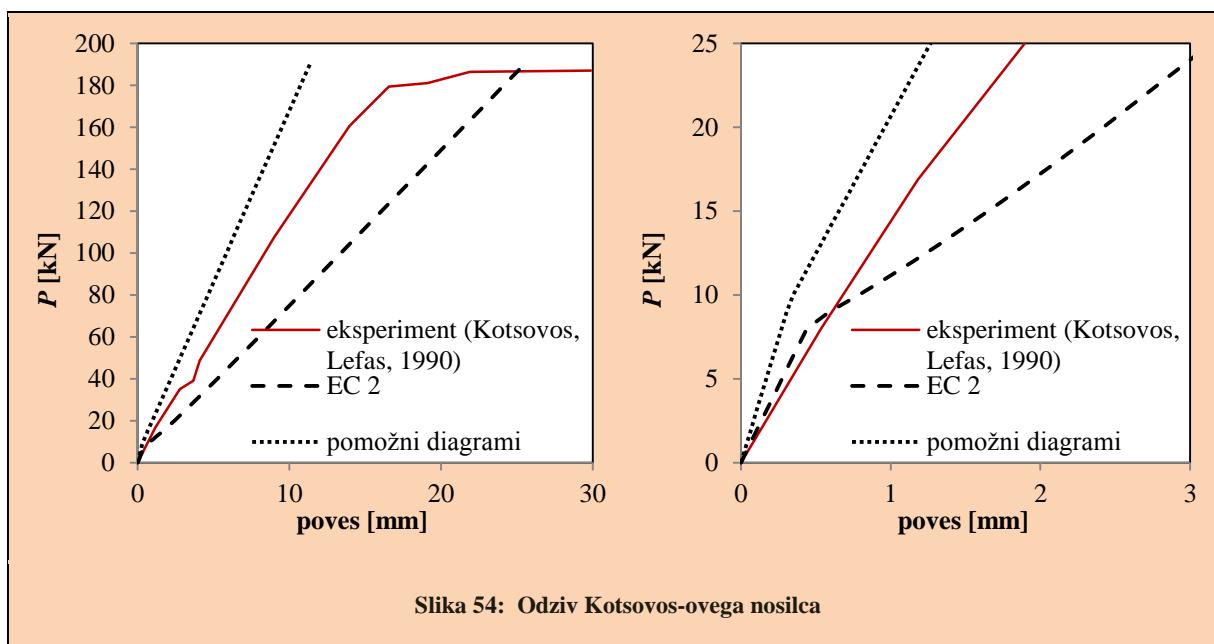
$$\alpha \mu \frac{b_e}{b_0} \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{b_i d} \frac{b_e}{b_0} \frac{d}{h} = \frac{200000}{35308} \times \frac{6,28}{0,44 \times 20 \times 24} \times \frac{20}{5} \times \frac{24}{29} = 0,56 \rightarrow \rho_{M,0} = 2,05$$

$$\rightarrow \rho_M = \frac{\rho_{M,0}}{2 \left( \frac{z_2}{h} \right)} = \frac{2,05}{2 \times 0,66} = 1,55$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,55 \times \frac{3,63}{10} \times 0,44 \times 20 \times 29^2 \times \frac{1}{100} = 8,33 \text{ kNm}$$

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 54 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Kotsovovs-ov nosilec.



Slika 54: Odziv Kotsovovs-ovega nosilca

### 5.3.6 Brincker-jevi nosilci

Obravnavamo štiri različne prostoležeče nosilce s pravokotnim prečnim prerezom, ki so obteženi z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini razpetine. Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 55.

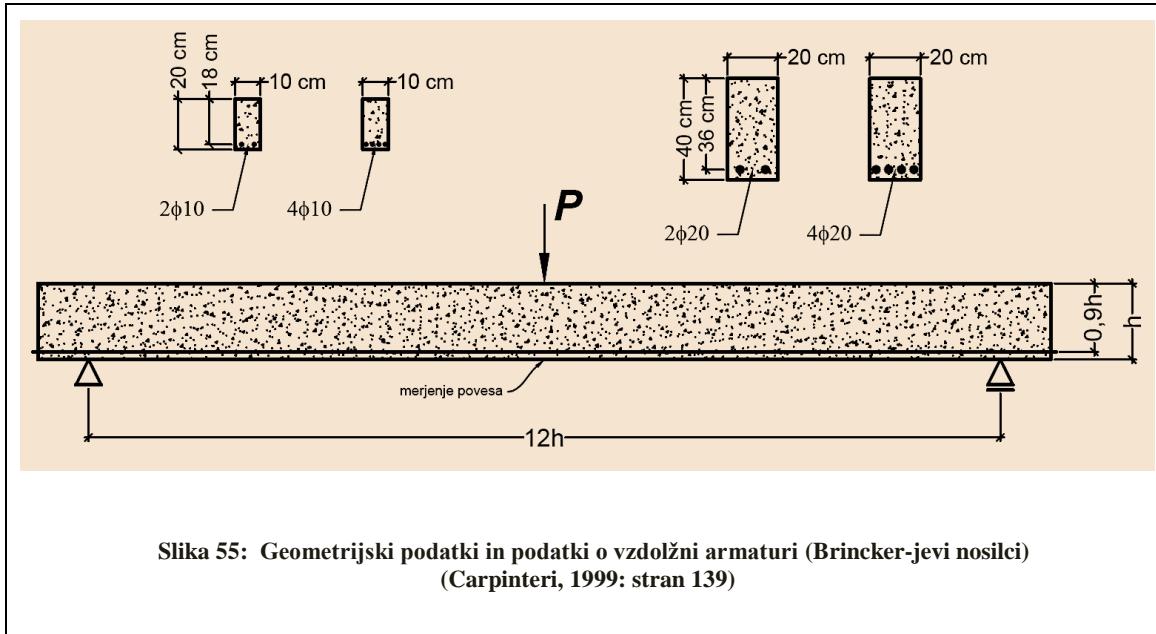
Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 64,0 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 42300 \text{ MPa}$
- upogibna natezna trdnost  $f_{ct,fl} = 5,51 \text{ MPa}$

- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,85f_{ct,fl} = 4,68 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne armature:

$$E_s (\phi 10) = 206000 \text{ MPa}$$

$$E_s (\phi 20) = 182000 \text{ MPa}$$



Slika 55: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Brincker-jevi nosilci)  
(Carpinteri, 1999: stran 139)

Preizkušanci se med seboj razlikujejo v dimenzijah prečnega prereza ( $b / h$ ) in v stopnji armiranja  $\rho = A_s / A_c$ . Vpeljemo označke nosilcev v smislu » $b / h$  [cm]- $\rho$  [%]«, npr. »10/20-0,78«. Princip računanja je enak kot pri Carpinteri-jevih nosilcih (primer 5.3.1). Geometrijske karakteristike prečnih prerezov nosilcev podajamo v preglednici 9, potrebne vrednosti za metodo s pomožnimi diagrami pa v preglednici 10.

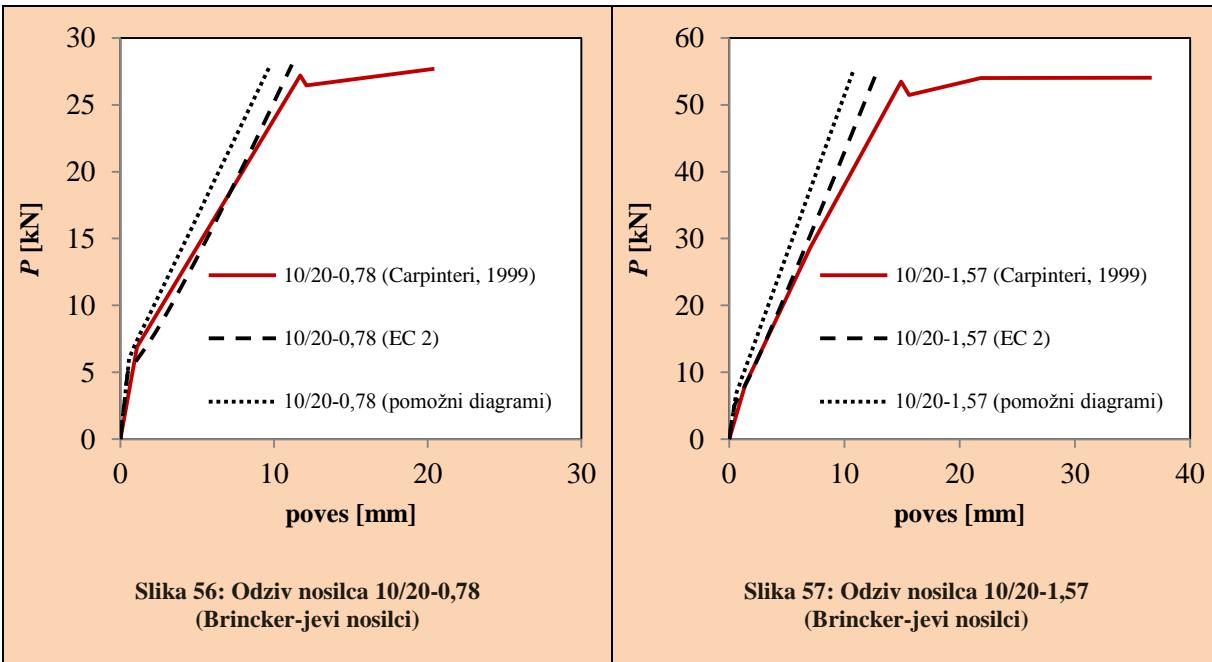
Preglednica 9: Geometrijske karakteristike prečnih prerezov  
(Brincker-jevi nosilci)

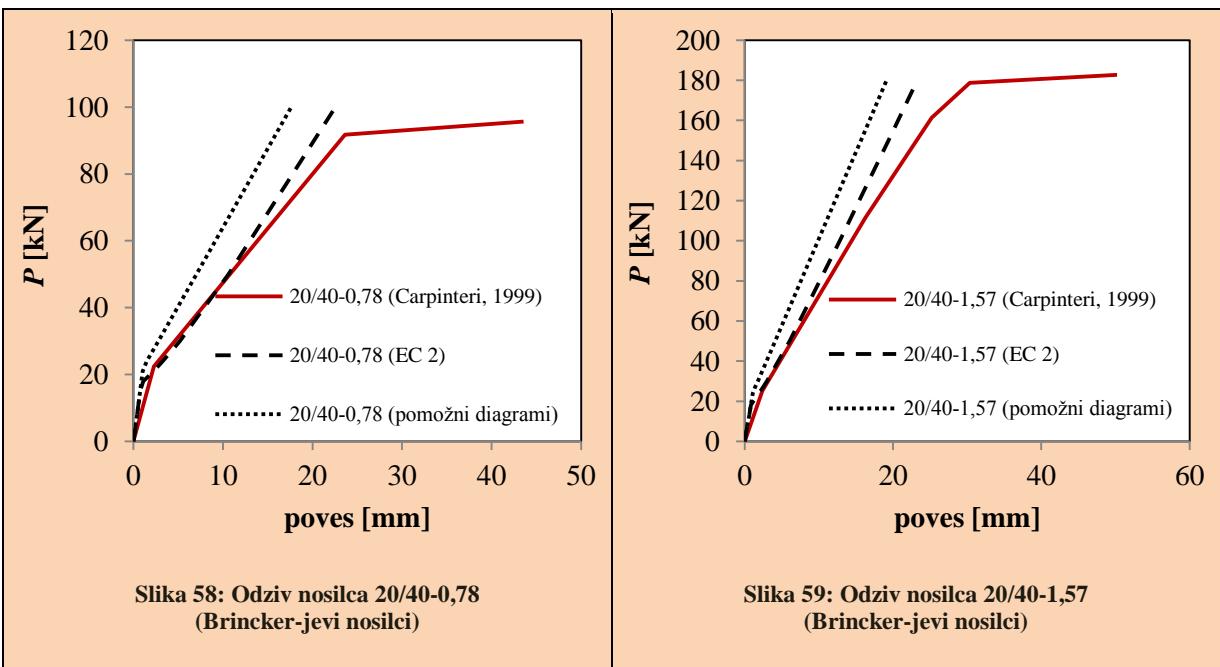
	10/20-0,78	10/20-1,57	20/40-0,78	20/40-1,57	enote
$A_c$	<b>200</b>	<b>200</b>	<b>800</b>	<b>800</b>	$\text{cm}^2$
$I_c$	<b>6667</b>	<b>6667</b>	<b>106667</b>	<b>106667</b>	$\text{cm}^4$
$I_I$	<b>7042</b>	<b>7400</b>	<b>111810</b>	<b>116762</b>	$\text{cm}^4$
$M_{cr}$	<b>3,4</b>	<b>3,6</b>	<b>26,7</b>	<b>28,4</b>	$\text{kN m}$
$x$	<b>4,53</b>	<b>6,05</b>	<b>8,58</b>	<b>11,51</b>	$\text{cm}$
$I_{II}$	<b>1688</b>	<b>2922</b>	<b>24397</b>	<b>42577</b>	$\text{cm}^4$

	10/20-0,78	10/20-1,57	20/40-0,78	20/40-1,57
$\alpha\mu(d / h)$	<b>0,04</b>	<b>0,08</b>	<b>0,034</b>	<b>0,07</b>
$k_I$	<b>0,94</b>	<b>0,88</b>	<b>0,95</b>	<b>0,9</b>
$a\mu$	<b>0,04</b>	<b>0,09</b>	<b>0,04</b>	<b>0,08</b>
$k_{II}(h / d)^3$	<b>4,12</b>	<b>2,06</b>	<b>4,12</b>	<b>2,26</b>
$\alpha\mu(d / h)$	<b>0,04</b>	<b>0,08</b>	<b>0,034</b>	<b>0,07</b>
$\rho_M$	<b>1,1</b>	<b>1,2</b>	<b>1,08</b>	<b>1,18</b>
$M_{r,0}$ [kN m]	<b>4,12</b>	<b>4,5</b>	<b>32,35</b>	<b>35,34</b>

#### Primerjava z eksperimentom:

Na slikah 56 do 59 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva Brincker-jevih nosilcev.



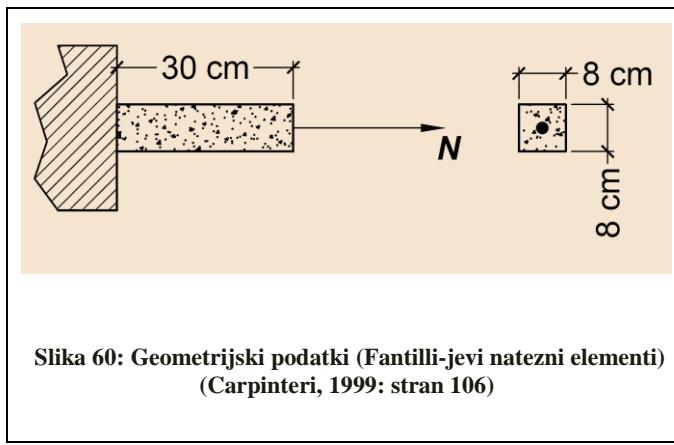


#### 5.4 Fantilli-jevi natezni elementi

Obravnavamo štiri različne natezne elemente s kvadratnim prečnim prerezom, ki so obremenjeni s spremenljivo natezno silo  $N$ . Geometrijske podatke prikazujemo na sliki 60. To je poseben primer, saj ne določamo povesov, ampak raztezek posameznega elementa. Ne glede na to je postopek računa podoben kot v ostalih primerih.

Materialni podatki:

- modul elastičnosti betona v nategu  $E_{ct} = 28000 \text{ MPa}$
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 2,15 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti (natezne) armature  $E_s = 205600 \text{ MPa}$



Preizkušance označimo glede na premer vgrajene armaturne palice, v smislu »P-premer palice  $\phi$  [mm]«, npr. P-12. V preglednici 11 prikazujemo potrebne količine za račun s poenostavljenou metodo v skladu z EC 2 [1].

**Preglednica 11: Velikosti prečnih prerezov  
v stanju I ter osna sila oziroma napetost v  
armaturi pri prehodu v stanje II  
(Fantilli-jevi natezni elementi)**

	P-12	P-10	P-8	P-4	enote
$A_I$	71	69	67	64	cm <sup>2</sup>
$N_{cr}$	15,3	14,8	14,4	13,9	kN
$\sigma_{sr}$	13,54	18,85	28,66	110,67	kN/cm <sup>2</sup>

Površino homogenega prečnega prereza posameznega nateznega elementa (z upoštevanjem armature) določimo z izrazom  $A_I = A_c + (E_s / E_{ct} - 1) \times A_s$ . Pri natezni sili, ki znaša  $N_{cr} = f_{ct}A_I$ , obravnavan element razpoka in takrat je napetost v armaturi enaka:

$$\sigma_{sr} = \frac{N_{cr}}{A_s}.$$

Notranja osna sila v posameznem elementu je kar enaka natezni sili  $N$ , tj.  $N_{not.} = N$ .

#### Račun s poenostavljeni metodo po EC 2:

Raztezek homogenega in polno razpokanega nateznega elementa zaradi sile  $N$  določimo z izrazoma:

$$\Delta L_I = \frac{N}{A_I E_{ct}} L \text{ in } \Delta L_{II} = \frac{N}{A_s E_s} L.$$

Uporabimo izraz za interpolacijo dejanskega raztezka v programu MS Excel, ki ga zapišemo kot:

$$\Delta L = \zeta \Delta L_{II} + (1 - \zeta) \Delta L_I,$$

pri čemer razdelitveni koeficient  $\zeta (\beta = 1)$  pri posameznem nivoju natezne sile  $N$  izračunamo z enačbo:

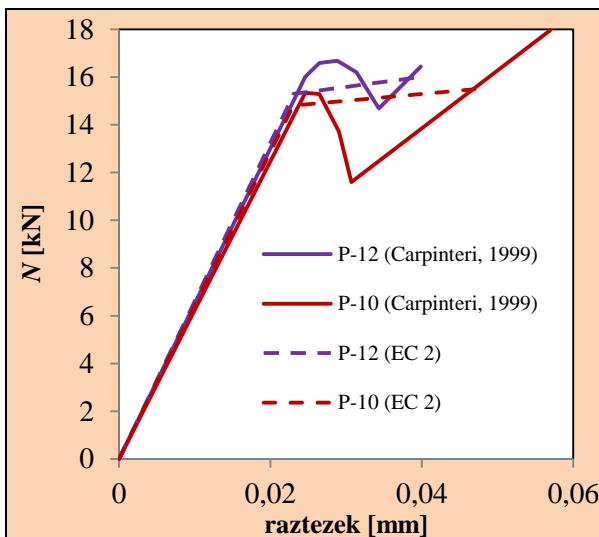
$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 = 1 - \beta \left( \frac{N_{cr}}{N} \right)^2.$$

#### Račun s poenostavljeni metodo s pomožnimi diagrami:

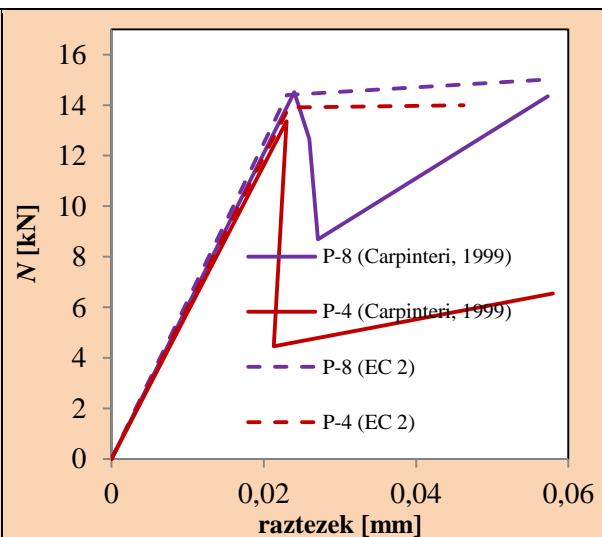
V tem primeru se računa z metodo s pomožnimi diagrami ne poslužimo, saj je namenjena le upogibno obremenjenim konstrukcijam.

#### Primerjava z eksperimentom:

Na slikah 61 in 62 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Fantilli-jeve natezne elemente.



Slika 61: Odziv nateznih elementov P-10 in P-12  
(Fantilli-jevi natezni elementi)



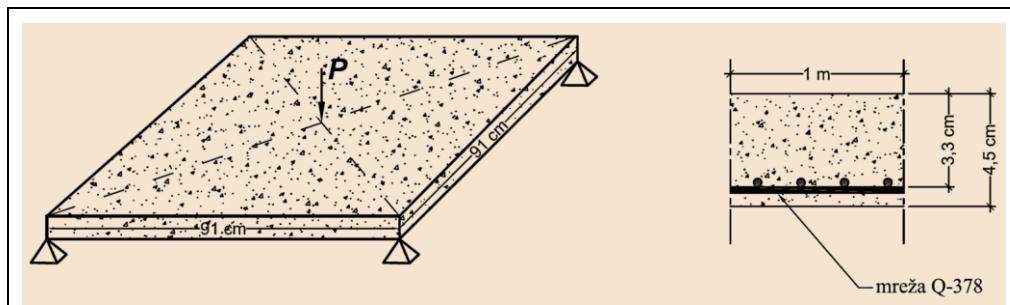
Slika 62: Odziv nateznih elementov P-4 in P-8  
(Fantilli-jevi natezni elementi)

## 5.5 Krätsig-ova plošča

Obravnavamo ploščo kvadratnega tlora, ki je podprta samo v vogalih (točkovne členkaste podpore). Obtežena je z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini. Geometrijske podatke in podatke o armiranju plošče prikazujemo na sliki 63.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 37,92 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 28613 \text{ MPa}$
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 2,91 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti natezne armature  $E_s = 201300 \text{ MPa}$



Slika 63: Geometrijski podatki in podatki o armaturi  
(Krätsig, Pölling, 2004: stran 1212)

Površina nearmiranega prečnega prereza na tekoči meter znaša  $A_c = 450 \text{ cm}^2/\text{m}$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 759 \text{ cm}^4/\text{m}$ .

Površinska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = h_c \times \gamma_c = 4,5 \times 10^{-2} \times 25 = 1,13 \text{ kN/m}^2$$

S pomočjo programa SAP 2000 izračunamo upogibne momente na sredini plošče (velja simetrija):

- a) zaradi lastne teže:  $m(g) = 0,102 \text{ kN m/m}$ ,
- b) zaradi enotske sile  $P$ :  $m(P=1) = 0,391 \text{ kN m/m}$ .

Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$

### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prerezna na tekoči meter v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 783 \text{ cm}^4/\text{m}$$

$$M_{cr} = 1,0 \text{ kN m/m}$$

$$x = 1,09 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 173 \text{ cm}^4/\text{m}$$

Nadomestna (efektivna) debelina homogene in polno razpokane plošče za metodo končnih elementov s programom SAP 2000:

$$h_I = \left( \frac{12I_I}{100 \text{ cm}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{12 \times 783}{100} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,6 \text{ cm}$$

$$h_{II} = \left( \frac{12I_{II}}{100 \text{ cm}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{12 \times 173}{100} \right)^{\frac{1}{3}} = 2,8 \text{ cm}$$

Poves homogene in polno razpokane plošče zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, h_I, E_c) = 0,008 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, h_I, E_c) = 0,013 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, h_{II}, E_c) = 0,034 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, h_{II}, E_c) = 0,056 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta (\beta = 1)$ :

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M(g, P)} \right)^2$$

### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmirane plošče zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe (upoštevamo dejansko debelino plošče):

$$w_{c,g} = w_c(g, h_c, E_c) = 0,008 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, h_c, E_c) = 0,014 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficienta  $k_I$  in  $k_{II}$  (slike 21 in 22):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{201300}{28613} \times \frac{3,78}{100 \times 3,3} \times \frac{3,3}{4,5} = 0,06 \rightarrow k_I = 0,9$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{201300}{28613} \times \frac{3,78}{100 \times 3,3} = 0,08 \rightarrow k_{II} = 1,75$$

Poves homogene in polno razpokane plošče zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,9 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,75 \times \left( \frac{4,5}{3,3} \right)^3 \times 1 \times w_c(g, P) = 4,45 w_c(g, P)$$

Upoštevamo  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$ .

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

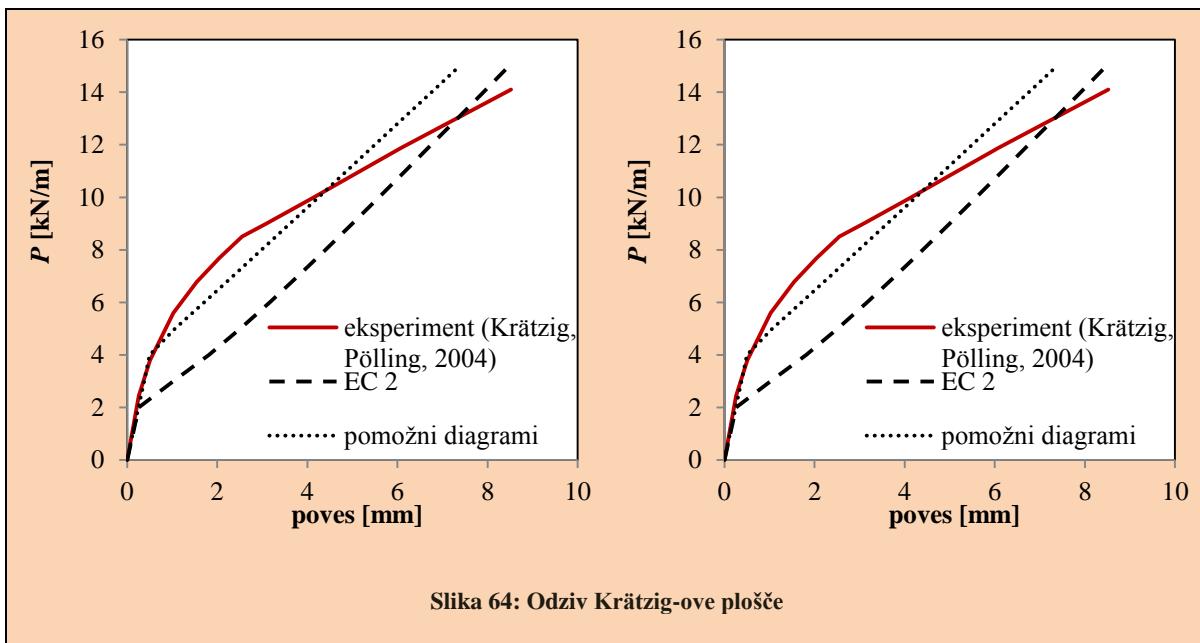
$$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M(g, P)}$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{201300}{28613} \times \frac{3,78}{100 \times 3,3} \times \frac{3,3}{4,5} = 0,06 \rightarrow \rho_M = 1,5$$

### Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 64 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Krätsig-ovo ploščo.



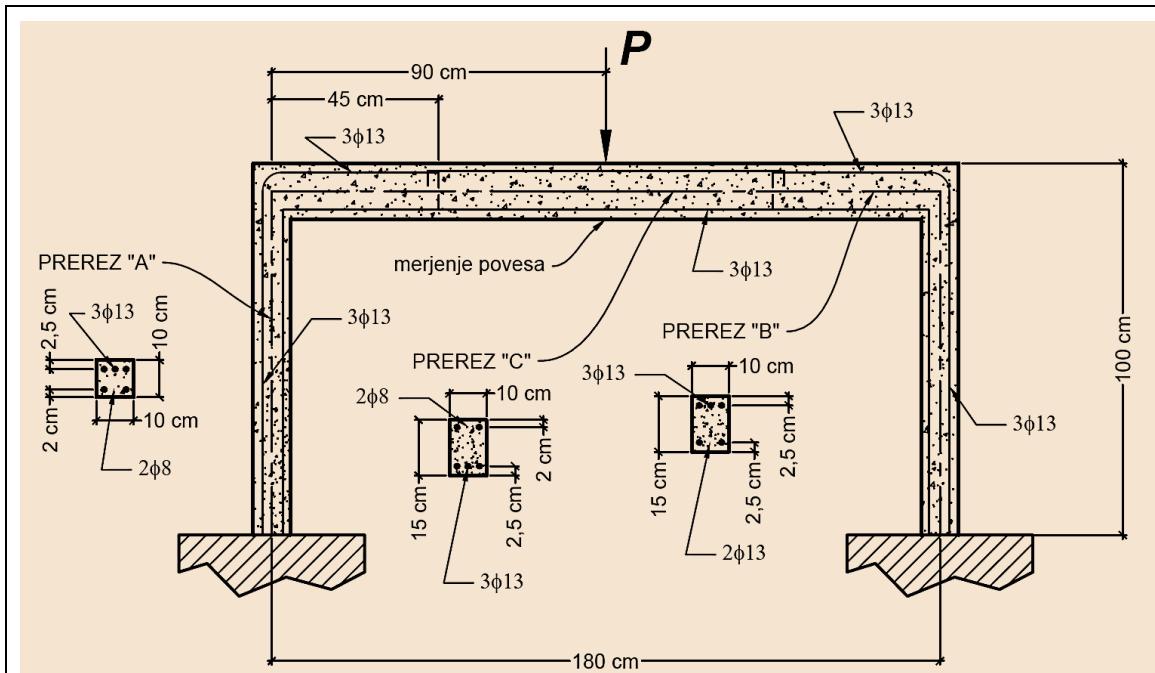
## 5.6 Okviri

### 5.6.1 Rasheed-ov okvir

Obravnavamo okvir, ki je togo vpet v tla. Obtežen je z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini razpetine prečke. Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 65.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 25,9 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 24147 \text{ MPa}$
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 2,53 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti natezne in tlačne armature  $E_s = E'_s = 200000 \text{ MPa}$



Slika 65: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Rasheed, Dinno, 1993: stran 633)

V preglednici 12 podajamo površine in vztrajnostne momente nearmiranih prečnih prerezov, označenih z A, B in C (slika 65).

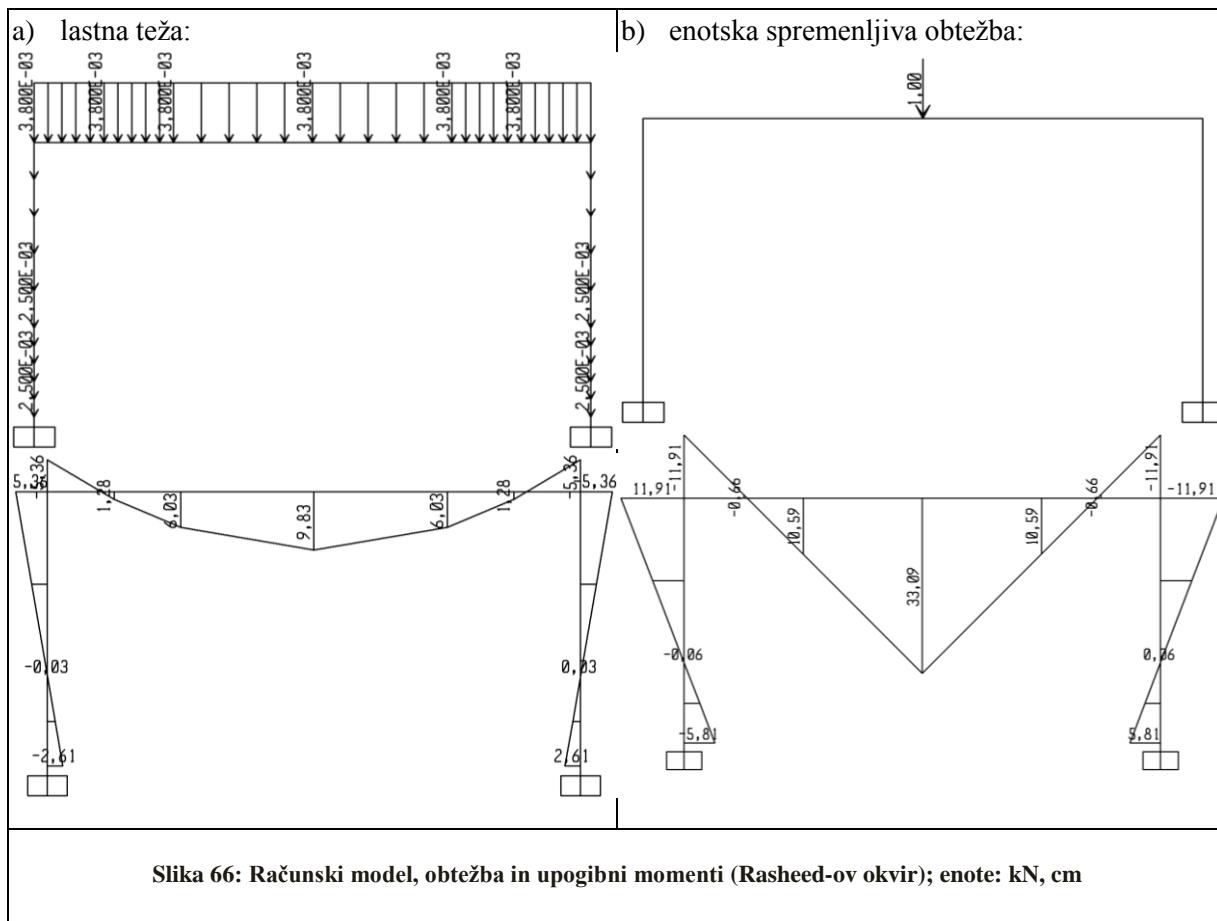
Preglednica 12: Geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih prerezov (Rasheed-ov okvir)			
	prerez A	prereza B in C	enote
$A_c$	100	150	$\text{cm}^2$
$I_c$	833	2812	$\text{cm}^4$

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g_A = A_{c,A} \times \gamma_c = 100 \times 10^{-4} \times 25 = 0,25 \text{ kN/m}$$

$$g_B = g_C = A_{c,B(C)} \times \gamma_c = 150 \times 10^{-4} \times 25 = 0,38 \text{ kN/m}$$

Na sliki 66 prikazujemo računski model Rasheed-ovega okvira z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).

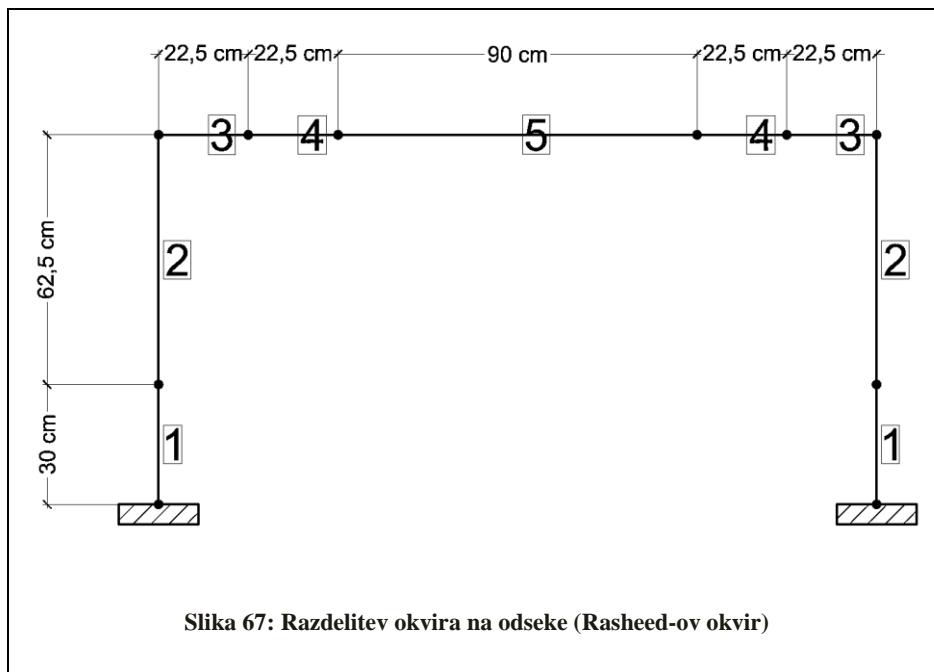


Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$

V skladu z razdelkom 3.1.1 okvir razdelimo na odseke (slika 67), za katere velja:

- |         |   |   |
|---------|---|---|
| Odsek 1 | → | prerez A z natezno armaturo $A_s = 2\phi 8 = 1,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$   |
| Odsek 2 | → | prerez A z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 8 = 1,0 \text{ cm}^2$   |
| Odsek 3 | → | prerez B z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 13 = 2,65 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 4 | → | prerez B z natezno armaturo $A_s = 2\phi 13 = 2,65 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 5 | → | prerez C z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 8 = 1,0 \text{ cm}^2$   |



#### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

V preglednici 13 za vse odseke obravnavanega okvira podajamo geometrijske karakteristike pripadajočih AB prečnih prerezov v skladu z razdelkom 3.1.3.

Preglednica 13: Geometrijske karakteristike AB prečnih prerezov (Rasheed-ov okvir)						
	odsek 1	odsek 2	odsek 3	odsek 4	odsek 5	enote
$I_I$	1062	1062	4011	4011	3701	$\text{cm}^4$
$M_{cr}$	0,50	0,58	1,40	1,31	1,35	$\text{kN m}$
$x$	2,71	4,23	5,63	4,58	6,02	cm
$I_{II}$	300	648	2374	1840	2252	$\text{cm}^4$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,0036 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,0087 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,006 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,0146 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta (\beta = 1)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,k}}{M_k(g, P)} \right)^2$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\bar{\zeta}$ :

$$\bar{\zeta} = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 62,5 = 125 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_5 = 90 \text{ cm}.$$

### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,0046 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,0112 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (slike 21 in 22):

Odsek 1:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{1,0}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,08 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 4,0 \rightarrow k_I = 0,75$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{24147} \times \frac{1,0}{10 \times (10-2)} = 0,10 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 4,0 \rightarrow k_{II} = 1,25$$

Odsek 2:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2,5)} \times \frac{(10-2,5)}{10} = 0,33 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,25 \rightarrow k_I = 0,55$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2,5)} = 0,44 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,25 \rightarrow k_{II} = 0,5$$

Odsek 3:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15 - 2,5)} \times \frac{(15 - 2,5)}{15} = 0,22 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,66 \rightarrow k_I = 0,65$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15 - 2,5)} = 0,27 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,66 \rightarrow k_{II} = 0,75$$

Odsek 4:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{2,65}{10 \times (15 - 2,5)} \times \frac{(15 - 2,5)}{15} = 0,15 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1,5 \rightarrow k_I = 0,65$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{24147} \times \frac{2,65}{10 \times (15 - 2,5)} = 0,18 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1,5 \rightarrow k_{II} = 0,75$$

Odsek 5:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15 - 2,5)} \times \frac{(15 - 2,5)}{15} = 0,22 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,25 \rightarrow k_I = 0,7$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15 - 2,5)} = 0,27 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,25 \rightarrow k_{II} = 0,85$$

Povprečni vrednosti:

$$k_I = \frac{\sum_{k=1}^n k_{I,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} =$$

$$= \frac{1}{60 + 125 + 45 + 45 + 90} \times (0,75 \times 60 + 0,55 \times 125 + 0,65 \times 45 + 0,65 \times 45 + 0,7 \times 90) = 0,65$$

$$k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = \frac{\sum_{k=1}^n k_{II,k} \left( \frac{h_k}{d_k} \right)^3 \left( \frac{b_{i,k}}{b_{e,k}} \right) L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} =$$

$$= \frac{1}{60 + 125 + 45 + 45 + 90} \times (1,25 \times \left( \frac{10}{10-2} \right)^3 \times 1 \times 60 + 0,5 \times \left( \frac{10}{10-2,5} \right)^3 \times 1 \times 125 +$$

$$+ 0,75 \times \left( \frac{15}{15-2,5} \right)^3 \times 1 \times 45 + 0,75 \times \left( \frac{15}{15-2,5} \right)^3 \times 1 \times 45 + 0,85 \times \left( \frac{15}{15-2,5} \right)^3 \times 1 \times 90) = 1,49$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 62,5 = 125 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_5 = 90 \text{ cm}.$$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,65 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,49 w_c(g, P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(g, P)}$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 62,5 = 125 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 22,5 = 45 \text{ cm},$$

$$L_5 = 90 \text{ cm}.$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

Odsek 1:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{1,0}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,08 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 4,0 \rightarrow \rho_M = 1,3$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,3 \times \frac{2,53}{10} \times 10 \times 10^2 \times \frac{1}{100} = 0,66 \text{ kN m}$$

Odsek 2:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2,5)} \times \frac{(10-2,5)}{10} = 0,33 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,25 \rightarrow \rho_M = 1,7$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,7 \times \frac{2,53}{10} \times 10 \times 10^2 \times \frac{1}{100} = 0,86 \text{ kN m}$$

Odsek 3:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15-2,5)} \times \frac{(15-2,5)}{15} = 0,22 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,66 \rightarrow \rho_M = 1,7$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,7 \times \frac{2,53}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,94 \text{ kN m}$$

Odsek 4:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{2,65}{10 \times (15 - 2,5)} \times \frac{(15 - 2,5)}{15} = 0,15 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 1,5 \rightarrow \rho_M = 1,55$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,55 \times \frac{2,53}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,77 \text{ kN m}$$

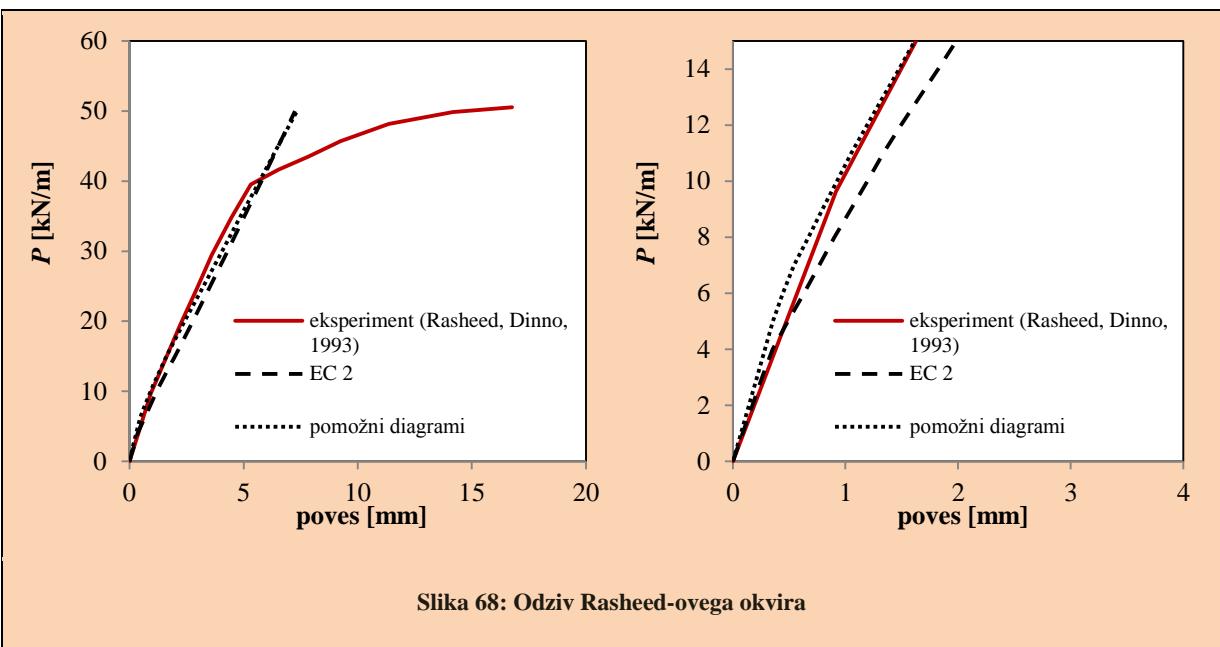
Odsek 5:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{24147} \times \frac{4,0}{10 \times (15 - 2,5)} \times \frac{(15 - 2,5)}{15} = 0,22 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,25 \rightarrow \rho_M = 1,65$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,65 \times \frac{2,53}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,88 \text{ kN m}$$

#### Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 68 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Rasheed-ov okvir.

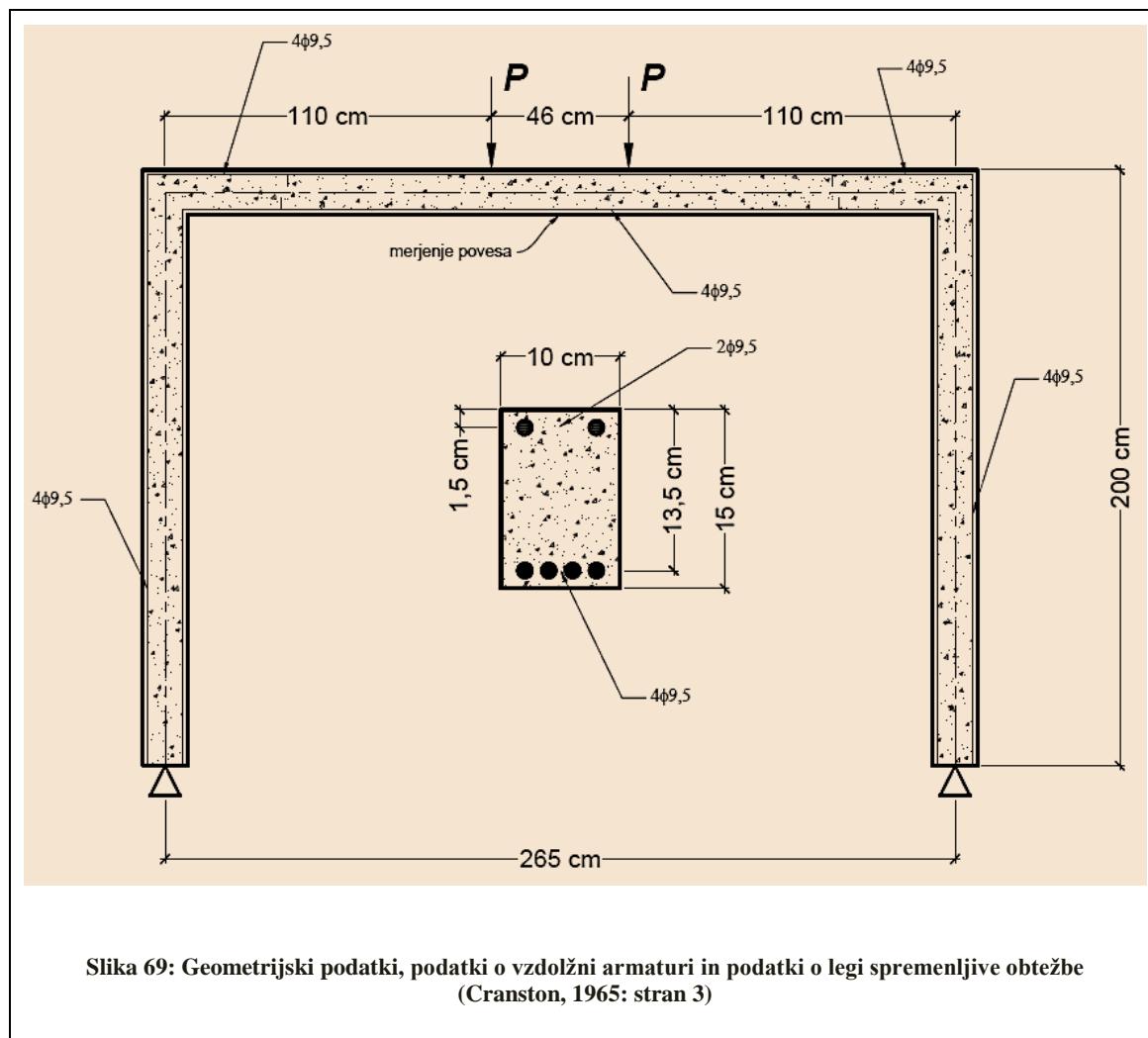


#### 5.6.2 Cranston-ov okvir št. 1

Obravnavamo okvir, ki je členkasto vpet v tla. Obtežen je z lastno težo ter z dvema spremenljivima točkovnima silama  $P$  na prečki okvira. Geometrijske podatke, podatke o legi sil  $P$  in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 69.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 37,3 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 22 \times (37,3 / 10)^{0,3} = 32654 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075 f_{cc} = 2,80 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne in tlačne armature  $E_s = E_s' = 200000 \text{ MPa}$  (ni podatka)



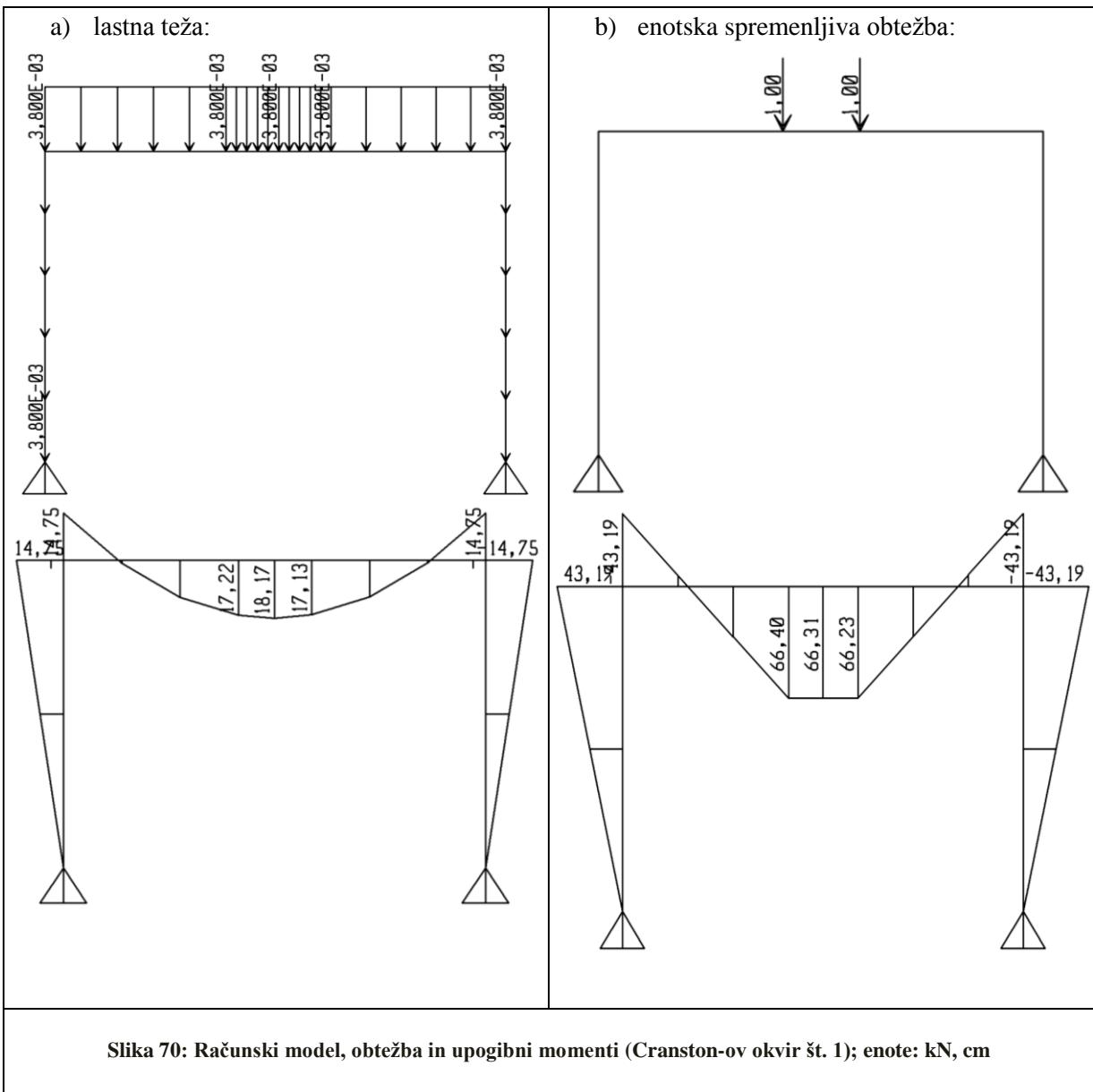
Slika 69: Geometrijski podatki, podatki o vzdolžni armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe  
 (Cranston, 1965: stran 3)

Vzdolžna armatura je po okviru razporejena tako, da sledi teoretičnemu poteku upogibnih momentov. To pomeni, da je v natezni coni zagotovljena armatura  $A_s = 4\phi 9,5 = 2,83 \text{ cm}^2$ . Dimenzijske prečne prerez se po okviru ne spreminja, pri čemer znaša površina nearmiranega prečnega prerez  $A_c = 150 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 2813 \text{ cm}^4$ .

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 150 \times 10^{-4} \times 25 = 0,38 \text{ kN/m}$$

Na sliki 70 prikazujemo računski model Cranston-ovega okvira št. 1 z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).

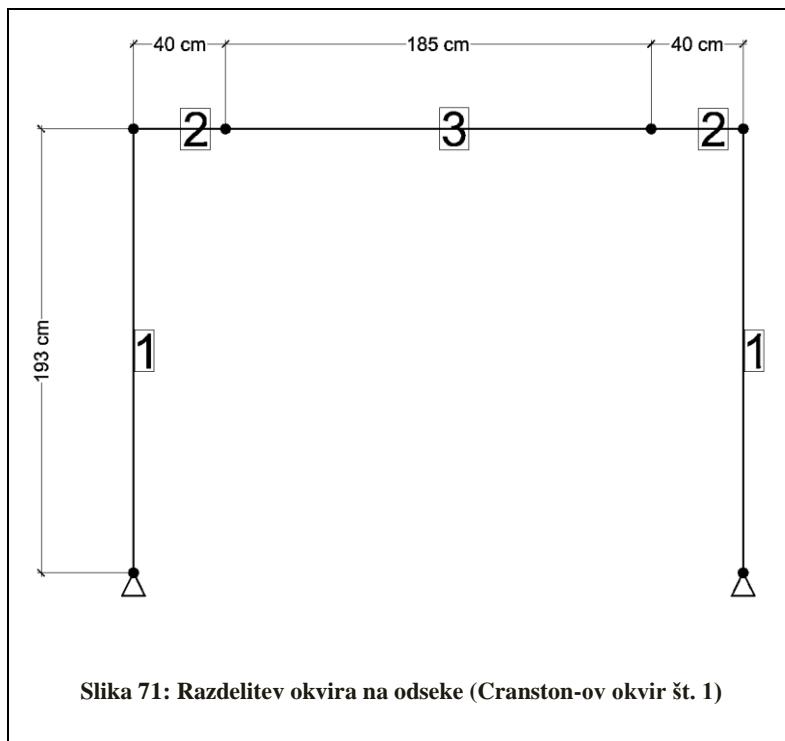


Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$

V skladu z razdelkom 3.1.1 okvir razdelimo na odseke (slika 71), za katere velja:

$$\begin{aligned} \text{Vsi odseki} &\rightarrow \text{natezna armatura } A_s = 4\phi 9,5 = 2,83 \text{ cm}^2 \\ &\text{in tlačna armatura } A_s' = 2\phi 9,5 = 1,42 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prereza v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 3586 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 1,4 \text{ kN m}$$

$$x = 4,89 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 1775 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,010 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,0319 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,0198 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,064 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient za posamezen odsek  $\zeta(\beta = 1)$ :

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,k}}{M_k(g, P)} \right)^2$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  3,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 193 = 386 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 40 = 80 \text{ cm},$$

$$L_3 = 185 \text{ cm.}$$

#### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,0126 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,0404 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (slike 21 in 22):

Za vse odseke:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{32654} \times \frac{2,83}{10 \times (15-1,5)} \times \frac{(15-1,5)}{15} = 0,12 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,5 \rightarrow k_I = 0,75$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{32654} \times \frac{2,83}{10 \times (15-1,5)} = 0,13 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,5 \rightarrow k_{II} = 1,1$$

Povprečnih vrednosti nam ni potrebno določiti, saj sta koeficiente po vsej konstrukciji enaka.

Določimo še:

$$k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = 1,1 \times \left( \frac{15}{15-1,5} \right)^3 \times 1 = 1,51$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,77 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,51 w_c(g, P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(g, P)}$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  3,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 193 = 386 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 40 = 80 \text{ cm},$$

$$L_3 = 185 \text{ cm}.$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

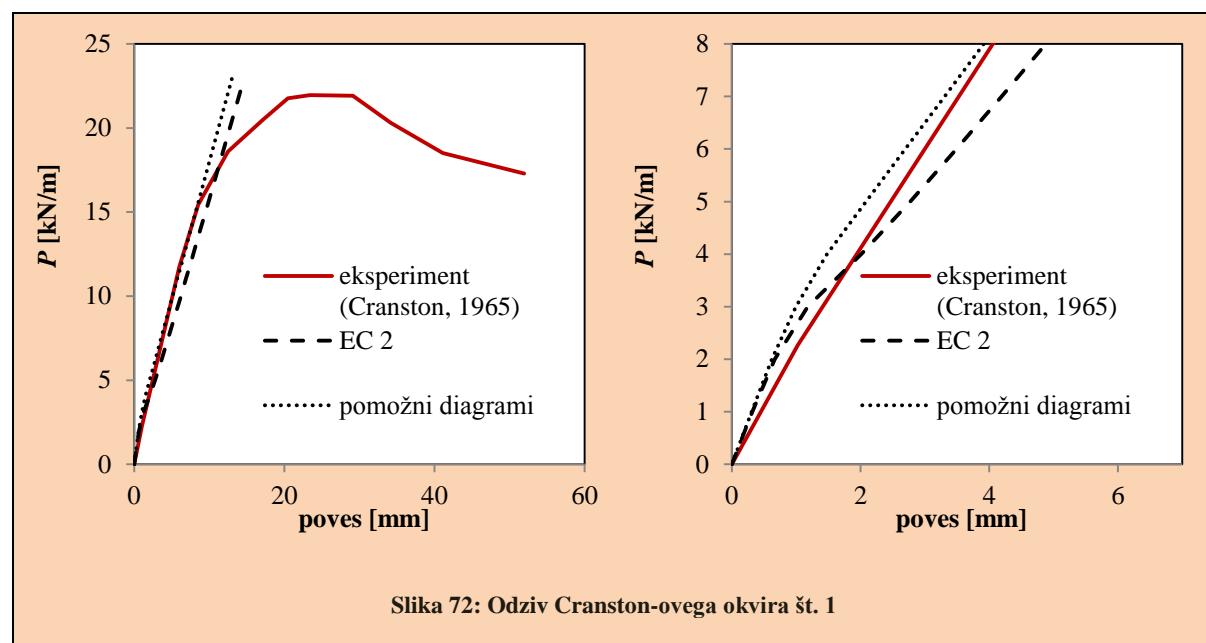
Za vse odseke:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s A_s}{E_c b d} \frac{d}{h} = \frac{200000}{32654} \times \frac{2,83}{10 \times (15 - 1,5)} \times \frac{(15 - 1,5)}{15} = 0,12 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,5 \rightarrow \rho_M = 1,35$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,35 \times \frac{2,83}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,7 \text{ kN m}$$

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 72 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Cranston-ov okvir št. 1.

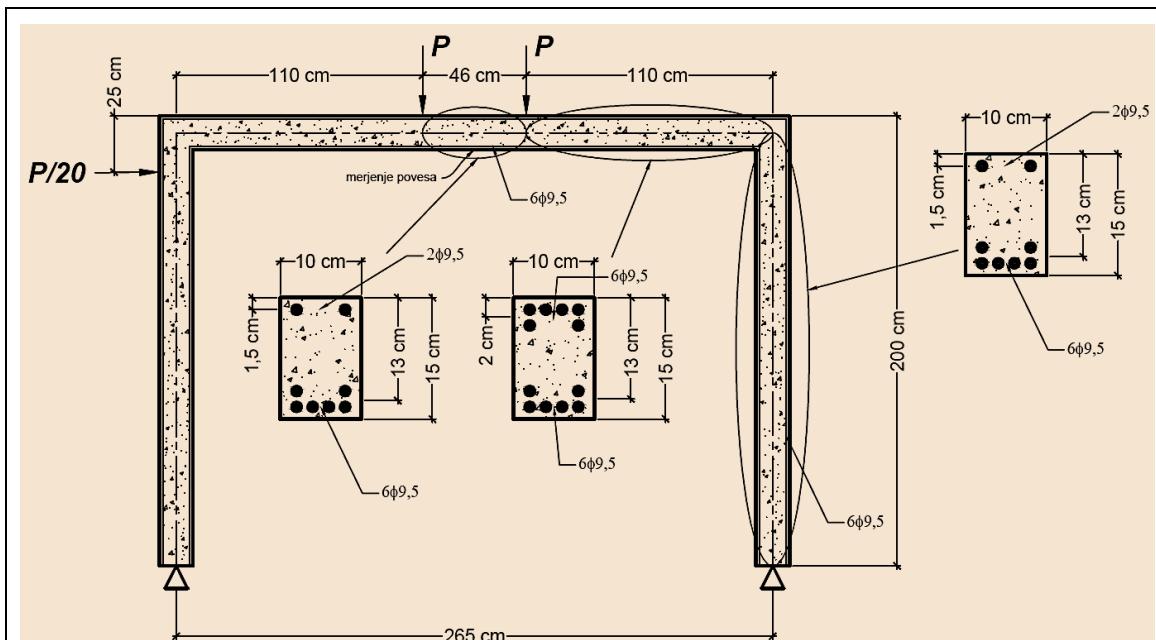


### 5.6.3 Cranston-ov okvir št. 2

Geometrijske lastnosti obravnavanega okvira so enake kot v predhodnem primeru. Okvira se razlikujeta le v količini vzdolžne armature ter v kvaliteti betona. Poleg vertikalne obtežbe pa na obravnavan okvir učinkuje še horizontalna spremenljiva točkovna sila. Geometrijske podatke, podatke o legi sil  $P$  in legi horizontalne sile ter podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 73.

Materialni podatki:

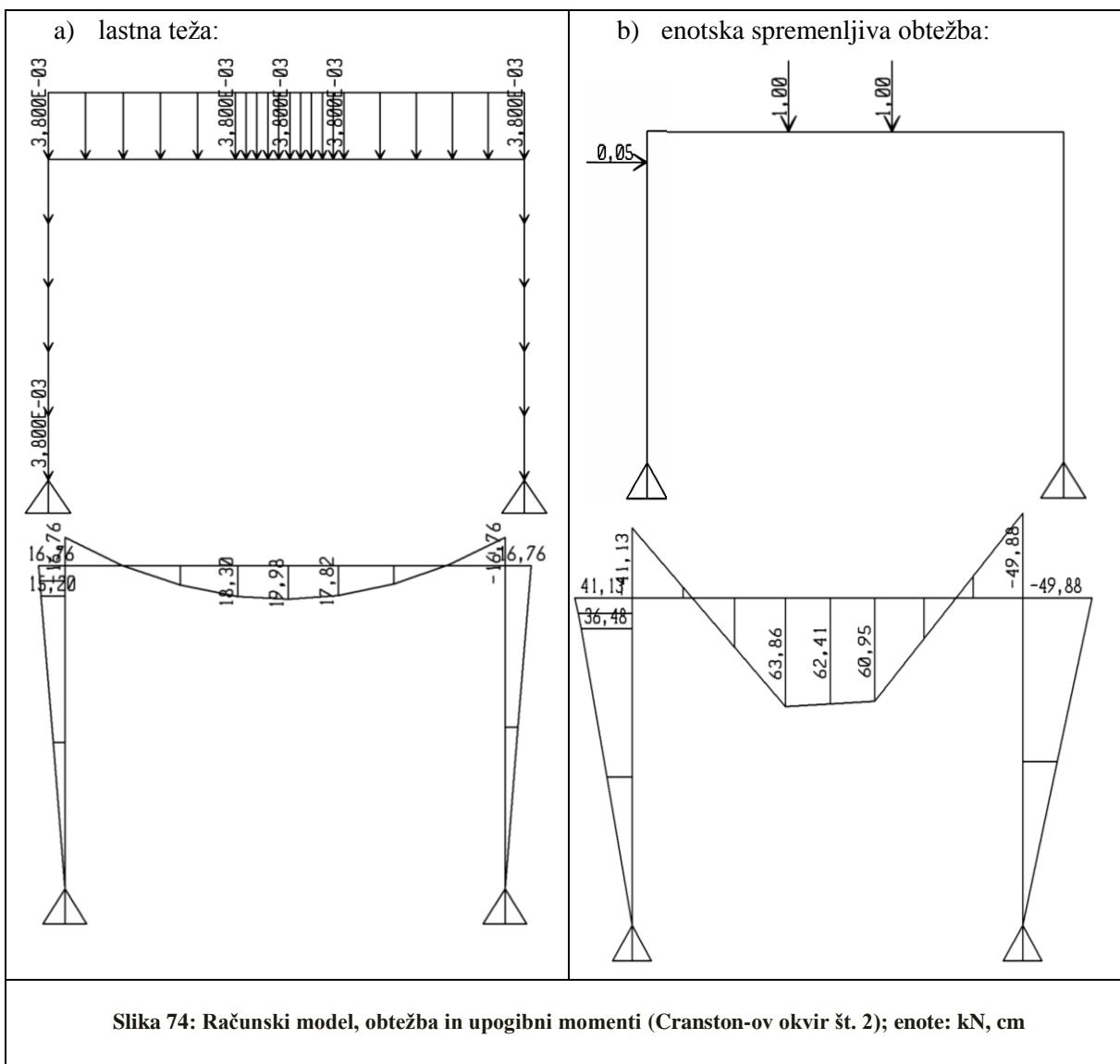
- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 40 \text{ MPa}$
- modul elastičnosti betona  $E_c = 22 \times (40 / 10)^{0,3} = 33346 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075f_{cc} = 3,0 \text{ MPa}$  (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne in tlačne armature  $E_s = E'_s = 200000 \text{ MPa}$  (ni podatka)



Slika 73: Geometrijski podatki, podatki o armaturi in podatki o legi spremenljive obtežbe  
 (Cranston, 1965: stran 3)

V analizi upoštevamo enake geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih prerezov kot v predhodnem primeru. Enako velja za linijsko obtežbo zaradi lastne teže okvira.

Na sliki 74 prikazujemo računski model Cranston-ovega okvira št. 2 z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).



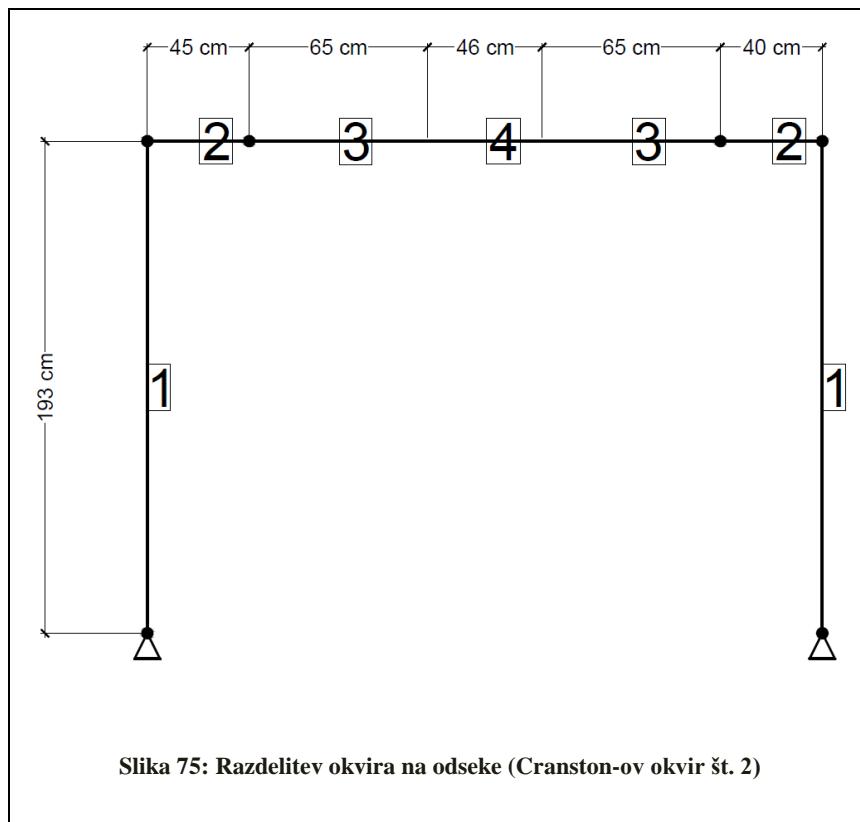
Slika 74: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Cranston-ov okvir št. 2); enote: kN, cm

Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$

V skladu z razdelkom 3.1.1 okvir razdelimo na odseke (slika 75), za katere velja:

- |         |   |   |
|---------|---|---|
| Odsek 1 | → | natezna armatura $A_s = 6\phi 9,5 = 4,25 \text{ cm}^2$    |
|         |   | in tlačna armatura $A_s' = 2\phi 9,5 = 2,83 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 2 | → | natezna armatura $A_s = 6\phi 9,5 = 4,25 \text{ cm}^2$    |
|         |   | in tlačna armatura $A_s' = A_s = 4,25 \text{ cm}^2$       |
| Odsek 3 | → | enako kot odsek 2   |
| Odsek 4 | → | enako kot odsek 1   |



#### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

V preglednici 14 za vse odseke obravnavanega okvira podajamo geometrijske karakteristike pripadajočih AB prečnih prerezov v skladu z razdelkom 3.1.3.

Preglednica 14: Geometrijske karakteristike AB prečnih prerezov (Cranston-ov okvir št. 2)			
	Odseka 1 in 4	Odseka 2 in 3	enote
$I_I$	<b>3679</b>	<b>4097</b>	$\text{cm}^4$
$M_{cr}$	<b>1,6</b>	<b>1,6</b>	kNm
$x$	<b>5,57</b>	<b>5,02</b>	cm
$I_{II}$	<b>2124</b>	<b>2277</b>	$\text{cm}^4$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,0092 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,0294 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,016 \text{ cm}$$

$$w_{\text{II},P=1} = w_{\text{II}}(P=1, I_{\text{II}}, E_c) = 0,0513 \text{ cm}$$

Horizontalni pomik homogenega in polno razpokanega okvira zaradi enotske spremenljive obtežbe:

$$u_{\text{I},P=1} = u_{\text{I}}(P=1, I_{\text{I}}, E_c) = 0,0075 \text{ cm}$$

$$u_{\text{II},P=1} = u_{\text{II}}(P=1, I_{\text{II}}, E_c) = 0,0132 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_{\text{I}}(g, P) = w_{\text{I},g} + w_{\text{I},P=1}P$$

$$w_{\text{II}}(g, P) = w_{\text{II},g} + w_{\text{II},P=1}P$$

$$u_{\text{I}}(P) = u_{\text{I},P=1}P$$

$$u_{\text{II}}(P) = u_{\text{II},P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa in dejanskega horizontalnega pomika v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{\text{II}}(g, P) + (1 - \zeta)w_{\text{I}}(g, P) - w_{\text{I},g}$$

$$u(P) = \zeta u_{\text{II}}(P) + (1 - \zeta)u_{\text{I}}(P)$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr},k}}{M_k(g, P)} \right)^2$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  4,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 193 = 386 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 45 = 90 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 65 = 130 \text{ cm},$$

$$L_4 = 46 \text{ cm}.$$

### Račun s poenostavljen metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{\text{c},g} = w_{\text{c}}(g, I_{\text{c}}, E_c) = 0,0123 \text{ cm}$$

$$w_{\text{c},P=1} = w_{\text{c}}(P=1, I_{\text{c}}, E_c) = 0,0395 \text{ cm}$$

Horizontalni pomik nearmiranega okvira zaradi enotske spremenljive obtežbe:

$$u_{\text{c},P=1} = u_{\text{c}}(P=1, I_{\text{c}}, E_c) = 0,0102 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

$$u_c(P) = u_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (slike 21 in 22):

Odseka 1 in 4:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} \times \frac{13}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,67 \rightarrow k_I = 0,65$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} = 0,20 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,67 \rightarrow k_{II} = 1,0$$

Odseka 2 in 3:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} \times \frac{13}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1 \rightarrow k_I = 0,6$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} = 0,20 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1 \rightarrow k_{II} = 0,9$$

Za povprečni vrednosti upoštevamo kar aritmetično sredino, in sicer  $k_I = 0,63$  ter  $k_{II} = 0,95$ .

Določimo še:

$$k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = 0,95 \times \left( \frac{15}{13} \right)^3 \times 1 = 1,46$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,63 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,46 w_c(g, P)$$

Horizontalni pomik homogenega in polno razpokanega okvira zaradi spremenljive obtežbe:

$$u_I(P) = k_I u_c(P) = 0,63 u_c(P)$$

$$u_{II}(P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} u_c(P) = 1,46 u_c(P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa in dejanskega horizontalnega pomika v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

$$u(P) = \delta_0 u_{II}(P) + (1 - \delta_0) u_I(P)$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(g, P)}$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  4,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 193 = 386 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 45 = 90 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 65 = 130 \text{ cm},$$

$$L_4 = 46 \text{ cm}.$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

Odseka 1 in 4:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} \times \frac{13}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,67 \rightarrow \rho_M = 1,75$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,75 \times \frac{4,0}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 3,15 \text{ kN m}$$

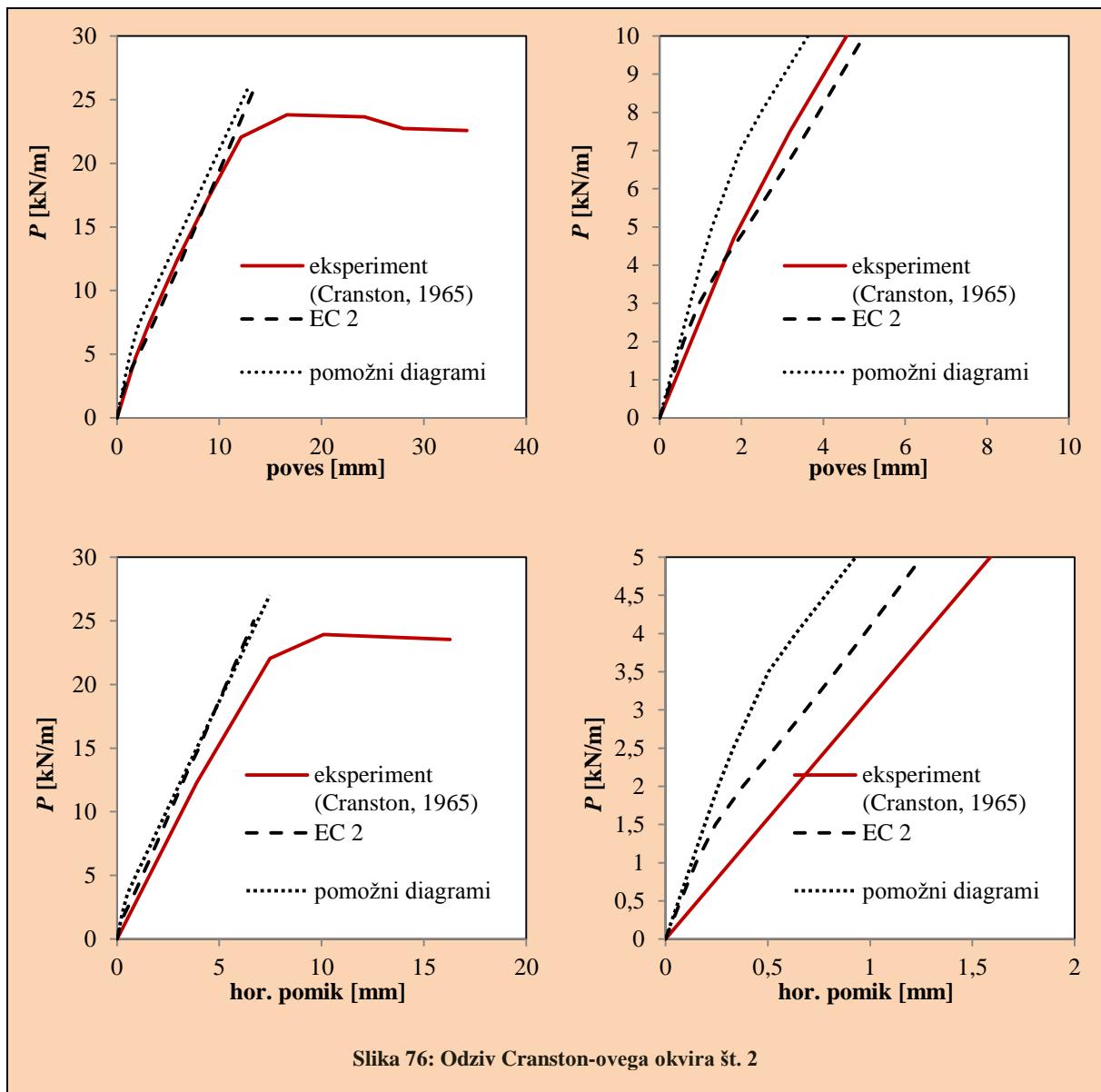
Odseka 1 in 4:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{33346} \times \frac{4,25}{10 \times 13} \times \frac{13}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1 \rightarrow \rho_M = 1,75$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,7 \times \frac{4,0}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 3,06 \text{ kN m}$$

#### Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 76 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Cranston-ov okvir št. 2.



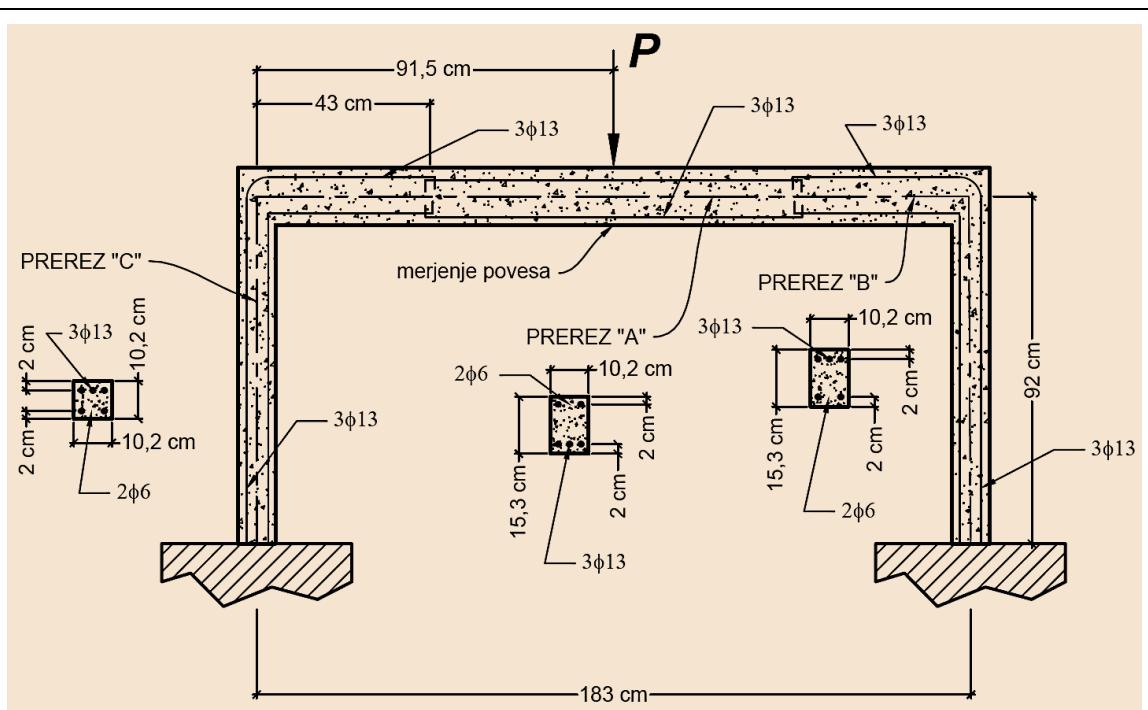
Slika 76: Odziv Cranston-ovega okvira št. 2

#### 5.6.4 Wilby-jev okvir

Obravnavamo okvir, ki je togo vpet v tla. Obtežen je z lastno težo ter s spremenljivo točkovno silo  $P$  na sredini prečke. Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 77.

Materialni podatki:

- modul elastičnosti betona  $E_c = 31026$  MPa
- tlačna trdnost betona  $E_c = 22 \times (f_{cc} / 10)^{0,3} \rightarrow f_{cc} = 10 \times (E_c[\text{Gpa}] / 22)^{3,33} = 31,5$  MPa (ni podatka)
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075f_{cc} = 2,36$  MPa (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne in tlačne armature  $E_s = E'_s = 200000$  MPa (ni podatka)



**Slika 77: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (Wilby, Pandit, 1967: stran 333)**

Površine in vztrajnostne momente nearmiranih prečnih prerezov podajamo v preglednici 15.

Preglednica 15: Geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih prerezov (Wilby-jev okvir)			
	prereza A in B	prerez C	enote
$A_c$	<b>155</b>	<b>104</b>	$\text{cm}^2$
$I_c$	<b>2997</b>	<b>914</b>	$\text{cm}^4$

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

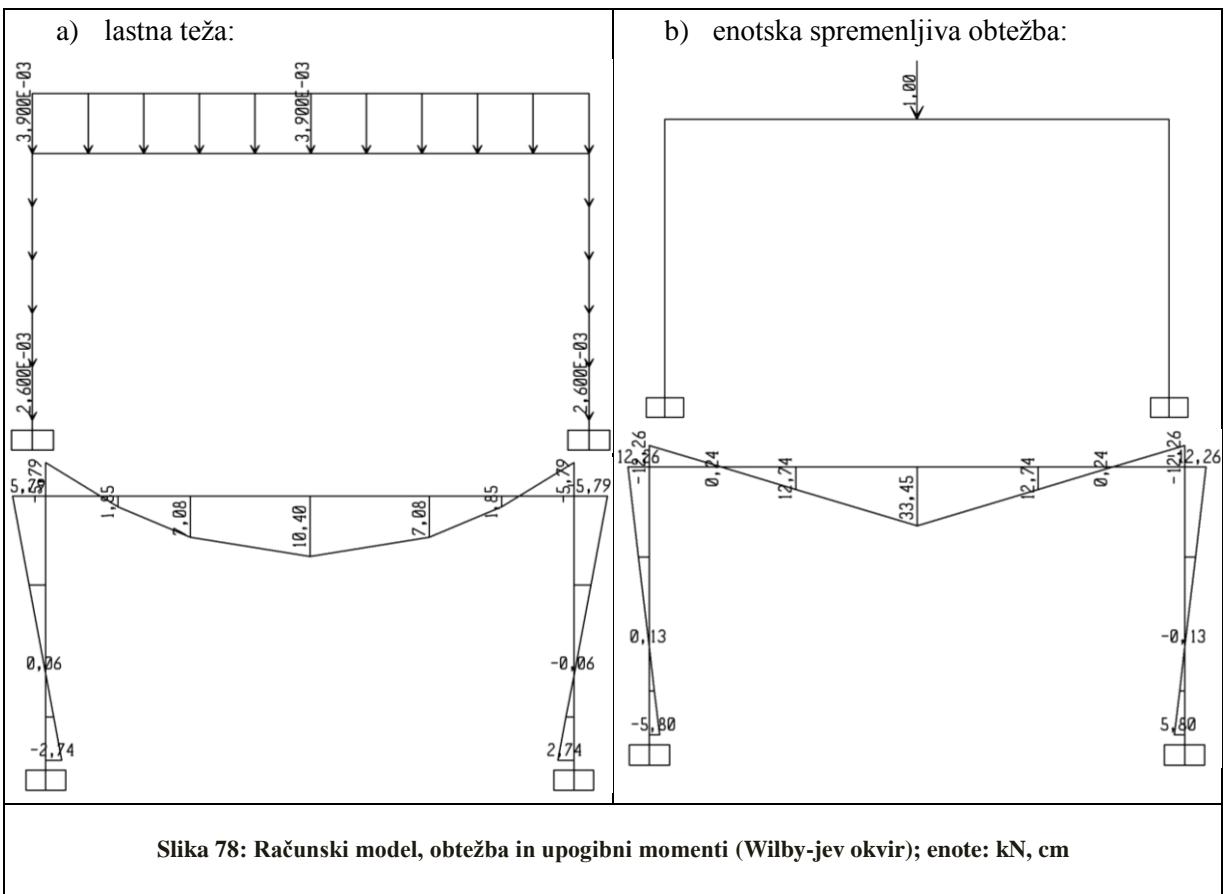
$$g_A = g_B = A_{c,A(B)} \times \gamma_c = 155 \times 10^{-4} \times 25 = 0,39 \text{ kN/m}$$

$$g_C = A_{c,A} \times \gamma_c = 104 \times 10^{-4} \times 25 = 0,26 \text{ kN/m}$$

Na sliki 78 prikazujemo računski model Wilby-jevega okvira z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).

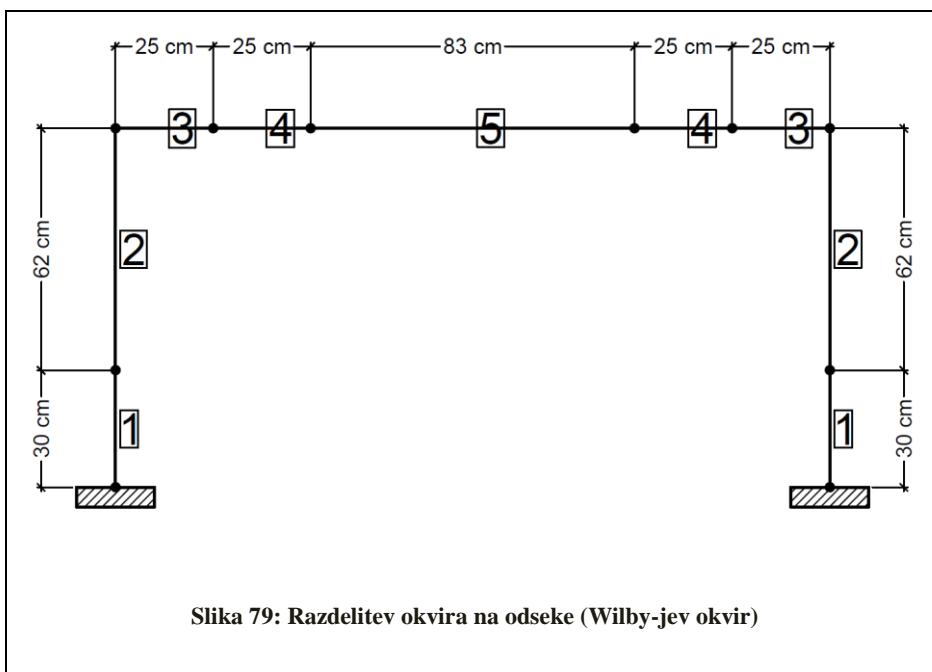
Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$



V skladu z razdelkom 3.1.1 okvir razdelimo na odseke (slika 79), za katere velja:

- |         |   |  |
|---------|---|--|
| Odsek 1 | → | prerez C z natezno armaturo $A_s = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 2 | → | prerez C z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 3 | → | prerez B z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 4 | → | prerez B z natezno armaturo $A_s = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$ |
| Odsek 5 | → | prerez A z natezno armaturo $A_s = 3\phi 13 = 4,0 \text{ cm}^2$<br>in s tlačno armaturo $A_s' = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$ |



#### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

V preglednici 16 za vse odseke podajamo geometrijske karakteristike pripadajočih AB prečnih prerezov v skladu z razdelkom 3.1.3:

Preglednica 16: Geometrijske karakteristike AB prečnih prerezov (Wilby-jev okvir)						
	Odsek 1	Odsek 2	Odsek 3	Odsek 4	Odsek 5	enote
$I_I$	1146	1146	3722	3722	3722	$\text{cm}^4$
$M_{cr}$	0,5	0,6	1,2	1,1	1,2	kNm
$x$	2,01	4,33	5,88	2,41	5,88	cm
II	176	715	2141	483	2141	$\text{cm}^4$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,003 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,0069 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,0058 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,0131 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_I(g)$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,k}}{M_k(g, P)} \right)^2$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka k:

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 61 = 122 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_5 = 83 \text{ cm}.$$

### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega okvira zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,0038 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,0088 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (sliki 21 in 22):

Odsek 1:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s A_s}{E_c bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,04 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,0 \rightarrow k_I = 0,85$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s A_s}{E_c bd} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (10-2)} = 0,05 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,0 \rightarrow k_{II} = 2,5$$

Odsek 2:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s A_s}{E_c bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,26 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow k_I = 0,7$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s A_s}{E_c bd} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2)} = 0,32 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow k_{II} = 0,8$$

Odsek 3:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (15-2)} \times \frac{(15-2)}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow k_I = 0,75$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (15-2)} = 0,20 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow k_{II} = 1,0$$

Odsek 4:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (15-2)} \times \frac{(15-2)}{15} = 0,03 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,0 \rightarrow k_I = 0,9$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (15-2)} = 0,03 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,0 \rightarrow k_{II} = 3,75$$

Odsek 5 pa je enak kot odsek 3.

Povprečni vrednosti:

$$\begin{aligned} k_I &= \frac{\sum_{k=1}^n k_{I,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \\ &= \frac{1}{60+122+50+50+83} \times (0,85 \times 60 + 0,7 \times 122 + 0,75 \times 50 + 0,9 \times 50 + 0,75 \times 83) = 0,77 \\ k_{II} &= \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = \frac{\sum_{k=1}^n k_{II,k} \left( \frac{h_k}{d_k} \right)^3 \left( \frac{b_{i,k}}{b_{e,k}} \right) L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \\ &= \frac{1}{60+122+50+50+83} \times (2,5 \times \left( \frac{10}{10-2} \right)^3 \times 1 \times 60 + 0,8 \times \left( \frac{10}{10-2} \right)^3 \times 1 \times 122 + \\ &\quad + 1,0 \times \left( \frac{15}{15-2} \right)^3 \times 1 \times 50 + 3,75 \times \left( \frac{15}{15-2} \right)^3 \times 1 \times 50 + 1,0 \times \left( \frac{15}{15-2} \right)^3 \times 1 \times 83) = 2,67 \end{aligned}$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 61 = 122 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_5 = 83 \text{ cm}.$$

Poves homogenega in polno razpokanega okvira zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,77 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 2,67 w_c(g, P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(g, P)}$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  5,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 30 = 60 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 61 = 122 \text{ cm},$$

$$L_3 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_4 = 2 \times 25 = 50 \text{ cm},$$

$$L_5 = 83 \text{ cm}.$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

Odsek 1:

$$\begin{aligned} \alpha \mu \frac{d}{h} &= \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,04 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,02 \rightarrow \rho_M = 1,15 \\ \rightarrow M_{r,0} &= 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,15 \times \frac{2,80}{10} \times 10 \times 10^2 \times \frac{1}{100} = 0,64 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Odsek 2:

$$\begin{aligned} \alpha \mu \frac{d}{h} &= \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (10-2)} \times \frac{(10-2)}{10} = 0,26 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow \rho_M = 1,65 \\ \rightarrow M_{r,0} &= 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,65 \times \frac{2,8}{10} \times 10 \times 10^2 \times \frac{1}{100} = 0,92 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Odsek 3:

$$\begin{aligned} \alpha \mu \frac{d}{h} &= \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{4,0}{10 \times (15-2)} \times \frac{(15-2)}{15} = 0,17 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,15 \rightarrow \rho_M = 1,45 \\ \rightarrow M_{r,0} &= 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,45 \times \frac{2,8}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,83 \text{ kN m} \end{aligned}$$

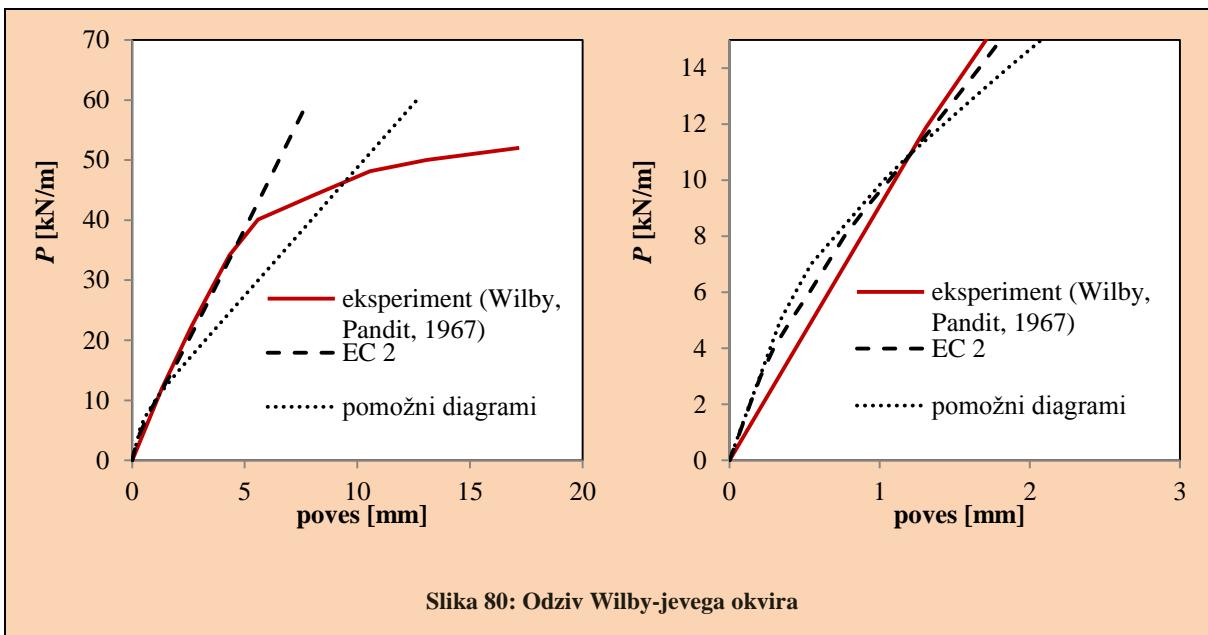
Odsek 4:

$$\begin{aligned} \alpha \mu \frac{d}{h} &= \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{31026} \times \frac{0,57}{10 \times (15-2)} \times \frac{(15-2)}{15} = 0,03 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 7,02 \rightarrow \rho_M = 1,1 \\ \rightarrow M_{r,0} &= 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,1 \times \frac{2,8}{10} \times 10 \times 15^2 \times \frac{1}{100} = 1,39 \text{ kN m} \end{aligned}$$

Odsek 5 je enak kot odsek 3.

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 80 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Wilby-jev okvir.



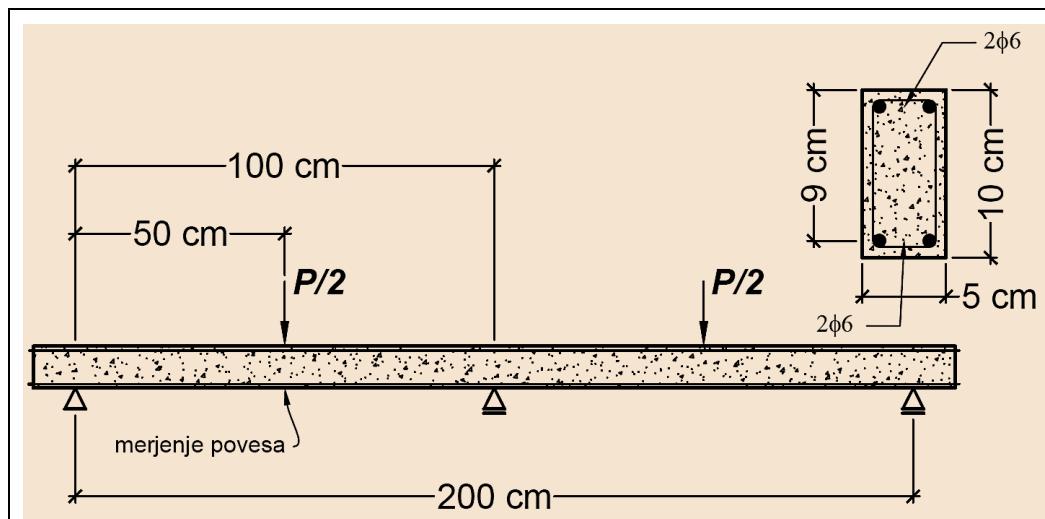
Slika 80: Odziv Wilby-jevega okvira

## 5.7 Kotsovovs-ov kontinuirni nosilec

Obravnavamo kontinuirni nosilec preko dveh polj. Obtežen je z lastno težo ter z dvema spremenljivima točkovnima silama  $0,5P$ , ki učinkujeta na sredini obeh razpetin. Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 81.

Materialni podatki:

- tlačna trdnost betona  $f_{cc} = 51,2$  MPa
- modul elastičnosti betona  $E_c = 20000$  MPa
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 0,075f_{cc} = 3,84$  MPa (ni podatka)
- modul elastičnosti natezne in tlačne armature  $E_s = E'_s = 200000$  MPa



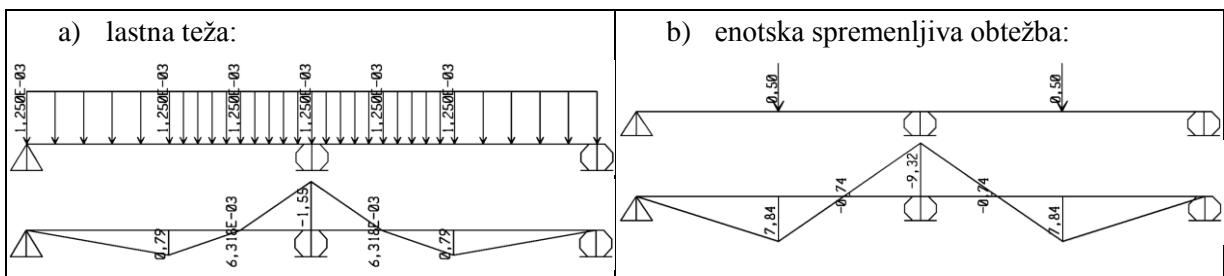
Slika 81: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi  
(Seraj, Kotsovos, Pavlović, 1995: stran 478)

Potek armature se vzdolž nosilca ne spreminja. Površina prereza natezne in tlačne armature znašata  $A_s = A_s' = 0,57 \text{ cm}^2$ . Površina nearmiranega prečnega prereza nosilca znaša  $A_c = 50 \text{ cm}^2$ , vztrajnostni moment pa  $I_c = 417 \text{ cm}^4$ .

Linijska obtežba zaradi lastne teže:

$$g = A_c \times \gamma_c = 50 \times 10^{-4} \times 25 = 0,125 \text{ kN/m}$$

Na sliki 82 prikazujemo računski model Kotsovos-ovega kontinuirnega nosilca z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).



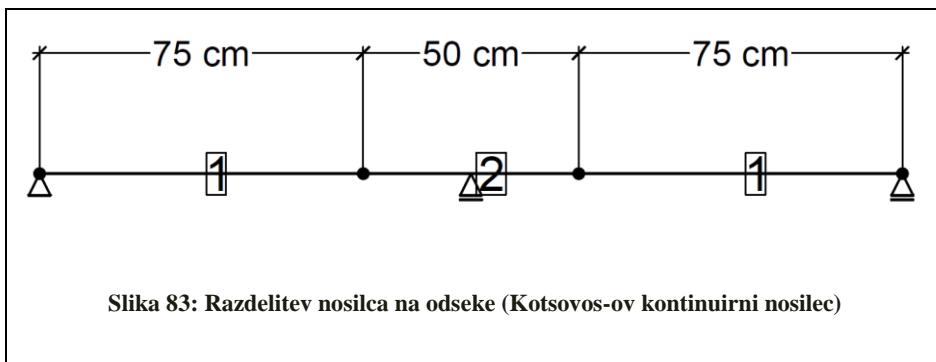
Slika 82: Računski model, obtežba in upogibni momenti (Kotsovos-ov kontinuirni nosilec); enote: kN, cm

Za upogibne momente upoštevamo načelo superpozicije:

$$m(g, P) = m(g) + m(P=1)P$$

V skladu z razdelkom 3.1.1 nosilec razdelimo na odseke (slika 83), za katere velja:

Vsi odseki → natezna armatura  $A_s = 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$   
in tlačna armatura  $A_s' = A_s = 0,57 \text{ cm}^2$



### Račun s poenostavljenim metodo po EC 2:

Geometrijske karakteristike AB prečnega prereza v skladu z razdelkom 3.1.3:

$$I_I = 579 \text{ cm}^4$$

$$M_{cr} = 0,4 \text{ kN m}$$

$$x = 3,0 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 271 \text{ cm}^4$$

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{I,g} = w_I(g, I_I, E_c) = 0,0006 \text{ cm}$$

$$w_{I,P=1} = w_I(P=1, I_I, E_c) = 0,0042 \text{ cm}$$

$$w_{II,g} = w_{II}(g, I_{II}, E_c) = 0,0013 \text{ cm}$$

$$w_{II,P=1} = w_{II}(P=1, I_{II}, E_c) = 0,009 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_I(g, P) = w_{I,g} + w_{I,P=1}P$$

$$w_{II}(g, P) = w_{II,g} + w_{II,P=1}P$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \zeta w_{II}(g, P) + (1 - \zeta)w_I(g, P) - w_{I,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 1)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_k = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,k}}{M_k(g, P)} \right)^2$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  2,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 75 = 150 \text{ cm},$$

$$L_2 = 50 \text{ cm}.$$

### Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami:

Poves nearmiranega nosilca zaradi lastne teže in enotske spremenljive obtežbe:

$$w_{c,g} = w_c(g, I_c, E_c) = 0,0008 \text{ cm}$$

$$w_{c,P=1} = w_c(P=1, I_c, E_c) = 0,0058 \text{ cm}$$

Upoštevamo načelo superpozicije:

$$w_c(g, P) = w_{c,g} + w_{c,P=1}P$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (sliki 21 in 22):

Za oba odseka:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{20000} \times \frac{0,57}{5 \times 9} \times \frac{9}{10} = 0,1 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 1 \rightarrow k_I = 0,7$$

$$\alpha\mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{20000} \times \frac{0,57}{5 \times 9} = 0,13 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 1 \rightarrow k_{II} = 1,0$$

Povprečnih vrednosti ni potrebno določiti, saj sta vrednosti koeficientov po vsej konstrukciji enaki.

Določimo še:

$$k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = 1,0 \times \left( \frac{10}{9} \right)^3 \times 1 = 1,37$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca zaradi lastne teže in spremenljive obtežbe:

$$w_I(g, P) = k_I w_c(g, P) = 0,7 w_c(g, P)$$

$$w_{II}(g, P) = k_{II} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c(g, P) = 1,37 w_c(g, P)$$

Izraz za interpolacijo dejanskega povesa v programu MS Excel:

$$w(g, P) = \delta_0 w_{II}(g, P) + (1 - \delta_0) w_I(g, P) - k_I w_{c,g}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,k} = 1 - \frac{M_{r,0,k}}{M_k(g, P)}$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k}$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  2,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 75 = 150 \text{ cm},$$

$$L_2 = 50 \text{ cm}.$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

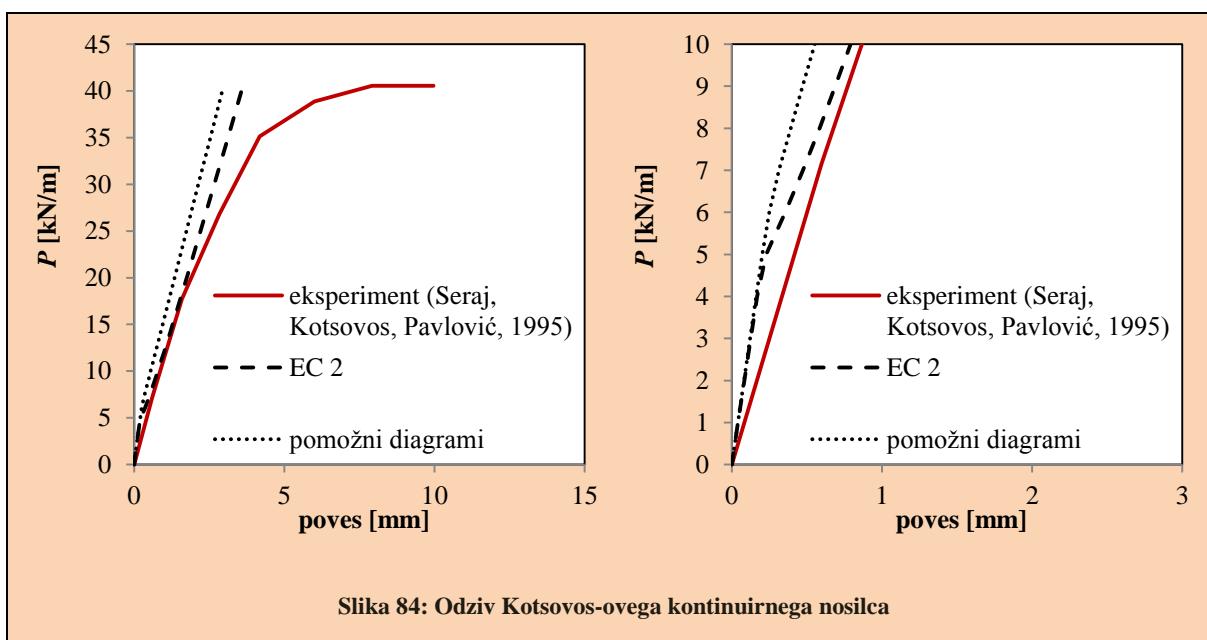
Za oba odseka:

$$\alpha\mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{20000} \times \frac{0,57}{5 \times 9} \times \frac{9}{10} = 0,1 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 1 \rightarrow \rho_M = 1,35$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,35 \times \frac{3,84}{10} \times 5 \times 10^2 \times \frac{1}{100} = 0,52 \text{ kN m}$$

Primerjava z eksperimentom:

Na sliki 84 prikazujemo primerjavo izmerjenega in izračunanega odziva za Kotsovovs-ov kontinuirni nosilec.



Slika 84: Odziv Kotsovovs-ovega kontinuirnega nosilca

## 5.8 Ocena ustreznosti uporabljenih metod na podlagi rezultatov analiz

Na podlagi opravljenih analiz ugotovimo, da se uporabljeni metodi za poenostavljen račun poves AB konstrukcij med seboj relativno dobro ujemata. To je tudi razumljivo, saj temeljita na podobnih teoretičnih podlagah. Ugotovljene razlike med metodama podajamo in komentiramo v preglednici 17.

**Preglednica 17: Razlike med poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami in poenostavljenim metodo v skladu z EC 2**

Razlika	Poenostavljena metoda po EC 2 [1]	Poenostavljena metoda s pomožnimi diagrami	Komentar
Natezna trdnost betona	Osnata natezna trdnost $f_{ctm}$	Upogibna natezna trdnost $f_{ctm,fl}$	Ker je upogibna natezna trdnost betona teoretično vsaj za okoli 20 % večja od njegove osne natezne trdnosti, to pomeni, da konstrukcija pri metodi s pomožnimi diagrami računsko razpoka kasneje kot pri poenostavljeni metodi po EC 2 [1]. To se lepo vidi pri »zlomih« izračunanih diagramov.
Interpolacija med stanjem I in II	$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2$	$\delta_0 = 1 - \frac{M_{r,0}}{M}$	Razdelitveni koeficient pri poenostavljeni metodi po EC 2 [1] se matematično hitreje bliža vrednosti 1. Vzrok temu sta manji kritični moment kot pri metodi s pomožnimi diagrami (natezna trdnost!) ter da je razmerje upogibnih momentov kvadrirano. Stvar še dodatno pospeši faktor $\beta$ , če pri tem upoštevamo $\beta = 0,5$ . Drugače povedano, pri poenostavljeni metodi po EC 2 [1] smo pri isti obremenitvi bližje stanju II kot pri metodi s pomožnimi diagrami.
Natančnost izračuna	Vsi končni in vmesni rezultati so določeni z izrazi	Odčitavanje koeficientov	Ker moramo pri metodi s pomožnimi diagrami odčitati ustrezne koeficiente iz vnaprej določenih diagramov, lahko pri tem pride do napak, ki so posledica nenatančnosti odčitkov.
Geometrijske karakteristike prečnih rerezov	Točen izračun geometrijskih karakteristik	Geometrija prerezov ter armatura sta posredno zajeta v diagramih	Pri metodi s pomožnimi diagrami direktno določimo le geometrijske karakteristike nearmiranih prečnih prerezov, ves nadaljnji izračun pa temelji na diagramih, kar je spet odvisno od točnosti odčitkov.

Glede na ugotovitve v preglednici 17 lahko zaključimo, da je poenostavljena metoda, ki jo podaja EC 2 [1], konservativnejša. Če imamo na voljo ustrezno programsko orodje (npr. program MS Excel), si lahko za račun po tej metodi vnaprej pripravimo različne uporabne pripomočke in v kolikor so ti pripomočki pravilno narejeni, so napake v računu zgolj posledica napačnega vnosa podatkov. Zlasti pri enostavnnejših računskih primerih pa omogoča metoda s pomožnimi diagrami hitrejši izračun povesa, saj moramo določiti le osnovne geometrijske karakteristike prečnih prerezov, za vse ostalo pa uporabimo pomožne diagrame. Zagotovo pa lahko ta metoda predstavlja ustrezno kontrolo v primeru računa po metodi iz EC 2 [1].

Če rezultate odzivov, izračunanih z obema predstavljenima metodama, primerjamo z rezultati preizkusov, ugotovimo, da se metodi presenetljivo dobro izkažeta, kar še posebej velja za okvirne konstrukcije, kjer bi pričakovali največja razhajanja med izračunanim in izmerjenim odzivom. Zelo dobro ujemanje rezultatov velja predvsem za tiste primere, kjer smo imeli na voljo natančne podatke o materialu ter legi in razporeditvi vzdolžne armature. V mnogih primerih je bilo potrebno nekatere

manjkajoče podatke predpostaviti. Običajno je bil na voljo le podatek o tlačni trdnosti betona, bistvena parametra za račun povesov, tj. natezna trdnost betona in njegov modul elastičnosti, pa smo morali oceniti s pomočjo privzetih izrazov. Kljub temu smo z obema metodama relativno dobro sledili dejanskemu obnašanju preizkušancev.

V nadaljevanju izpostavljamo najpomembnejše vzroke za morebitno odstopanje med izračunanimi in izmerjenimi odzivi relativno enostavnih AB konstrukcij:

- Nepoznani materialni podatki betona, zlasti njegova natezna trdnost:

Mnogokrat je bila za beton podana le tlačna trdnost. Tako je bilo potrebno privzeti izraz za modul elastičnosti betona in njegovo natezno trdnost, kar nam je zagotovo dalo le približni vrednosti. Pri tem se zavedamo, da je natezna trdnost betona bistven materialni podatek, saj narekuje prehod konstrukcije iz homogenega stanja v stanje razpokanosti, ko obtežba doseže ustrezni nivo.

- Nepoznani podatki o količini vzdolžne armature in njeni razporeditvi:

Za armaturo je bil redkokdaj podan modul elastičnosti, tako da smo upoštevali tistega, ki ga predlaga EC 2 [1], tj. 200000 MPa. Pri nekaterih primerih, kjer je bil ta podatek znan, lahko vidimo, da so od predlagane vrednosti modula možna odstopanja tudi okoli +/- 15 %. Vendar to ne predstavlja tolikšne težave, kot če ne poznamo modula elastičnosti betona. Večji problem je tudi, če vzdolž konstrukcije ni definirana točna razporeditev armature, kar potrebujemo za razdelitev konstrukcije na odseke v skladu z razdelkom 3.1.1. Obravnavali smo tudi primer, ko ne poznamo niti lege armature v prečnem prerezu, redkokdaj pa je podan tudi prerez morebitne tlačne armature.

- Idealizacija robnih pogojev in obtežbe:

V izračunih nismo upoštevali dejanske širine podpor, ampak smo le-te privzeli kot točkovne. Tudi spremenljiva obtežba, ki je bila upoštevana kot točkovna, v resnici ima neko površino. Vse to vpliva predvsem na notranje obremenitev preizkušancev, in sicer tako, da na mestih podpor in vnosov točkovnih sil v resnici ni konic, torej so dejanske vrednosti obremenitev manjše. Smo na varni strani.

Zgoraj našteti vzroki sami po sebi morda nimajo velikega vpliva, a skupaj lahko pripomorejo k precejšnjemu odstopanju od dejanskih velikosti povesov. Ne smemo pozabiti tudi na to, da smo uporabili metodi, ki sta poenostavljeni in ki upoštevata minimalno potrebno število parametrov. Kot že rečeno, so to le trije materialni podatki (modul elastičnosti betona, modul elastičnosti armature in natezna trdnost betona) ter podatki o geometriji, vzdolžni armaturi in obtežbi, ki pa so seveda samoumevni.

Računsko določene rezultate lahko resno jemljemo samo nekje do polovice izrisanih diagramov (50 % porušne obtežbe), ker do tam grobo ocenjujemo MSU in ker v računu upoštevamo linearno materialno zvezo za beton, katera pri višjih nivojih obtežbe postaja vedno bolj neveljavna. Kot smo zapisali v razdelku 2.3.1, velja takšen zakon le do okoli 40 % tlačne trdnosti betona. V nekaterih primerih se račun kljub temu z eksperimentalnim odzivom konstrukcije ujema skoraj do maksimalne obtežbe.

Omenimo še, da EC 2 [1] nikjer ne predlaga določitve nekakšnega povprečnega nivoja razpokanosti obravnavane konstrukcije (povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$  oziroma  $\delta_0$ ) na podlagi razdelitve konstrukcije na odseke, kot smo to naredili v računskih primerih. Konec concev je pri kompleksnejših

konstrukcijah in pri »pestri« razporeditvi vzdolžne armature to dokaj zamudno delo. Vendar primeri izračunov kažejo, da je tak pristop, vsaj glede natančnosti rezultatov, smiseln.

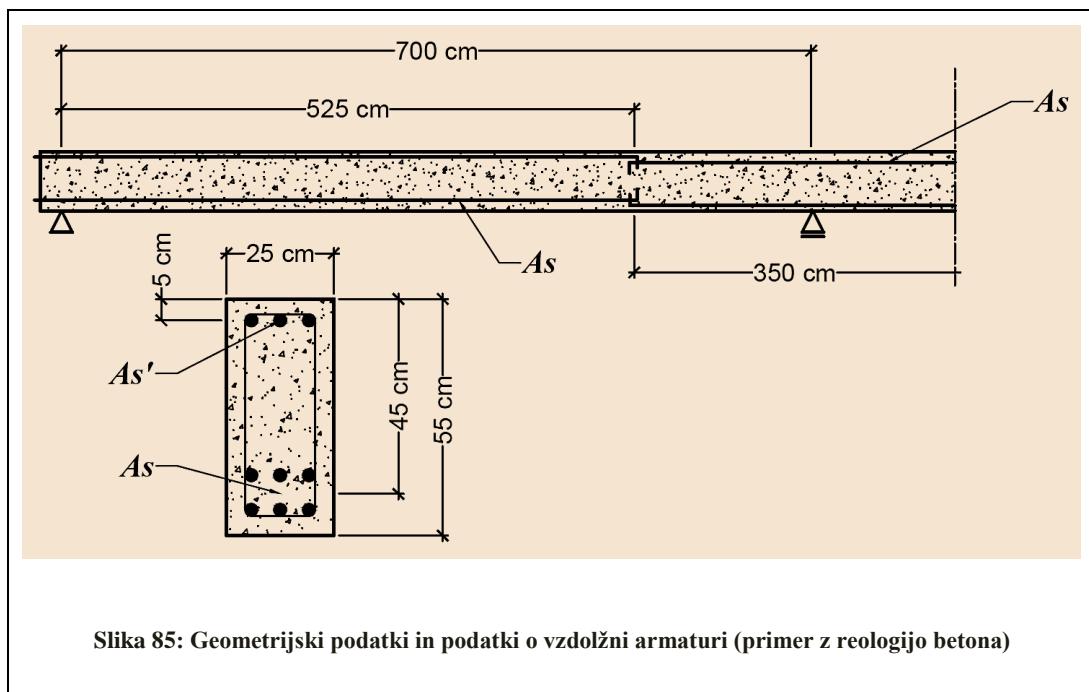
### 5.9 Analiza vpliva reoloških lastnosti betona na povese AB konstrukcij

Na primeru AB kontinuirnega nosilca preko dveh polj analiziramo vpliv reoloških lastnosti betona, tj. lezenje in krčenje, na povečanje trenutnega povesa. Geometrijske podatke in podatke o vzdolžni armaturi prikazujemo na sliki 85.

Izberemo pravokotni prerez z dimenzijami  $b / h = 25 / 55$  cm, razpona obeh polj pa naj bosta enaka  $L = 7$  m. Nosilec obtežimo z linijsko obtežbo  $q = 20$  kN/m, kar skupaj z lastno težo ( $\gamma_c = 25$  kN/m<sup>3</sup>) znaša  $20 + (25 \times 55 \times 10^{-4} \times 25) = 23$  kN/m.

Lastnosti materialov izberemo skladno z EC 2 [1], in sicer za trdnostni razred betona C 35/45:

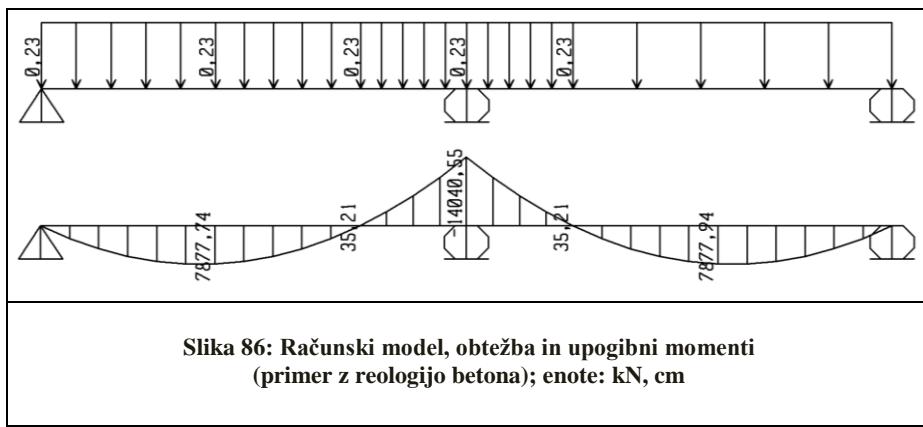
- tlačna trdnost betona  $f_{cm} = 43$  MPa
- modul elastičnosti betona  $E_{cm} = 34000$  MPa
- osna natezna trdnost betona  $f_{ct} = 3,2$  MPa
- armatura S500
- modul elastičnosti armature  $E_s = 200000$  MPa



Slika 85: Geometrijski podatki in podatki o vzdolžni armaturi (primer z reologijo betona)

Razporeditev natezne armature sledi teoretičnemu poteku upogibnih momentov vzdolž nosilca, to pomeni, da je v nategu vedno armatura  $A_s$ .

Na sliki 86 prikazujemo računski model kontinuirnega nosilca z obtežbo in izračunanimi upogibnimi momenti (SAP 2000).



V skladu z razdelkom 3.1.1 nosilec razdelimo na odseke. Predpostavimo, da posamezno polje nosilca na podlagi upogibnih momentov (slika 86) razdelimo na območje dolžine  $0,75L = 525$  cm, kjer so momenti pozitivni, in na območje dolžine  $0,25L = 175$  cm, kjer so negativni.

Izberemo površino prečnega prereza natezne armature  $A_s$ , tako da bo napetost nad podporo polno razpokanega nosilca ob začetnem času:

- v betonu po absolutni vrednosti manjša od  $0,45f_{ck} = 1,58 \text{ kN/cm}^2$ ,
- v natezni armaturi manjša od  $0,8f_{yk} = 40 \text{ kN/cm}^2$ .

Za površino prereza tlačne armature naj velja  $A'_s = 0,2A_s$ . Izberemo  $A_s = 25 \text{ cm}^2$ , torej je  $A'_s = 5 \text{ cm}^2$ .

Tako sta napetosti v betonu in natezni armaturi nad podporo nosilca v stanju II sledeči:

$$\sigma_c = -1,51 \text{ kN/cm}^2$$

ter

$$\sigma_s = 14,3 \text{ kN/cm}^2.$$

V poljih nosilca so napetosti zaradi manjših obremenitev zagotovo nižje.

#### Lezenje betona v skladu z EC 2 (razdelek 2.3.4):

Upoštevamo:

- $t_0 = 28$  dni in  $t = \infty$
- cement: N ( $t_0$  se ne korigira (enačba (31))
- $RH = 50\%$
- samo zgornja stranica prečnega prereza ni izpostavljena sušenju

Izračunamo naslednje količine:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \times 25 \times 55}{2 \times 55 + 25} = 20,4 \text{ cm} = 204 \text{ mm}$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - \left( \frac{RH[\%]}{100} \right)}{0,1 \sqrt[3]{h_0[\text{mm}]}} \times \left( \frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]} \right)^{0,7} \right] \times \left( \frac{35}{f_{cm}[\text{MPa}]} \right)^{0,2} =$$

$$= \left[ 1 + \frac{1 - 50/100}{0,1 \times 204^{0,33}} \times \left( \frac{35}{43} \right)^{0,7} \right] \times \left( \frac{35}{43} \right)^{0,2} = 1,67$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm} [\text{MPa}]}} = \frac{16,8}{43^{0,5}} = 2,562$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} = \frac{1}{0,1 + 28^{0,2}} = 0,489$$

$$\beta_c(\infty, t_0) = 1$$

$$\rightarrow \varphi(\infty, t_0 = 28) = \varphi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_0) \beta_c(\infty, t_0) = 1,67 \times 2,562 \times 0,489 \times 1 = 2,09$$

Učinkovit modul elastičnosti betona:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{34000}{1 + 2,09} = 11003 \text{ MPa}$$

### Krčenje betona v skladu z EC 2 (razdelek 2.3.3):

Upoštevamo:

- $t_s = 28$  dni in  $t = \infty$
- cement: N
- $RH = 50\%$
- samo zgornja stranica prečnega prereza ni izpostavljena sušenju

Avtogeno krčenje:

$$\beta_{as}(\infty) = 1$$

$$\rightarrow \varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} [\text{MPa}] - 10) \times 10^{-6} = 2,5 \times (35 - 10) \times 10^{-6} = 6,25 \times 10^{-5}$$

$$\rightarrow \varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) = 1 \times 6,25 \times 10^{-5} = 6,25 \times 10^{-5}$$

Krčenje zaradi sušenja:

$$\beta_{ds}(\infty, t_s) = 1$$

$$k_h (\text{Preglednica 1}) = 0,85$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH [\%]}{100} \right)^3 \right] = 1,55 \times \left[ 1 - \left( \frac{50}{100} \right)^3 \right] = 1,37$$

$$\alpha_{ds,1} (\text{Preglednica 2}) = 4$$

$$\alpha_{ds,2} (\text{Preglednica 2}) = 0,12$$

$$\rightarrow \varepsilon_{cd,0} = 0,85 \beta_{RH} \left[ (220 + 110 \alpha_{ds,1}) \times \exp \left( -\alpha_{ds,2} \frac{f_{cm} [\text{MPa}]}{10} \right) \right] \times 10^{-6} =$$

$$= 0,85 \times 1,37 \times \left[ (220 + 110 \times 4) \times \exp \left( -0,12 \times \frac{43}{10} \right) \right] \times 10^{-6} = 4,59 \times 10^{-4}$$

$$\rightarrow \varepsilon_{cd}(\infty, t_s = 28) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0} = 1 \times 0,85 \times 4,59 \times 10^{-4} = 3,9 \times 10^{-4}$$

Skupna deformacija zaradi krčenja betona:

$$\varepsilon_{cs}(\infty) = \varepsilon_{ca}(\infty) + \varepsilon_{cd}(\infty) = 6,25 \times 10^{-5} + 3,9 \times 10^{-4} = 4,53 \times 10^{-4} (\text{0,45 prom.})$$

### Lezenje betona v skladu s PBAB (preglednica 6):

Upoštevamo:

- $t_0 = 28$  dni in  $t = \infty$
- $RH = 50\%$
- samo zgornja stranica prereza ni izpostavljena sušenju

Interpolacija s pomočjo preglednice 6, da dobimo koeficient lezenja:

$$d_m = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \times 25 \times 55}{2 \times 55 + 25} = 20,4 \text{ cm} \approx 20 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \varphi_{PBAB}(\infty, t_0) = 2,6 + (3,6 - 2,6) \times \frac{70 - 50}{70 - 40} = 3,27$$

Koeficiente  $k_{c,I}$  in  $k_{c,II}$  (slika 23):

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} \times \frac{45}{55} = 0,11 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,2 \rightarrow k_{c,I} = 0,65$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} = 0,13 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,2 \rightarrow \overline{k_{c,II}} = 0,22$$

$$\rightarrow \frac{a'}{h} = \frac{5}{55} = 0,09 \rightarrow \zeta_K = 1 \rightarrow k_{c,II} = 0,22$$

Dobimo koeficiente:

$$\gamma_I(\infty, t_0) = 0,8k_{c,I}\varphi_{PBAB}(\infty, t_0) = 0,8 \times 0,65 \times 3,27 = 1,7$$

$$\gamma_{II}(\infty, t_0) = 0,8k_{c,II}\varphi_{PBAB}(\infty, t_0) = 0,8 \times 0,22 \times 3,27 = 0,58$$

### Krčenje betona v skladu s PBAB (slika 30):

Upoštevamo  $RH = 50\%$  in  $d_m = 20 \text{ cm}$ .

Na podlagi tega s slike 30 odčitamo skupno končno deformacijo zaradi krčenja betona, ki znaša:  $\varepsilon_{cs,\infty,PBAB} = 0,45 \text{ prom.}$

#### **5.9.1 Račun s poenostavljenim metodo po EC 2**

V preglednici 18 podajamo geometrijske karakteristike prečnega prereza nosilca za začetni čas (razdelek 3.1.3) in geometrijske karakteristike z upoštevanjem vpliva lezenja betona, tj. efektivne vrednosti (razdelek 3.1.4).

### Preglednica 18: Geometrijske karakteristike prečnega prereza (primer z reologijo betona, EC 2)

$A_c$	<b>1375</b>	$\text{cm}^2$
$I_c$	<b>346615</b>	$\text{cm}^4$
$I_l$	<b>394699</b>	$\text{cm}^4$
$M_{\text{cr}}$	<b>47,7</b>	kN m
$x$	<b>17,52</b>	cm
$I_{\text{II}}$	<b>160433</b>	$\text{cm}^4$

## Začetni čas:

Trenutni poves homogenega in polno razpokanega nosilca:

$$w_I = w_I(q + g, I_I, E_{cm}) = 0,23 \text{ cm}$$

$$w_{\text{II}} = w_{\text{II}}(q + g, I_{\text{II}}, E_{\text{cm}}) = 0,56 \text{ cm}$$

Razdelitveni koeficient  $\zeta(\beta = 0,5)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_1 = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr},1}}{M_{\text{polje}}} \right)^2 = 1 - 0,5 \times \left( \frac{47,7}{78,8} \right)^2 = 0,817$$

$$\zeta_2 = 1 - \beta \left( \frac{M_{\text{cr},2}}{M_{\text{podpora}}} \right)^2 = 1 - 0,5 \times \left( \frac{47,7}{140,4} \right)^2 = 0,942$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_k L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \frac{1}{1050 + 350} \times (0,817 \times 1050 + 0,942 \times 350) = 0,85$$

Pri tem je:

*k* poljuben odsek izmed 1, ... *n*,

n 2,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 2 \times 525 = 1050 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 175 = 350 \text{ cm.}$$

Interpolacija trenutnega povesa:

$$w = \zeta w_{II} + (1 - \zeta) w_I = 0,85 \times 0,56 + (1 - 0,85) \times 0,23 = 0,51 \text{ cm}$$

### Končni čas - lezenje betona:

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca z upoštevanjem lezenja betona:

$$w_{\varphi,I} = w_{\varphi,I}(q + g, I_{I,eff}, E_{c,eff}) = 0,56 \text{ cm}$$

$$w_{\varphi,II} = w_{\varphi,II}(q + g, I_{II,eff}, E_{c,eff}) = 0,83 \text{ cm}$$

Efektivni razdelitveni koeficient  $\zeta_{eff} (\beta = 0,5)$  za posamezen odsek:

$$\zeta_{eff,1} = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,eff,1}}{M_{polje}} \right)^2 = 1 - 0,5 \times \left( \frac{65,8}{78,8} \right)^2 = 0,651$$

$$\zeta_{eff,2} = 1 - \beta \left( \frac{M_{cr,eff,2}}{M_{podpora}} \right)^2 = 1 - 0,5 \times \left( \frac{65,8}{140,4} \right)^2 = 0,890$$

Povprečni efektivni razdelitveni koeficient  $\zeta_{eff}$ :

$$\zeta_{eff} = \frac{\sum_{k=1}^n \zeta_{eff,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \frac{1}{1050 + 350} \times (0,651 \times 1050 + 0,890 \times 350) = 0,71$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  2,

$L_k$  dolžina odseka k:

$$L_1 = 2 \times 525 = 1050 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 175 = 350 \text{ cm}.$$

Interpolacija povesa z upoštevanjem lezenja betona:

$$w_{\varphi} = \zeta w_{\varphi,II} + (1 - \zeta) w_{\varphi,I} = 0,71 \times 0,83 + (1 - 0,71) \times 0,56 = 0,75 \text{ cm}$$

### Končni čas - krčenje betona:

Statični moment armature v stanjih I in II:

$$S_I = A_s z_s - A_s' z_s' = 25 \times 17,5 - 5 \times 22,5 = 325 \text{ cm}^3$$

$$S_{II} = A_s (d - x_{eff}) - A_s' (x_{eff} - a') = 25 \times (45 - 24,54) - 5 \times (24,54 - 5) = 414 \text{ cm}^3$$

Ukrivljenost zaradi krčenja betona za nosilec v stanjih I in II:

$$\kappa_{cs,I} = \varepsilon_{cs} \alpha_{eff} \frac{S_I}{I_{I,eff}} = \varepsilon_{cs} \frac{E_s}{E_{c,eff}} \frac{S_I}{I_{I,eff}} = 4,53 \times 10^{-4} \times \frac{200000}{11003} \times \frac{325}{505118} = 5,3 \times 10^{-6} \text{ 1/cm}$$

$$\kappa_{cs,II} = \varepsilon_{cs} \alpha_{eff} \frac{S_{II}}{I_{II,eff}} = \varepsilon_{cs} \frac{E_s}{E_{c,eff}} \frac{S_{II}}{I_{II,eff}} = 4,53 \times 10^{-4} \times \frac{200000}{11003} \times \frac{414}{348079} = 9,8 \times 10^{-6} \text{ 1/cm}$$

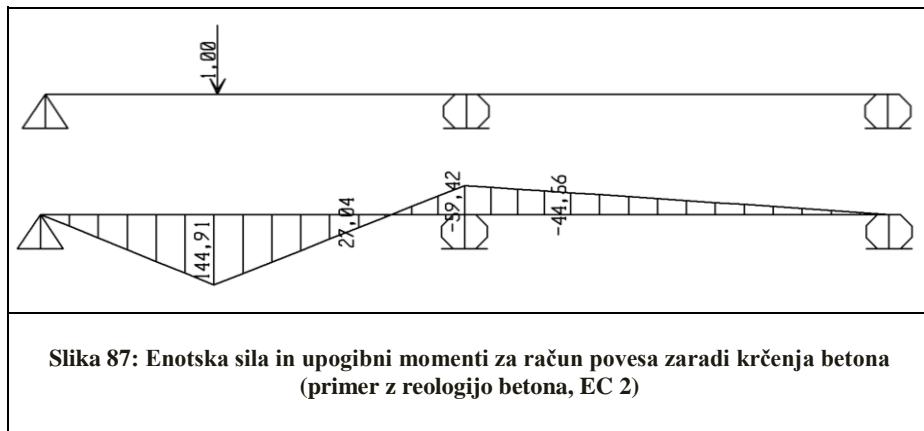
Interpolacija ukrivljenosti zaradi krčenja betona za posamezen odsek:

$$\kappa_{cs,1} = \zeta_{eff,1} \kappa_{cs,I} + (1 - \zeta_{eff,1}) \kappa_{cs,I,1} = 0,651 \times 9,8 \times 10^{-6} + (1 - 0,651) \times 5,3 \times 10^{-6} = 8,2 \times 10^{-6}$$

$$\kappa_{cs,2} = \zeta_{eff,2} \kappa_{cs,II} + (1 - \zeta_{eff,2}) \kappa_{cs,I,2} = 0,890 \times 9,8 \times 10^{-6} + (1 - 0,890) \times 5,3 \times 10^{-6} = 9,3 \times 10^{-6}$$

Prispevek krčenja betona h končnemu povesu s pomočjo virtualnega dela:

- Na naslednji sliki prikazujemo upogibne momente zaradi enotske sile na mestu in v smeri iskanega pomika zaradi krčenja betona:



- Izračunamo integral ukrivljenosti zaradi krčenja betona vzdolž nosilca:

$$w_{cs} = \sum_{k=1}^n \left\{ \kappa_{cs}(k) \int_0^{L(k)} M(P=1) dL \right\} \approx 8,2 \times 10^{-6} \times \frac{525 \times 144,91}{2} + \\ + 9,3 \times 10^{-6} \times \left[ \frac{175 \times 59,42}{2} + \frac{59,42 + 44,56}{2} \times 175 \right] + 8,2 \times 10^{-6} \times \frac{525 \times 44,56}{2} = 0,54 \text{ cm}$$

Pri tem je:

$M(P=1)$  upogibni moment po konstrukciji zaradi sile  $P = 1$  na mestu in v smeri iskanega pomika,

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  3.

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 525 \text{ cm},$$

$$L_2 = 175 \text{ cm},$$

$$L_3 = L_1 = 525 \text{ cm}.$$

### 5.9.2 Račun s poenostavljenim metodo s pomožnimi diagrami

Začetni čas:

Trenutni poves nearmiranega nosilca:

$$w_c = w_c(q + g, I_c, E_{cm}) = 0,26 \text{ cm}$$

Koeficiente  $k_I$  in  $k_{II}$  (sliki 21 in 22):

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_{cm}} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} \times \frac{45}{55} = 0,11 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,2 \rightarrow k_I = 0,85$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} = 0,13 \rightarrow \frac{A'_s}{A_s} = 0,2 \rightarrow k_{II} = 1,4$$

Povprečji ni potrebno določiti, saj sta vrednosti po vsej konstrukciji enaki.

Določimo še:

$$k_{\text{II}} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} = 1,4 \times \left( \frac{55}{45} \right)^3 \times 1 = 2,57$$

Velja  $b_i / b_e = 1$  in  $b_i = b$  (pravokotni prerez).

Trenutni poves homogenega in polno razpokanega nosilca:

$$w_I = k_I w_c = 0,85 \times 0,26 = 0,22 \text{ cm}$$

$$w_{\text{II}} = k_{\text{II}} \left( \frac{h}{d} \right)^3 \frac{b_i}{b_e} w_c = 2,57 \times 0,26 = 0,67 \text{ cm}$$

Upogibni moment  $M_{r,0}$  (slika 20):

Za oba odseka:

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_{cm}} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} \times \frac{45}{55} = 0,11 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,2 \rightarrow \rho_M = 1,4$$

$$\rightarrow M_{r,0} = 0,2 \rho_M f_{ct} b_i h^2 = 0,2 \times 1,4 \times \frac{3,2}{10} \times 25 \times 55^2 \times \frac{1}{100} = 67,8 \text{ kN m}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_0$  za posamezen odsek:

$$\delta_{0,1} = 1 - \frac{M_{r,0,1}}{M_{\text{polje}}} = 1 - \frac{67,8}{78,8} = 0,140$$

$$\delta_{0,2} = 1 - \frac{M_{r,0,2}}{M_{\text{podpora}}} = 1 - \frac{67,8}{140,4} = 0,517$$

Povprečni razdelitveni koeficient  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{0,k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \frac{1}{1050 + 350} \times (0,140 \times 1050 + 0,517 \times 350) = 0,234$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ... n,

$n$  2,

$L_k$  dolžina odseka k:

$$L_1 = 2 \times 525 = 1050 \text{ cm},$$

$$L_2 = 2 \times 175 = 350 \text{ cm}.$$

Interpolacija trenutnega povesa:

$$w = \delta_0 w_{\text{II}} + (1 - \delta_0) w_I = 0,234 \times 0,67 + (1 - 0,234) \times 0,22 = 0,33 \text{ cm}$$

Končni čas - lezenje betona:

Koeficiente  $\gamma_I$  in  $\gamma_{\text{II}}$  se po konstrukciji ne spreminja, zato ni potrebno določati povprečnih vrednosti.

Poves homogenega in polno razpokanega nosilca z upoštevanjem lezenja betona:

$$w_{\gamma,I} = [1 + \gamma_I(\infty, t_0)] w_I = (1 + 1,7) \times 0,22 = 0,59 \text{ cm}$$

$$w_{\gamma,II} = [1 + \gamma_{\text{II}}(\infty, t_0)] w_{\text{II}} = (1 + 0,58) \times 0,67 = 1,06 \text{ cm}$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_{0,\text{eff}}$  za posamezen odsek:

$$\delta_{\text{eff},1} = 1 - 0,8 \frac{M_{r,0,1}}{M_{\text{polje}}} = 1 - 0,8 \times \frac{67,8}{78,8} = 0,312$$

$$\delta_{\text{eff},2} = 1 - 0,8 \frac{M_{r,0,2}}{M_{\text{podpora}}} = 1 - 0,8 \times \frac{67,8}{140,4} = 0,614$$

Razdelitveni koeficient  $\delta_{0,\text{eff}}$  za celotno konstrukcijo:

$$\delta_{\text{eff}} = \frac{\sum_{k=1}^n \delta_{\text{eff},k} L_k}{\sum_{k=1}^n L_k} = \frac{1}{1050 + 350} \times (0,312 \times 1050 + 0,614 \times 350) = 0,39$$

Pri tem je:

$k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,

$n$  2,

$L_k$  dolžina odseka  $k$ :

$$L_1 = 525 \text{ cm},$$

$$L_2 = 175 \text{ cm},$$

$$L_3 = L_1 = 525 \text{ cm}.$$

Interpolacija povesa zaradi lezenja betona:

$$w_\gamma = \delta_{\text{eff}} w_{\gamma,\text{II}} + (1 - \delta_{\text{eff}}) w_{\gamma,\text{I}} = 0,39 \times 1,06 + (1 - 0,39) \times 0,59 = 0,77 \text{ cm}$$

Končni čas - krčenje betona:

Deformacija zaradi krčenja betona je enaka  $\varepsilon_{cs,\infty,PBAB} = 0,45$  prom.

Koeficiente  $k_{s,I}$  in  $k_{s,II}$  (slika 24):

$$\alpha \mu \frac{d}{h} = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} \frac{d}{h} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} \times \frac{45}{55} = 0,11 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,2 \rightarrow k_{s,I} = 0,5$$

$$\alpha \mu = \frac{E_s}{E_c} \frac{A_s}{bd} = \frac{200000}{34000} \times \frac{25}{25 \times 45} = 0,13 \rightarrow \frac{A_s'}{A_s} = 0,2 \rightarrow \overline{k_{s,II}} = 1,0$$

$$\rightarrow \frac{a'}{h} = \frac{5}{55} = 0,09 \rightarrow \zeta_s = 1 \rightarrow k_{s,II} = 1,0$$

Ukrivljenost zaradi krčenja betona za nosilec v stanjih I in II:

$$\kappa_{cs,I} = k_{s,I} \frac{\varepsilon_{cs,\infty,PBAB}}{h} = 0,5 \times \frac{4,5 \times 10^{-4}}{55} = 4,1 \times 10^{-6} \text{ 1/cm}$$

$$\kappa_{cs,II} = k_{s,II} \frac{\varepsilon_{cs,\infty,PBAB}}{d} = 1,0 \times \frac{4,5 \times 10^{-4}}{45} = 1,0 \times 10^{-5} \text{ 1/cm}$$

Interpolacija ukrivljenost zaradi krčenja betona za posamezen odsek:

$$\kappa_{cs,1} = \delta_{\text{eff},1} \kappa_{cs,I} + (1 - \delta_{\text{eff},1}) \kappa_{cs,I} = 0,312 \times 1,0 \times 10^{-5} + (1 - 0,312) \times 4,1 \times 10^{-6} = 5,9 \times 10^{-6}$$

$$\kappa_{cs,2} = \delta_{\text{eff},2} \kappa_{cs,II} + (1 - \delta_{\text{eff},2}) \kappa_{cs,I} = 0,614 \times 1,0 \times 10^{-5} + (1 - 0,614) \times 4,1 \times 10^{-6} = 7,7 \times 10^{-6}$$

Prispevek krčenja k trajnemu povesu določimo na enak način kot pri metodi po EC 2. Upogibni momenti zaradi enotske sile  $P$  so prikazani na sliki 87, izračunamo le še integral ukrivljenosti zaradi krčenja betona vzdolž nosilca:

$$\begin{aligned} w_{cs} &= \sum_{k=1}^n \left\{ \kappa_{cs}(k) \int_0^{L(k)} M(P=1) dL \right\} \approx 5,9 \times 10^{-6} \times \frac{525 \times 144,91}{2} + \\ &+ 7,7 \times 10^{-6} \times \left[ \frac{175 \times 59,42}{2} + \frac{59,42 + 44,56}{2} \times 175 \right] + 5,9 \times 10^{-6} \times \frac{525 \times 44,56}{2} = 0,41 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Pri tem je:

- $M(P=1)$  upogibni moment po konstrukciji zaradi sile  $P = 1$  na mestu in v smeri iskanega pomika,
- $k$  poljuben odsek izmed 1, ...  $n$ ,
- $n$  3.
- $L_k$  dolžina odseka  $k$ :  
 $L_1 = 525 \text{ cm}$ ,  
 $L_2 = 175 \text{ cm}$ ,  
 $L_3 = L_1 = 525 \text{ cm}$ .

### 5.9.3 Primerjava uporabljenih metod in ugotovitve

V preglednici 19 prikazujemo rezultate računa povesov obravnavanega kontinuirnega nosilca z obema poenostavljenima metodama.

Pri poenostavljeni metodi v skladu z EC 2 [1] je interpolacija povesa med povesom homogene in polno razpokane konstrukcije konservativnejša kot pri metodi s pomožnimi diagrami, kar smo omenili že v preglednici 17. Tako izračunamo večji trenutni poves. Določanje prispevka lezenja betona h končnemu povesu je pri metodi s pomožnimi diagrami hitrejši in enostavnnejši, s tem pa tudi konservativnejši. Deformacija zaradi krčenja betona je pri obeh metodah enaka, vendar pride zaradi različnih postopkov računa pripadajoče ukrivljenosti do razlik v povesu nosilca zaradi krčenja. Kljub naštetim razlikam sta končna povesa, izračunana po obeh metodah, zelo podobna.

Preglednica 19: Primerjava metode s pomožnimi diagrami in poenostavljene metode v skladu z EC 2 (primer z reologijo betona)			
Metoda	Poenostavljena metoda v skladu z EC 2 [1] (a)	Metoda s pomožnimi diagrami (b)	a:b
Poves v stanju I (Začetni čas)	0,23 cm	0,22 cm	1,05
Poves v stanju II (Začetni čas)	0,56 cm	0,67 cm	0,84
Dejanski poves v začetnem času	<b>0,51 cm</b>	<b>0,33 cm</b>	1,55
Poves v stanju I (Lezenje betona)	0,56 cm	0,59 cm	0,95
Poves v stanju II (Lezenje betona)	0,83 cm	1,06 cm	0,78
Dejanski poves zaradi lezenja betona	<b>0,75 cm</b>	<b>0,77 cm</b>	0,97
Prispevek lezenja betona k trajnemu povesu	<b>0,24 cm</b>	<b>0,44 cm</b>	0,55
Prispevek krčenja betona h končnemu povesu	<b>0,54 cm</b>	<b>0,41 cm</b>	1,32
Skupni poves v končnem času	<b>1,29 cm</b>	<b>1,18 cm</b>	1,09

## 5.10 Analiza vpliva osnih sil na poves AB konstrukcij

V predhodnih računskih primerih smo zanemarili vpliv osnih sil na poves AB konstrukcij. Pravzaprav to velja le za okvire, saj smo imeli pri ostalih primerih konstrukcij opravka le z upogibnimi momenti.

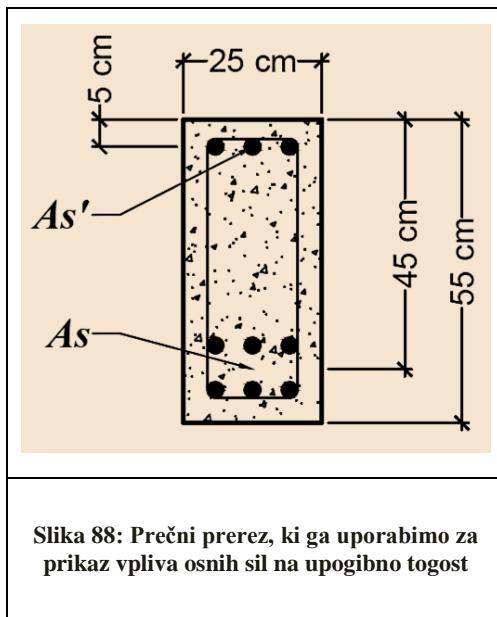
Poenostavljena metoda v skladu z EC 2 [1] dopušča možnost upoštevanja osno-upogibne obremenitve pri računu povesov, pri čemer za interpolacijo med stanjem I in II uporabimo izraz (68):

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2.$$

Za prikaz vpliva osnih sil na izračunane poves AB konstrukcij se poslužimo razdelka 4.3 in za interpolacijo ukriviljenosti uporabimo enačbo (102):

$$\kappa = \frac{M}{E_{cm} I_{red}} = \zeta \frac{M}{E_{cm} I_{II}} + (1 - \zeta) \frac{M}{E_{cm} I_I}.$$

V računu uporabimo prečni prerez v polju kontinuirnega nosilca iz primera o vplivu reoloških lastnosti betona na poveso AB konstrukcij (razdelek 5.9). Upoštevamo upogibno obremenitev v polju, in sicer  $M = 78,8 \text{ kN m}$ .



Prečna prerezu natezne in tlačne vzdolžne armature znašata  $A_s = 25 \text{ cm}^2$  in  $A_s' = 5 \text{ cm}^2$ .

V primeru osno-upogibne obremenitve prereza je globina nevtralne osi  $x$  odvisna od obremenitve (razdelek 3.1.3).

V preglednicah 20 in 21 za obravnavan prečni prerez prikazujemo razmerje med ukrivljenostjo ob zanemarjenju natezne oziroma tlačne osne sile ter med ukrivljenostjo, pri kateri poleg upogibnega momenta upoštevamo tudi osno silo. Vrednosti v omenjenih tabelah smo določili s pomočjo pripomočka pripravljenega v programu MS Excel.

Za predstavljen primer velja, da je račun povesov v primeru zanemaritve osnih sil konservativen. V primeru natezne osne sile razlika ni bistvena (do 10 %), v primeru tlačne osne sile pa lahko ostane prečni prerez celo nerazpokan ( $\zeta = 0$ ).

**Preglednica 20: Vpliv tlačne osne sile na togost prereza in posledično ukrivljenost**

$M / N$ (tlak) [m]	$M_{cr}$ [kN m]	$N_{cr}$ [kN]	$\sigma_{sr}$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_s$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	$I_1$ [cm <sup>4</sup> ]	$x$ [cm]	$I_{II}$ [cm <sup>4</sup> ]	$\zeta$	$\kappa(M, N=0) : \kappa(M, N)$
$\infty$	47,8	0,0	4,90	8,02	394699	17,25	160433	0,63	<b>1,00</b>
100	47,8	-0,5	4,85	8,00	394699	17,28	160433	0,63	<b>1,00</b>
25	48,0	-1,9	4,84	7,95	394699	17,36	160440	0,63	<b>1,00</b>
10	48,3	-4,8	4,82	7,86	394699	17,52	160477	0,62	<b>1,01</b>
5	48,8	-9,8	4,77	7,70	394699	17,79	160608	0,62	<b>1,01</b>
2	50,3	-25,2	4,62	7,23	394699	18,61	161574	0,59	<b>1,04</b>
1	53,0	-53,0	4,36	6,48	394699	20,03	165315	0,55	<b>1,09</b>
0,5	59,5	-119,0	3,81	5,05	394699	23,14	183233	0,43	<b>1,29</b>
0,3	71,0	-236,7	3,03	3,36	394699	27,88	239099	0,19	<b>1,71</b>
0,25	78,8	-315,2	2,63	2,63	394699	ni razpok	ni razpok	0,00	<b>1,92</b>

**Preglednica 21: Vpliv natezne osne sile na togost prereza in posledično ukrivljenost**

$M / N$ (nateg) [m]	$M_{cr}$ [kN m]	$N_{cr}$ [kN]	$\sigma_{sr}$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	$\sigma_s$ [kN/cm <sup>2</sup> ]	$I_1$ [cm <sup>4</sup> ]	$x$ [cm]	$I_{II}$ [cm <sup>4</sup> ]	$\zeta$	$\kappa(M, N=0) : \kappa(M, N)$
$\infty$	47,8	0,00	4,90	8,02	394699	17,25	160433	0,63	<b>1,00</b>
100	47,8	0,50	4,87	8,03	394699	17,23	160433	0,63	<b>1,00</b>
10	47,4	4,70	4,92	8,17	394699	16,99	160472	0,64	<b>1,00</b>
5	46,9	9,40	4,96	8,34	394699	16,73	160597	0,65	<b>0,99</b>
0,5	40,0	80,00	5,75	11,33	394699	12,37	173958	0,74	<b>0,99</b>
0,3	36,0	120,00	6,24	13,66	394699	9,32	194498	0,79	<b>1,06</b>
0,25	34,3	137,2	6,46	14,85	394699	7,72	208431	0,81	<b>1,12</b>

## 6 ZAKLJUČEK

V diplomski nalogi smo obravnavali poenostavljen račun povesov AB konstrukcij. Najprej smo si ogledali bistvene predpostavke in teoretično ozadje, ki je potrebno za razumevanje računskeih postopkov, predstavljenih v nadaljevanju. Pri tem smo med drugim pojasnili, kako s konstitutivnimi zakoni matematično modeliramo obnašanje betona in armature. Čeprav poznamo več konstitutivnih zakonov, smemo zaradi relativno nizkega nivoja obtežbe (MSU) za oba materiala upoštevati kar linearne zveze. Reološke lastnosti betona, tj. lezenje in krčenje, smo matematično opisali s koeficientom lezenja in z deformacijo krčenja. Koeficient lezenja vpliva na modul elastičnosti betona ter s tem na togostne karakteristike, deformacija krčenja pa povzroča dodatne pomike in zasuke elementov obravnavane konstrukcije. Nato smo obravnavali razpoke in njihov vpliv na togost AB konstrukcij. V tem sklopu smo definirali stanje homogene in stanje polno razpokane konstrukcije ter prikazali račun upogibne togosti homogenega in razpokanega prečnega prereza. V nadaljevanju smo opisali dve poenostavljeni metodi računa povesov AB konstrukcij, in sicer metodo v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1 (EC 2) ter starejšo metodo s pomožnimi diagrami. Pri obeh metodah smo obravnavano konstrukcijo razdelili na odseke s konstantnimi upogibnimi togostmi, s čimer smo lahko določili povprečno razpokanost konstrukcije. Uporabnost, primernost in natančnost poenostavljenih metod smo analizirali na primeru AB prostoležečih nosilcev, AB plošče, nateznih elementov, AB okvirjev ter na primeru AB kontinuirnega nosilca. Za obravnavane konstrukcije smo iz dostopne znanstvene in strokovne literature povzeli podatke o geometriji in razporeditvi vzdolžne armature, podatke o obtežbi, materialne podatke ter podatke o povesih konstrukcije. S pomočjo predstavljenih poenostavljenih metod smo izračunali poves konstrukcij pri različnih nivojih obtežbe ter jih primerjali z meritvami. Najprej smo med seboj primerjali obe poenostavljeni metodi. Ugotovili smo, da je metoda, ki jo predlaga EC 2, bolj konservativna, slabost metode s pomožnimi diagrami pa je subjektivnost - nenatančnost rezultatov, saj ti temeljijo na odčitkih z diagramov. S primerjavo izračunanih ter izmerjenih povesov smo ugotovili, da z obema metodama, v okviru inženirske natančnosti, dobro sledimo dejanskemu mehanskemu odzivu obravnavanih konstrukcij, in sicer pri obtežbah, ki so običajne v normalnih pogojih uporabe konstrukcije. Za analizo vpliva reoloških lastnosti betona na poves AB konstrukcij nismo imeli na voljo eksperimentalnih rezultatov, zato smo na primeru AB kontinuirnega nosilca prikazali le, kako na poves konstrukcije vplivata lezenje in krčenje betona. Na koncu smo pokazali, da natezna osna sila nima bistvenega vpliva na poves konstrukcije (10 %), medtem ko je vpliv tlačne osne sile opaznejši, predvsem takrat, ko zaradi velike tlačne sile ostane prerez nerazpokan.

## VIRI

- [1] SIST EN 1992-1-1:2005. Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij-1-1.del: Splošna pravila in pravila za stavbe.
- [2] Rogač, R., Saje, F., Lozej, M. 1989 (ponatis 2005). Priročnik za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij po metodi mejnih stanj. Ljubljana, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo: 361 str.
- [3] Srpočič, S. 2003. Mehanika trdnih teles. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 651 str.
- [4] Saje, F. 2000. Masivne konstrukcije 1. Gradec.
- [5] Saje, D. 2012. Vaja 2: konstitutivni zakoni materialov. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za masivne in lesene konstrukcije, Betonske konstrukcije 1 (študijsko gradivo).  
<http://www.fgg.uni-lj.si/kmlk/KMLK-studijsko%20gradivo-BKI.htm>  
(Pridobljeno 10.09.2012)
- [6] Beg, D. (ur.), Pogačnik, A. (ur.) 2009. Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih. Ljubljana, Inženirska zbornica Slovenije.
- [7] Duhovnik, J. 2005. Statika linijskih konstrukcij 1. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 223 str.
- [8] Pravilnik o tehničkim normativima za beton i armirani beton (PBAB). 1987. Službenti list SFRJ XLIII, 11.  
<http://hidra.srce.hr/archiva/18/18255/www.hidra.hr/hidraran/pobirac-upload/CD-1947-2000/024440.pdf>  
(Pridobljeno 02.02.2013)
- [9] Ivković, M. (ur.), Pakvor, A. (ur.) 1995. Beton i armiran beton prema BAB 87. Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu: 770 str.
- [10] Carpinteri, A. 1999. Minimum reinforcement in concrete members. Torino, Politecnico di Torino, Chair of structural mechanics: 203 str.
- [11] Krätsig, W. B., Pölling, R. 2004. An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. Computers and structures 82: 1201-1215.
- [12] Rasheed, H. A. S., Dinno, K. S. 1994. An improved nonlinear analysis of reinforced concrete frames. Computers and structures 53, 3: 625-636.
- [13] Lazaro, A. L., Richards, R. 1973. Full-range analysis of concrete frames. Journal of the structural division 99, ST8: 1762-1783.
- [14] Kotsovos, M. D., Lefas, D. 1990. Behaviour of reinforced concrete beams designed in compliance with the concept of compressive-force path. ACI structural journal 87-S14: 127-139.

- [15] Cranston, W. B. 1965. Technical report: Tests on reinforced concrete frames, 1: Pinned portal frames. London, Cement and concrete association (52 Grosvenor Gardens, London S.W.1): 38 str.
- [16] Wilby, C. B., Pandit, T. 1967. In-elastic behaviour of R.C. sigle-bay portal frames. Civil engineering and public works review, March: 331-336.
- [17] Seraj, S. M., Kotsovos, M. D., Pavlović, M. N. 1995. Application of the compressive-force path concept in the design of reinforced concrete indeterminate structures: A pilot study. Structural engineering and mechanics 3, 5: 475-495.